

## 复杂系统的递阶模糊辨识\*

张平安 李人厚 张金明

(西安交通大学系统工程研究所·西安, 710049)

**摘要:** 针对 Takagi-Sugeno 模糊模型(T-S 模型)严重的维数灾问题, 借鉴 GMDH 算法, 提出了一种新的复杂系统递阶模糊辨识方法. 本文首先详细描述了由两输入变量的特殊 T-S 模型所组成的递阶模糊模型; 然后提出了具体的辨识该递阶模糊模型的方法. 该方法的特点是: a) 在结构辨识阶段, 用 FCM 模糊聚类方法评价系统中每个输入变量的重要性, 以便构造合理的递阶模糊模型; b) 预先合理地确定了所要辨识的参数的初始值, 用扩展卡尔曼滤波方法可很快地得到这些参数. 最后, 给出的仿真实例说明了本文辨识方法的有效性.

**关键词:** 模糊辨识; 递阶模糊模型; 系统辨识

**文献标识码:** A

## Hierarchical Fuzzy Identification for Complex Systems

ZHANG Ping'an, LI Renhou and ZHANG Jinming

(Institute of Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University · Xi'an, 710049, P. R. China)

**Abstract:** Drawn ideas from GMDH algorithm, a new approach to hierarchical fuzzy identification for complex systems is presented to overcome the serious limitation of Takagi and Sugeno's model (T-S model), that is the problem of "curse of dimensionality". Firstly, a new hierarchical fuzzy model, which consists of a number of hierarchically connected special T-S type models with two input variables, is described in detail. Then, a concrete method for identifying the hierarchical fuzzy model is also proposed. The main features of the presented method are: a) Fuzzy C-means (FCM) is used to evaluate the significance of each input variable for rationally constructing the hierarchical model in the stage of structure identification; b) Since parameters to be identified are properly determined in advance, they can be obtained rapidly by using extended Kalman filter algorithms. Finally, an example is given to demonstrate the validity of the approach.

**Key words:** fuzzy identification; hierarchical fuzzy model; system identification

### 1 引言(Introduction)

本文利用 Raju<sup>[1~3]</sup>关于递阶模糊系统的一般性结论, 借鉴 GMDH<sup>[4,5]</sup>(group method of data handling)算法的实现思想, 结合作者在文献[6]中所提出的模糊模型, 提出了一种新的递阶 T-S 模糊模型以及具体的辨识算法. 具体思路是: 采用 FCM 模糊聚类方法, 评价被辨识系统输入变量的重要性, 解决了合理选择递阶模糊系统中每层模糊子系统输入变量问题. 由于在辨识每层模糊子系统时, 采用模糊输入空间网格划分(grid partition)方法, 没有辨识前提变量的参数, 同时采用扩展卡尔曼滤波方法辨识结论变量参数和多项式系数, 从而极大提高了辨识算法的速度. 仿真结果表明, 该方法辨识精度高, 具有良好的泛化特性.

### 2 模糊模型的描述(Description of fuzzy models)

#### 2.1 T-S 模糊系统模型的描述<sup>[7,8]</sup> (Description of general fuzzy models)

不失一般性, 本文只讨论 MISO 系统:  $f: Y \subset \mathbb{R}^p \mapsto Y \subset \mathbb{R}$  的辨识.

典型的 T-S 模糊模型由  $N$  条具有以下形式的模糊隐含规则构成:

$$\begin{aligned} R^i: & \text{IF } x_1 \text{ 是 } A_{1j_1} \text{ 和 } x_2 \text{ 是 } A_{2j_2} \text{ 和 } \cdots \text{ 和 } x_p \text{ 是 } A_{pj_p}, \\ & \text{THEN } y_i = C_0^i + C_1^i x_1 + C_2^i x_2 + \cdots + C_p^i x_p. \end{aligned} \quad (1)$$

式(1)中,  $R^i$  表示模糊模型的第  $i$  ( $i = 1, 2, \cdots, N$ ) 条

规则.  $N = \prod_{k=1}^p J_k$ ,  $J_k$  为第  $k$  个输入变量模糊划分的个数.  $x_1, x_2, \cdots, x_p$  是系统的输入变量, 又称前提(前

\* 基金项目: 国家自然科学基金(69174018)资助项目.

收稿日期: 1999-06-23; 收修改稿日期: 2001-05-18.

件)变量;  $A_{y_i}(1 \leq j_k \leq J_k, i, k = 1, 2, \dots, p)$  是前提变量相应的隶属函数, 描述这些隶属函数的参数称为前提参数. 本文取图 1 所示的三角形隶属函数.  $C_k(k = 1, 2, \dots, p)$  为结论参数. 显然, 式(1)所示的 T-S 模型的规则数随输入变量的个数的增加而成指数增加. 为此, 本文用递阶模糊模型来解决此问题.

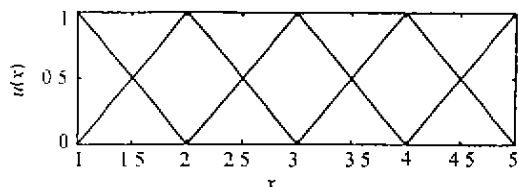


图 1 隶属函数形式  
Fig. 1 Shape of membership function

令

$$\lambda_i = T(A_{1i}, A_{2i}, \dots, A_{n_i}), \beta_i = \lambda_i / \sum_{k=1}^N \lambda_k, \quad (2)$$

这里  $T$  为  $T$  范式算子, 常用的有乘积和极小化算子. 本文用极小化  $T$  范式算子.  $\beta_i$  的实际意义是第  $i$  条规则的激励水平, 并且满足:  $0 \leq \beta_i \leq 1, \sum_{i=1}^N \beta_i = 1$ .

用面积中心去模糊化方法, 得到系统的输出为:

$$y' = \sum_{i=1}^N \beta_i y_i. \quad (3)$$

为了在满足辨识性能指标的前提下, 尽可能降低模糊模型的规则数, 并保证模型具有良好的泛化特性, 作者在文献[6]中提出: 在式(3)所示的一阶 T-S 模型输出的基础上, 再进行一次非线性映射. 我们选择非线性映射为阶次为  $r$  的多项式:

$$y = a_1 y' + a_2 y'^2 + \dots + a_r y'^r. \quad (4)$$

定义

$$F = (A_{11}, A_{12}, \dots, A_{1J_1}, A_{21}, A_{22}, \dots, A_{2J_2}, \dots, A_{p1}, A_{p2}, \dots, A_{pJ_p}), \quad (5)$$

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_r), \quad (6)$$

$$\theta = [C_0^1, \dots, C_0^N, C_1^1, \dots, C_1^N, \dots, C_p^1, \dots, C_p^N]^T. \quad (7)$$

则上述 T-S 模糊模型可由下面 6 元组描述:

$$S = S(F, A, \theta, X, Y, \min). \quad (8)$$

式中  $F$  是 T-S 模型模糊前提结构空间集合,  $A$  为多项式系数,  $\theta$  是 T-S 模型的结论表达式的参数集合,  $X$  和  $Y$  分别是系统的输入和输出,  $\min$  为极小化  $T$  范式算子.

## 2.2 递阶模糊模型的描述(Description of hierarchical fuzzy models)

定理 1 对于含有  $p$  个系统输入变量的递阶模

糊系统, 如果递阶模糊系统每层的输入变量(包括上一层的输出)数为  $t$ , 每个输入变量的模糊划分的个数均为  $m$ , 则递阶模糊系统总的规则数为:

$$k = ((p - t)/(t - 1) + 1)m^t. \quad (9)$$

显然, 采用递阶结构后, 模糊系统的规则数与系统的输入变量成线性关系, 而不是传统模糊系统的指数关系.

定理 2 对于含有  $p$  个系统输入变量的递阶模糊系统, 当  $t = 2$  时, 递阶模糊系统总的规则数最少. 当第一层模糊子系统  $t = p$  时, 递阶模糊系统总的规则数最多.

众所周知, GMDH 算法是一种比较好的非线性系统递阶辨识方法. 该算法的每层子系统输入个数为 2, 子系统为阶次最多为 2 的完全多项式. 本文借鉴这种算法的实现思想, 根据定理 2, 用 2.1 节所述的 T-S 模型构成如图 2 所示的递阶模糊模型.

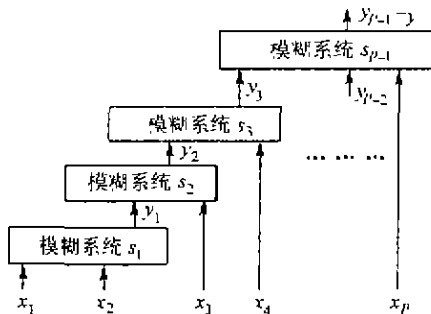


图 2 具有  $p$  个输入的递阶模糊系统结构  
Fig. 2 Structure of hierarchical fuzzy systems with  $p$  input variables

为方便地表示递阶模糊系统的结构, 把式(5)简单地表示为输入变量模糊集的个数, 式(6)简单地用多项式的阶次表示. 那么图 2 所示的递阶模糊系统的结构可表示为:

$$S_h = \{S_1[F(m_{11}, m_{12}), A(2), \theta, [x_1, x_2], y_1, T], S_2[F(m_{21}, m_{22}), A(2), \theta, [x_3, y_1], y_2, T], \dots, S_{n-1}[F(m_{(n-1)1}, m_{(n-1)2}), A(r \geq 2), \theta, [x_n, y_{n-2}], y_{n-1}, T]\}. \quad (10)$$

其中,  $m_{ij} \geq 2$ ,  $i$  表示子系统在递阶系统的第  $i$  层, 且  $i = 1, 2, \dots, n - 1$ . 而  $j$  表示每个子系统的第  $j$  个输入变量,  $j = 1, 2$ . 为了提高递阶系统的辨识精度, 在递阶系统的输出层子系统中, 可使其多项式的阶次超过 2.

## 3 递阶模糊系统的辨识(Identification of hierarchical fuzzy system)

### 3.1 结构辨识(Structure identification)

本文提出一种比较客观的方法来评价系统输入

变量的重要性.这种方法的主要思想是根据系统两组均匀分布的  $A$  和  $B$  数据集,用 FCM 建立  $A$  (或  $B$ ) 中每个输入变量和系统输出关系的模糊模型:

$$\begin{cases} \text{If } x_i \text{ is } \phi_y(x_i), \text{ Then } y \text{ is } y_j, \\ i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, c, \end{cases} \quad (11)$$

$$\phi_y = \exp(-((x_i - p_y)/\sigma)^2). \quad (12)$$

然后用  $B$  (或  $A$ ) 相的数据进行检验.用两次检验的平均指标作为评价输入变量的重要性,指标越小,表示该输入变量对输出的影响越大.具体算法实现如下:

Step 1 把系统的辨识数据集均匀地分成两组  $A$  和  $B$ .选择合适的规则数  $c$ .由于输入变量的重要性并不依赖于模糊模型的结构,因此,该参数选择比较自由.为使计算简单,一般在  $[2, 4]$  之间取值.

Step 2 依次从  $A$  (或  $B$ ) 中取一个输入变量的数据  $x_i$ ,然后把该数据向量和对应的输出向量  $y$  组合,构成 FCM 聚类的样本值.设置 FCM 初始化参数,并运行 FCM,得到该输入变量与对应输出变量之间关系的模糊划分,即隶属度阵  $U$ .其元素为  $\mu_{jk}$ ,其中  $j$  表示规则序号,  $k$  表示样本值序号.

Step 3 按如下公式计算:

$$p_y = \sum_{k=1}^n \mu_{jk} x_{ik} / \sum_{k=1}^n \mu_{jk}, \quad (13)$$

$$\sigma = \sqrt{2 * \sum_{k=1}^n \mu_{jk} (x_{ik} - p_y)^2 / \sum_{k=1}^n \mu_{jk}}. \quad (14)$$

式中  $n$  为  $A$  或  $B$  的数据个数.

Step 4 根据当前输入输出数据  $x_i$  和  $y$ ,用最小二乘法解如下方程,得到式(11)中的  $y_j$ :

$$y = \sum_{j=1}^c \phi_y(x_i) * y_j / \sum_{j=1}^c \phi_y(x_i). \quad (15)$$

Step 5 定义指标(本文均用此指标):

$$J = \sum_{k=1}^n (y_k - y_{km})^2 / n. \quad (16)$$

其中  $y_k$  表示第  $k$  个原始输出,  $y_{km}$  表示由式(15)计算得到的输出.计算  $B$  (或  $A$ ) 的  $J_B$  (或  $J_A$ ).

Step 6  $A$  和  $B$  交换位置,重复 Step 2 ~ Step 5.  $J = (J_A + J_B) / 2$ .根据  $J$  的大小,即可确定系统输入变量的重要性.  $J$  越小,表示该输入变量对输出的影响作用越大.

由于  $m_y$  和  $r$  为整数,对于一个给定的系统,可根据系统的先验信息或专家的经验,大致确定其范围,然后通过简单试凑方法,即可确定其值.需要注意的是,由于本文采用网格划分每个子系统的模糊结构空间,因此  $m_y$  的大小具有“分辨率”的意义.一般来说,  $m_y$  越大,递阶系统的辨识精度较高,反之亦然.

### 3.2 参数辨识(Parameter identification)

本文将直接利用模糊网格划分的结果,而不再进行前提参数的学习.一旦确定了输入变量模糊集的个数,也就确定了前提参数.模糊系统的结构空间划分的正确与否只与每个输入变量的划分“分辨率”有关.

在辨识每个模糊子系统的结论参数和多项式系数时,首先用正交最小二乘法得到结论参数的初始值,而多项式的初始值设置为:第一个系数为 1,其余系数为零.然后,用文献[6]中的扩展卡尔曼滤波法优化结论参数和多项式系数.由于这些参数有良好的初始值,这样使得参数的优化过程会很快收敛.

与 GMDH 算法一样,在辨识模糊子系统参数时,所用输入变量数据如式(10)所示,但输出数据为系统的真正输出  $y$ .在得到子系统的参数后,计算当前子系统的输出,该输出数据将是下一层子系统的一个输入变量数据.

### 4 仿真实例(Example)

本文取文献[9]所用的非线性动态系统建模的实例.被建模的非线性动态方程为:

$$y(t+1) = \frac{[y(t)y(t-1)y(t-2)x(t-1)y((t-2)-1) + x(t)]}{[1 + y^2(t-1) + y^2(t-2)]}. \quad (17)$$

令

$$\begin{cases} u_1 = y(t), u_2 = y(t-1), \\ u_3 = y(t-2), u_4 = x(t) \text{ 和 } u_5 = (t-1), \end{cases} \quad (18)$$

$$z = y(t+1), \quad (19)$$

则式(17)的建模问题转化为 5 输入单输出的函数逼近问题:

$$z = f(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5). \quad (20)$$

与文献[9]一样,置  $y$  的初始值为零,  $x$  取在  $[-2, +2]$  上均匀分布的随机数.按照式(18)和式(19),得到 200 组输入输出数据对,用于辨识式(20).首先用 3.1 节所述的方法确定输入变量的重要性,取  $c = 2, m = 2$ ,得到如表 1 所示的各个输入变量的指标.

表 1 确定输入变量重要性的指标

Table 1 Determining performance index of each input variable

| 输入变量 | $u_1$  | $u_2$  | $u_3$  | $u_4$  | $u_5$  |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 指标   | 1.1410 | 1.1332 | 1.1372 | 0.3293 | 1.1376 |

根据表 1 的结果,并选择递阶模糊系统每层的

模糊划分结构均为 3 个模糊集,输出层多项式的阶次为 3.那么,得到如下递阶系统的结构表示:

$$S_{h1} = \{S_1[F(3,3), A(2), \theta, [u_4, u_2], y_1, \min], \\ S_2[F(3,3), A(2), \theta, [u_3, y_1], y_2, \min], \\ S_3[F(3,3), A(2), \theta, [u_5, y_2], y_3, \min], \\ S_4[F(3,3), A(3), \theta, [u_1, y_3], z, \min]\}.$$

为了验证所建立的递阶模糊系统的有效性,本文分别把如下两种信号输入到式(17)和所建立的递阶模糊系统  $S_{h1}$ :

$$x_{t1} = \begin{cases} \sin(2\pi t/250), & t \leq 500, \\ 0.8\sin(2\pi t/250) + 0.2\sin(2\pi t/25), & t > 500, \end{cases} \quad (22)$$

$$x_{t2} = 0.8\sin(2\pi t/250) + 0.2\sin(2\pi t/25). \quad (23)$$

图 3 和图 4 分别为这两种信号输出结果的比较.图中虚线表示  $S_{h1}$  的输出,实线表示实际系统的输出.文献[7]也给出了用 42 条规则构成的模糊模型所得到的输出结果比较图.两者比较,虽然,本文的递阶模糊模型只有 36 条规则,但图形结果显示并不比文献[7]中的结果差.

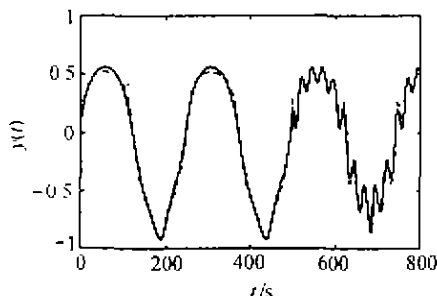


图 3 第一种信号输出结果的比较

Fig 3 Output comparison of the first signal

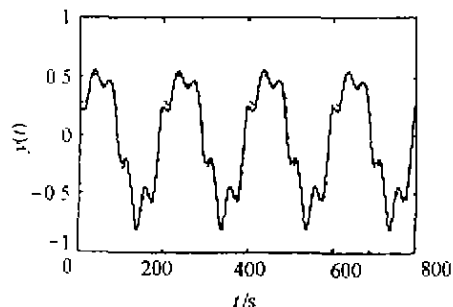


图 4 第二种信号输出结果的比较

Fig 4 Output comparison of the second signal

## 5 结论(Conclusion)

针对 T-S 模型存在的维数灾问题,本文借鉴 GMDH 算法的实现思想,提出了一种有效的递阶模糊系统模型,给出了详细的递阶模糊系统构造方法和辨识算法.该算法的特点是辨识速度快,算法实现简单.仿真结果表明,本文所提出的递阶模糊系统辨识精度好,具有良好的泛化特性.

## 参考文献(References)

- [1] Yinghua L and George A C. A new approach to fuzzy-neural system modeling [J]. IEEE Trans. Fuzzy Systems, 1995, 3(2):190-198
- [2] Raju G V S and Jun Z. Adaptive hierarchical fuzzy controller [J]. IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, 1993, 23(4):973-980
- [3] Raju G V S and Jun Z. Hierarchical fuzzy control [J]. Int. J. Control, 1991, 54(5):1201-1216
- [4] Wang Lixun. Universal approximation by hierarchical fuzzy systems [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998, 93(2):223-230
- [5] Huwendiek O and Brockmann W. Function approximation with decomposed fuzzy systems [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1990, 101(2):273-286
- [6] Zhang Ping'an, Li Renhou. A new fuzzy identification method for complex systems [J]. Acta Automatica Sinica, 1997, 23(6):817-821
- [7] Buckley J. Sugeno type controllers are universal controllers [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1993, 53(3):299-303
- [8] Takagi T and Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control [J]. IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, 1985, 15(1):116-132
- [9] Nie J H and Lee T H. Rule-based modeling: Fast construction and optimal manipulation [J]. IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics-Part A, 1996, 26(6):728-738

## 本文作者简介

张平安 1966 年生,工学博士,副教授.研究兴趣包括智能控制,计算机网络应用等.

李人厚 教授,博士生导师.研究兴趣包括:大系统理论与应用,智能控制,CSW.编著有教材,专著等 10 部,发表论文共 150 篇.

Email: rhli@xjtu.edu.cn

张金明 1966 年生,工学博士.研究兴趣包括智能控制,计算机应用等.