

文章编号: 1000-8152(2002)01-0080-05

基于 Volterra 级数模型的非线性系统自适应控制稳定性研究

党映农 韩崇昭

(西安交通大学电子与信息工程学院·西安, 710049)

摘要: 研究一类单输入单输出非线性系统的自适应控制问题, 这类系统能用有限阶离散 Volterra 级数模型表示. 采用递推最小二乘算法进行参数估计, 并通过解高次方程得到控制律. 结合反馈型 Volterra 级数系统的局部 L 稳定理论, 证明了算法的局部收敛性质. 通过对一个化工连续搅拌反应器 (CSTR) 的过程控制进一步验证了该算法的有效性.

关键词: 自适应控制; 非线性系统控制; Volterra 级数模型

文献标识码: A

Study on the Stability of the Volterra Series Model Based Adaptive Control Systems

DANG Yingnong and HAN Chongzhao

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University · Xi'an, 710049, P. R. China)

Abstract: The adaptive control problem of a class of SISO nonlinear control systems is studied, which can be modeled by a finite discrete Volterra series model. Firstly, the parameters are estimated by using the recursive least-square method, then the control law is presented by solving a polynomial equation. The local convergent property of the proposed algorithm is proved by the local stability theory of feedback Volterra systems. Simulation results corroborate the proposed algorithm.

Key words: adaptive control; nonlinear system control; Volterra series model

1 引言 (Introduction)

利用 Volterra 泛函级数建模是非线性动态系统建模的主要方法之一^[1], 化工过程控制^[2,3]、通讯电子^[4]、机械^[1]等领域的非线性控制系统都可以用该模型近似表示. 近年来基于 Volterra 级数模型的非线性系统控制方法的研究取得了很大进展, 如鲁棒调节器设计^[5]、基于模型的控制器设计^[2]等. 但是, 基于 Volterra 级数模型的非线性自适应控制方法研究却很少见文献报导, 而利用 Volterra 级数模型进行逆控制则是一个新的研究领域.

一个非线性系统如果有逆, 这个逆一般是由无限阶 Volterra 级数构成的, 而且其收敛性和稳定性都难以确定, 这就给基于非线性逆模型的控制器设计带来了很大的困难. 最近, 文[6]利用小增益定理的一种局部形式, 成功地证明了由反馈型 Volterra 级数构成非线性系统逆的输入输出稳定性, 避免了无穷 Volterra 级数的收敛问题, 从而为基于 Volterra 级数模型的非线性系统自适应控制器综合奠定了理

论基础. 本文正是在此基础上提出了一种基于 Volterra 级数模型的非线性系统自适应控制理论.

2 非线性系统的 Volterra 级数描述及其可逆性 (Nonlinear system and its inverse described by Volterra functional series)

本文讨论离散形式的 SISO 非线性系统, 用如下 Volterra 级数模型表示:

$$y(t) = \sum_{n=1}^M H_n u(t) = \sum_{n=1}^M \sum_{k_1=0}^{m_n-1} \sum_{k_2=0}^{m_n-1} \cdots \sum_{k_n=0}^{m_n-1} h_n(k_1, k_2, \dots, k_n) \prod_{i=1}^n u(t-d-k_i). \quad (1)$$

式中 $u(t)$ 和 $y(t)$ 分别是系统的输入和输出; $\{h_n(k_1, k_2, \dots, k_n), n = 1, 2, \dots\}$ 是系统的 n 阶 Volterra 核^[1], 也称为系统的广义脉冲响应函数; M, d, m_n 分别是系统阶数、系统的纯时延和 n 阶脉冲响应函数的记忆长度.

假定系统(1)用算子 $P: U \rightarrow Y, U, Y \in l_2$ 来表

示,其中 l_c 表示扩展 l_∞ 序列空间^[6].非线性算子 P 可分为线性部分和非线性部分,即

$$P = L + N. \quad (2)$$

式中 $Lu(t) = H_1 u(t)$, $N[u(t)] = \sum_{n=2}^M H_n[u(t)]$.

如果 L^{-1} 存在,则式(2)可以写成如下形式

$$P = (I + N \circ L^{-1}) \circ L. \quad (3)$$

引理 1 如果系统(1)满足

1) $D(d)L^{-1}$ (D 为单位时间延迟算子) 是稳定的且 $N \circ L^{-1}$ 是收缩因果的; 2) 输入 $v(t)$ 的 l_c 无穷范数上界不超过文[6]定理 5 的条件 2 所规定的值 \bar{u} . 则系统(1)有局部 L 稳定的 D 步延迟逆 C , $C = D(d)L^{-1} \circ (I + N \circ L^{-1})^{-1}$ (如图 1 所示), 使 $P \circ C = D(d)$, C 可通过解下面的 M 次方程实现:

$$\sum_{n=2}^M \sum_{k_1=0}^{m_n-1} \sum_{k_2=0}^{m_n-1} \cdots \sum_{k_n=0}^{m_n-1} h_n(k_1, \dots, k_n) \prod_{i=1}^n u(t - k_i) + \sum_{i=0}^{m_1-1} h_1(i) u(t - i) - v(t) = 0. \quad (4)$$

其中 $u(t)$ 为未知的控制器输出, $v(t)$ 为输入.

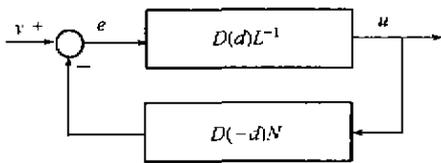


图 1 逆控制器的实现形式

Fig. 1 Implementation of inverse controller

证 利用文[6]定理 4、定理 5 证明. 令 $H_1^{-1} = D(d)L^{-1}$, $H_r = D(-d)N$.

a) 由于 L^{-1} 具有 d 步超前, 故 H_1^{-1} 是因果的, 又由条件 1) H_1^{-1} 是稳定的;

b) 由条件 1), $H_r \circ H_1^{-1} = N \circ L^{-1}$ 是收缩因果的.

由以上两点及条件 2, 文[6]定理 4、定理 5 的条件得到满足. 根据该定理, C 存在, 并且局部 L 稳定. 由式(1)及图 1 可直接推出方程(5). 假设方程(5)无实数解, 则与 C 的存在性相矛盾. 因此该方程必有实数解.

3 参数已知时的最小预测误差控制 (Minimal prediction error controller design with known parameters)

对于系统(1), 寻求控制律使含有平方预测误差的目标函数达到极小^[7]:

$$J_1(t) = \frac{1}{2} [y(t) - y^*(t)]^2. \quad (5)$$

式中 $y^*(t)$ 为参考输出, $y(t)$ 为系统实际输出. 在不考虑其它因素的情况下, 使式(5)达到极小的充分与必要条件是 $y(t) = y^*(t)$. 引理 1 导出了系统(1)的 d 步延迟逆, 那么如果在时刻 t 给控制器 C 输入 $y^*(t+d)$, 则在该时刻系统输出为 $y^*(t)$, 这样就满足了目标函数(2)极小的要求.

定理 1 对于系统(1), 如果

1) $D(d)L^{-1}$ 是稳定的且 $N \circ L^{-1}$ 是收缩因果的;

2) 期望输入 $y^*(t)$ 的 l_c 无穷范数上界不超过引理 1 条件 2 中的 \bar{u} . 则使目标函数(2)达到极小的控制律 $u(t)$ 满足如下方程:

$$\sum_{n=2}^M \sum_{k_1=0}^{m_n-1} \sum_{k_2=0}^{m_n-1} \cdots \sum_{k_n=0}^{m_n-1} h_n(k_1, \dots, k_n) \prod_{i=1}^n u(t - k_i) + \sum_{i=0}^{m_1-1} h_1(i) u(t - i) - y^*(t + d) = 0, \quad (6)$$

且所得系统局部 L 稳定.

证 由引理 1 可知控制律(6)成立. 现只须证由控制器和原系统组成的串联系统局部 L 稳定. 由引理 1 知, 控制器 C 是局部 L 稳定的, 而系统(1)显然局部 L 稳定. 而两个局部 L 稳定的系统串联依然是 L 稳定的, 因而闭环系统局部 L 稳定. 证毕.

4 最小预测误差自适应控制 (Adaptive minimum prediction error controller design)

上一节给出了系统(1)在参数已知情形下的最小预测误差控制, 本节讨论在参数未知情形下系统(1)的自适应控制方法. 首先对系统(1)作如下假设:

A) 系统延迟 d 已知;

B) 系统各阶脉冲响应函数的记忆长度 m_1, m_2, \dots, m_n 的上界已知;

C) 参考输入信号 $y^*(t)$ 的 l_c 无穷范数不超过引理 1 条件 2 中的 \bar{u} .

D) 系统(1)参数的估计范围已知, 即

$$h_n(k_1, k_2, \dots, k_n) = h_{n,0}(k_1, k_2, \dots, k_n) + e_n(k_1, k_2, \dots, k_n), \quad (7)$$

$$|e_n(k_1, k_2, \dots, k_n)| \leq E_n(k_1, k_2, \dots, k_n). \quad (8)$$

式中 $h_{n,0}(k_1, k_2, \dots, k_n)$, $E_n(k_1, k_2, \dots, k_n)$ 均是已知常数. 并且在此范围内系统(1)满足引理 1 的条件.

说明 假设 A) 保证后面的控制器方程(14)最高次项不为 0; 假设 B) 允许真实系统阶数过估计; 假设 C) 给出了闭环自适应系统局部收敛的范围; 假设 D) 保证未知系统在参数估计范围内可逆.

现在推导系统的自适应控制律. 系统(1)可以用向量形式表示为:

$$y(t+d) = \phi(t)^T \theta_0. \quad (9)$$

其中

$$\phi(t)^T = [\phi_1(t)^T \phi_2(t)^T \cdots \phi_M(t)^T],$$

$$\phi_k(t)^T = [u(t)^k, u(t)^{k-1}u(t-1), \dots, u(t-m_k)^k],$$

$$k = 1, 2, \dots, M,$$

$$\theta_0^T = [H_1^T, H_2^T, \dots, H_M^T],$$

$$H_k^T = [h(0,0, \dots, 0), h(0,0, \dots, 1), \dots,$$

$$h(m_k, m_k, \dots, m_k)], k = 1, 2, \dots, M.$$

由式(9)可以看出系统未知参数 θ_0 关于 $y(t+d)$ 呈线性关系, 因而可以利用现有的关于式(9)的参数估计方法估计参数 θ_0 , 这里我们采用参数受限的最小二乘递推算法^[7], 即:

$$\hat{\theta}'(t) =$$

$$(t-1) + \frac{P(t-d-1)\phi(t-d)}{1 + \phi(t-d)^T P(t-d-1)\phi(t-d)} (y(t) - \phi(t-d)^T \hat{\theta}(t-1)), \quad (10)$$

$$P(t-d) =$$

$$P(t-d-1) - \frac{P(t-d-1)\phi(t-d)\phi(t-d)^T P(t-d-1)}{1 + \phi(t-d)^T P(t-d-1)\phi(t-d)}, \quad (11)$$

$$P(0) = \epsilon I, 0 < \epsilon < \infty, \quad (12)$$

$$\hat{\theta}(t) = \text{Proj}[\hat{\theta}'(t)]. \quad (13)$$

其中, $\hat{\theta}(t)$ 是一个与初始估计 $\hat{\theta}(0)$, 参数估计范围(式(7),(8))及 $u(\tau), 0 \leq \tau \leq t-d$ 有关的向量, 投影算子 Proj (式(13)) 将 $\hat{\theta}'(t)$ 投影到系统参数的估计范围, 具体实现可参见文[7]. 利用估计参数 $\hat{\theta}(t)$, 可得控制律:

$$\phi(t)^T \hat{\theta}(t) = y^*(t+d). \quad (14)$$

该控制律是关于 $u(t)$ 的 M 次方程, 实际应用时取与 $u(t-1)$ 最接近的实数解作为 $u(t)$.

定理 2 如果系统(1)满足假设 A) ~ D), 则由系统(1)及控制律(10) ~ (14)构成的闭环系统具有如下性质:

i) $\{y(t)\}, \{u(t)\}$ 为有界序列;

ii) $\lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) - y^*(t)] = 0$.

证 与文[7]定理 6.3.1 第一部分证明类似可得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\varepsilon(t)^2}{c + \phi(t-d)^T \phi(t-d)} = 0. \quad (15)$$

式中 $\varepsilon(t)$ 为跟踪误差: $\varepsilon(t) = y(t) - y^*(t)$. 现在利用文[3]基本技术引理 6.2.1 证明本定理. 令 $s(t) = \varepsilon(t), \sigma(t) = \phi(t-d), b_1(t) = c, b_2(t) = 1$. 由式(14)知该引理条件 1) 满足; 该引理条件 2) 要求 $b_1(t), b_2(t)$ 一致有界, 显然满足; 假定 $\hat{\theta}(t)$ 所代表

的 Volterra 级数算子为 $\hat{P}(t)$, 由投影算法(13)知 $\hat{\theta}(t)$ 始终处于假设 D 的估计范围内, 由引理 1 知 $\hat{P}(t)$ 的 d 步延迟逆存在且局部 L 稳定. 由式(14)知 $u(t)$ 就是当输入为 $y^*(t+d)$ 时 $\hat{P}(t)$ 的 d 步延迟逆的输出. 现在假设在时刻 t 之前, $u(t)$ 满足

$$u(k-d) \leq m_1 \max_{1 \leq \tau \leq k} |y^*(\tau)| = m_1 \bar{u}, k < t.$$

其中常数 $m_1 < \infty, \bar{u}$ 如引理 1 所定. 那么在时刻 t , 由 $\hat{P}(t)$ 的性质知

$$u(k-d) \leq m_1 \max_{1 \leq \tau \leq t} |y^*(\tau)| = m_1 \bar{u},$$

$$\forall 1 \leq k \leq t, k \in N.$$

同时, $t=0$ 时上式显然可以满足. 于是根据 $\phi(t-d)$ 的定义

$$\|\phi(t-d)\| \leq pm_1 \bar{u}.$$

式中 $\|\phi(t-d)\|$ 是向量 $\phi(t-d)$ 的欧氏空间 2 范数, p 是 ϕ 的维数. 由上式可知 $\|\phi(t-d)\|$ 有界, 那么自然关于 $|e(t)|$ 线性有界, 因此文[3]引理 6.2.1 的条件 3 得到满足, 由该引理的结论(a), 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = 0$ 知定理 2 的性质 i), ii) 成立.

注 i) 同线性系统自适应控制类似^[7], 定理 3 在不涉及参数是否收敛到真值的情况下得到了渐近跟踪的结果. 但要给出保证式(10) ~ (13)的算法使参数收敛到真值, 激励信号需要满足的条件是比较困难的.

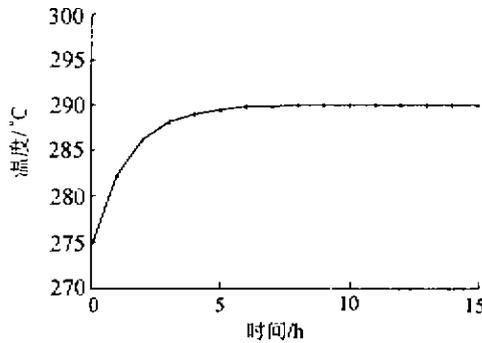
ii) 在系统阶数较高或脉冲响应函数记忆长度较长时, 递推辨识系统的 Volterra 级数模型参数时计算量是比较大的, 也增加了通过解高次方程求取控制律的难度. 但在实际中 Volterra 级数模型中可能有些参数权值较大, 而有些却接近于 0, 文[4]给出一种选择非线性系统 Volterra 级数模型中有效权值的方法, 对简化系统模型, 减小参数辨识计算量很有效.

5 一个例子 (An example)

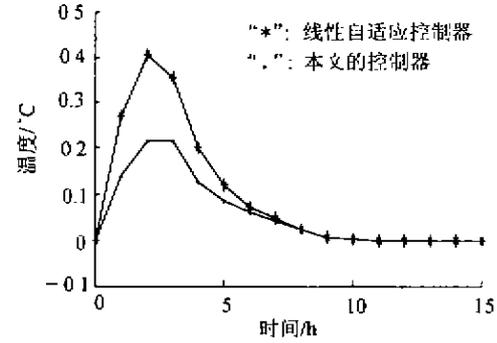
我们以一个 SCTR 过程控制问题为例^[3], 该过程的微分方程模型如附录 1 所示. 研究该过程在一个稳定平衡点附近的控制问题. 首先通过阶跃和脉冲响应测试得到其线性输入输出模型(其中输入、输出均为标么标量), 然后增加二阶 Volterra 级数项以提高模型精度. 辨识得到的系统一阶、二阶核系数及其不确定性范围见附录 2, 其一阶、二阶核的记忆长度分别为 10, 5, 纯时延为 1, 具体辨识过程可参看文[3]. 利用文[6]的方法, 经简单计算, 可知辨识模型在参数估计范围内满足定理 2 的假设条件. 考虑过程设定温度由 274.5°C 到 290°C 改变时系统的响应品质, 系统设定跟踪曲线如图 2(a) 所示. 分别利用

本文定理 2 方法和线性自适应控制的方法进行控制,其中线性自适应控制的未知模型结构取为 $A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t)$, 其中 $A(q^{-1}) = 1$, $B(q^{-1})$ 阶数为 10, 采用文[7]154 页式(6.3.36 ~ 6.3.39)的算法(即最小二乘迭代加一步超前自适应

控制方法).跟踪误差如图 2(b)所示,可以看到本文方法比线性自适应控制取得了更好的效果.这是因为在系统稳定平衡点附近的一定范围内利用二阶 Volterra 级数模型建模,要比线性建模更精确,进行自适应控制自然能取得更好的效果.



(a) 设定跟踪曲线



(b) 跟踪误差

图 2 CSTR过程的自适应控制

Fig. 2 Adaptive control of CSTR

6 结论(Conclusion)

本文深入研究了可以用有限阶 Volterra 级数模型表示的单输入单输出非线性系统的自适应控制问题,证明了控制算法的局部收敛性质,如何提高算法的鲁棒性,并进一步简化算法是下一步应该做的工作.

参考文献(References)

- [1] Schetzen M. The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems [M]. New York: Wiley, 1980
- [2] Dofye III F J, Ogunnaike B A and Pearson R K. Nonlinear model-based control using second-order volterra models [J]. Automatica, 1995, 31(5):697 - 714
- [3] Genceli H and Nikolaou M. Design of robust constrained model-predictive controllers with Volterra series [J]. AIChE Journal, 1995, 41(9):2098 - 2107
- [4] Arthur J R and Zhou T G. A root method for Volterra system equalization [J]. IEEE Signal Processing Letters, 1998, 5(11):285 - 288
- [5] Huang Jie. Frequency Domain approach to the robust regulator theory for Volterra systems [A]. IEEE Proceedings of the 34th Conference on Decision & Control [C], New Orleans, LA, USA, 1995
- [6] Zheng Qingsheng and Zafiriou E. A local form of small gain theorem and analysis of feedback Volterra systems [J]. IEEE Trans Automatic Control, 1999, 44(3):635 - 640
- [7] Goodwin G L and Sun Guisheng. Adaptive Filtering, Prediction and Control [M]. Beijing: Science Press, 1992 (in Chinese)
- [8] Tang Xiaquan, Han Chongzhao and Li Yong. Application of subset optimization in nonlinear system identification [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 1999, 33(3):19 - 22 (in Chinese)

附录(Appendix)

1) CSTR 过程模型^[3].

仿真实例中所用 CSTR 过程的模型为:

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{F}{V}(T_c - T(t)) - \frac{\Delta H_R}{c_p \rho} k e^{-E/RT(t)} - \frac{Q_c(1 + u(t))}{c_p \rho V} \quad (附 1)$$

该方程中各参数的物理意义及常数值可见文[3].

2) 对 CSTR 过程模型进行二阶 Volterra 级数模型辨识的结果如附表 1~3 所示^[5].

附表 1 线性核及其不确定范围*

Table A1 Linear kernel and its uncertainty

$$(\underline{h}_1(i) = \bar{h}_1(i) + \Delta h_1(i), \bar{h}_1(i) = \bar{h}_1(i) - \Delta h_1(i))$$

i	$\bar{h}_1(i)$	$\Delta h_1(i)$
1	-5.3	0.1
2	-2.4	0.1
3	-1.04	0.1
4	-0.45	0.05
5	-0.2	0.04
6	-0.09	0.03
7	-0.06	0.02
8	-0.04	0.01
9	-0.02	0.0
10	-0.01	0.0

*: \bar{h} , Δh , \underline{h} 分别表示估计标称值, 不确定范围, 估计最大值和最小值.

附表 2 二阶 Volterra 核系数估计 $\bar{h}_2(i, j)$

Table A2 Estimate of the second Volterra kernel coefficients

i	j				
	1	2	3	4	5
1	-0.96				
2	-0.4	-0.35			
3	0.08	-0.1	-0.15		
4	0.0	0.0	-0.05	-0.1	
5	0.0	0.0	0.0	-0.01	0.06

附表3 二阶核系数的不确定性范围**

Table A3 The uncertainty of the second Volterra kernel

$$\Delta h_2(h_2 = \bar{h}_2 - \Delta h_2, \bar{h}_2 = \bar{h}_2 + \Delta h_2)$$

i	j				
	1	2	3	4	5
1	0.05				
2	0.02	0.04			
3	0.01	0.01	0.03		
4	0.0	0.0	0.01	0.02	
5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.01

** : $\Delta h, \bar{h}, h$ 分别表示不确定范围, 估计最大值和最小值.

本文作者简介

党映农 1973年生. 1997年获西安交通大学硕士学位, 现为西安交通大学博士研究生. 主要研究方向为非线性系统辨识, 非线性系统自适应控制等. Email: dangyingnong@263.net

韩崇昭 1943年生. 1968年毕业于西安交通大学电机工程系, 1981年于中科院研究生院获硕士学位, 现为西安交大电子与信息工程学院教授, 博士生导师, 副院长. 研究兴趣主要在于随机与自适应控制, 工业过程控制与稳态优化, 非线性系统的频域分析等等. Email: czhan@sjtu.edu.cn

下 期 要 目

非线性系统的迭代学习控制及其算法实现	谢胜利	谢振东	田森平
线性时变二次微分对策 Nash 策略的小波分析法(II)——小波逼近解的收敛性	张成科	王行愚	
小卫星磁力矩器与反作用飞轮联合控制算法研究	孙兆伟	杨旭	杨涤
一类瓶颈多选择整数规划问题及其求解	郭伟	席裕庚	
基于进化规划的不确定系统卡尔曼滤波	翁志黔	谢两叁	陈关荣
离散滞后广义系统稳定域的定量估计	王汝凉	李远清	刘永清
一类非线性参数系统的鲁棒自适应控制	王强德	魏春玲	王化建
非线性不确定时滞混沌系统的鲁棒控制	关新平	范正平	龙承念
不确定非线性系统的鲁棒 H_∞ 控制分析与综合	吴敏	张凌波	桂卫华
灰色广义预测控制算法及仿真研究	罗开元	高峰	胡俐蕊
城市交通联网控制及其多目标优化实现	周鹏	史忠科	陈小锋
微操作机器人系统拟实环境的建模与实现	谢少荣	彭商贤	赵新
一种基于小波多分辨分析的多率采样系统辨识方法	吕立华	宋执环	李平
递阶辨识方法在转台伺服系统调试中的应用研究	赵霞	姚郁	方强
一种基于遗传算法的求代数方程组数值解的新方法	胡小兵	吴树范	江驹