

MIMO 线性离散系统的最优鲁棒跟踪控制*

刘翔 王文海 孙优贤

(浙江大学工业自动化国家重点实验室, 浙江大学控制系, 杭州, 310027)

摘要: 将 MIMO 线性离散定常系统在指定信号输入下获取最优时域指标的最优跟踪控制器设计问题归纳为求解一个有限维线性规划问题, 并证明这种最优跟踪控制器也是鲁棒稳定控制器。

关键词: MIMO 离散系统; 最优跟踪; 鲁棒性

文献标识码: A

Optimal Robust Tracking Control for MIMO Linear Discrete-Time Systems

LIU Xiang, WANG Wenhai and SUN Youxian

(National Key Laboratory of Industrial Control Technology, Department of Control, Zhejiang University, Hangzhou, 310027, P.R. China)

Abstract: The design problem to achieve the optimal tracking controller which satisfy the specific optimal dynamic performances for a MIMO linear discrete-time system with some specified inputs is converted to a linear programming problem with finite variables. Also the developed optimal tracking controller is verified to be robust stabilizing controller simultaneously.

Key words: MIMO discrete-time systems; optimal tracking; robustness

1 引言 (Introduction)

应用 l_1 -优化理论可以尝试解决指定输入信号的最优跟踪问题^[1,2], 解决方法是将问题归纳为一个半无穷 (semi-infinite linear programming) 线性规划问题, 然后求其近似最优解。近年来, M. Szaier 等^[3]又研究了 l_1/H_∞ 混合优化问题, 在保证 H_∞ 鲁棒性能条件下, 优化系统的时域 l_1 性能指标, 通过迭代优化计算, 得到问题的近似最优解, 类似的结果还可见 X. Chen 等^[4], 以及 M. V. Salapaka 等^[5]的文献, 但是问题的求解过程均较繁琐。对于设定值的最优跟踪问题, 调节时间、超调量以及衰减率等时域指标是控制工程师关心的问题, 因此, 能够设计直接满足这些指标的控制具有重要的应用价值, 而且, 当合理地选择最优跟踪时域指标时, 可以保证最优跟踪控制器也同时是鲁棒稳定控制器^[6], 这是工业应用的重要条件。本文将文献^[7]的有关结果推广到多输入多输出线性离散定常系统, 导出相应的理论结果。

基本定义及符号说明:

定义 1 给定一个右实因果序列矩阵 $P = (P(k))_{k=0}^\infty$, 则其 z -变换为^[7]:

$$\hat{P} = \sum_{k=0}^{\infty} P(k) z^k.$$

按此定义, 一个稳定的实有理系统的所有特征根均在单位圆外。

$D, \bar{D}$: 分别表示复平面上的开、闭单位圆;
 $A_{p \times q}: C^{p \times q}$ 上的实赋范线性空间, 其元素 $\hat{P}$ 满足:

$$\|\hat{P}\|_A = \|P\|_1 = \max_{i \in \{1, \dots, p\}} \sum_{j=1}^q \sum_{k=0}^{\infty} |P_{ij}(k)|.$$

序列 $P = (P(k))_0^\infty \in l_1^{p \times q}$, $\mathbb{R}A_{p \times q}: A_{p \times q}$ 的子空间, 其所有元素中的每一项均为复变量 z 的稳定的实有理函数; $\mathbb{R}A$: 所有稳定的关于复变量 z 的实有理函数; $\mathbb{R}^{p \times q}(z)$: 所有关于复变量 z 的 $p \times q$ 维实有理函数。

2 最优跟踪控制器的实现 (Realization of optimal tracking controllers)

设实有理系统 $\hat{P} \in \mathbb{R}^{p \times q}(z)$, 考虑可实现性, 本文假定 $\hat{P}$ 是行或列满秩的, 且系统输入维数不小于输出维数, $\hat{P}$ 的各行各列中无公因子 $(1-z)$ 。为简化分析, 假定 $\hat{P}$ 的所有零、极点均是实的, 输入信号为阶跃信号, 闭环系统采用标准输出反馈结构。

设参考阶跃输入

* 基金项目: 国家自然科学基金 (69635010) 资助项目。

收稿日期: 1999-09-28; 收修改稿日期: 2000-06-09。

$$\hat{u} = r \hat{u}_1, \quad (1)$$

其中, $r \in \mathbb{R}^q, r \neq 0, \hat{u}_1 = \frac{1}{1-z}$.

$$\text{跟踪误差} \quad \hat{e} = \hat{u} - \hat{y}. \quad (2)$$

$\hat{u}, \hat{y}$ 为相对应维数的输入、输出.

闭环系统阶跃响应的调节时间为 N 的含义是:

$$e_i(k) = 0, i = 1, \dots, p, k = N, N+1, \dots. \quad (3)$$

衰减率的含义是:当 $k \geq N_1$ 时(N_1 是一个正整数, $\gamma N < N_1 < N, \gamma \in (0, 1)$)

$$\|e_i(k)\| \leq a^{k-N_1} \|\hat{e}\|_\infty, a \in (0, 1), i = 1, \dots, p. \quad (4)$$

最优跟踪的意义是:在指定的调节时间和衰减率的约束下,使输出跟踪误差的 ∞ -范数最小,即 $\|\hat{e}\|_\infty \rightarrow \min$.

将 $\hat{u}_1$ 并入 $\hat{P}$ 中,得到增广系统 $\hat{\bar{P}}$. 对增广系统 $\hat{\bar{P}}$ 进行双互质分解,得到 $\hat{\bar{P}} = \hat{N}\hat{D}^{-1} = \hat{\bar{D}}^{-1}\hat{\bar{N}}$, 满足 Bezout 等式

$$\begin{pmatrix} \hat{H} & \hat{S} \\ -\hat{\bar{N}} & \hat{\bar{D}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{D} & -\hat{\bar{S}} \\ \hat{N} & \hat{H} \end{pmatrix} = I, \quad (5)$$

则所有镇定控制器的集合是:

$$\hat{C} = (\hat{H} - \hat{Q}\hat{\bar{N}})^{-1}(\hat{S} + \hat{Q}\hat{\bar{D}}) = (\hat{S} + \hat{D}\hat{Q})(\hat{H} - \hat{N}\hat{Q})^{-1}\hat{Q} \in \mathbb{R}_{q \times p}. \quad (6)$$

由于 $\hat{P}$ 的各行各列均不含公因子 $(1-z)$, 所以, 可令

$$\hat{\bar{D}} = \hat{\bar{D}}\hat{E}_z, \hat{E}_z = (1-z)I_p. \quad (7)$$

I_p 是 p 维单位阵.

定理 1 闭环系统的误差灵敏度函数 $\hat{C} = (\hat{H} - \hat{N}\hat{Q})\hat{\bar{D}}, \hat{Q} \in \mathbb{R}_{q \times p}$.

证 应用式(5)、式(6), 误差灵敏度函数

$$\begin{aligned} \hat{C} &= (1 + \hat{P}\hat{C})^{-1} = \\ &= (I + \hat{\bar{D}}^{-1}\hat{\bar{N}}(\hat{S} + \hat{D}\hat{Q})(\hat{H} - \hat{N}\hat{Q})^{-1})^{-1} = \\ &= (I - \hat{\bar{D}}^{-1}\hat{\bar{N}}(\hat{S} + \hat{D}\hat{Q})[\hat{\bar{D}}^{-1}\hat{\bar{N}}(\hat{S} + \hat{D}\hat{Q}) + (\hat{H} - \hat{N}\hat{Q})]^{-1})^{-1}, \end{aligned}$$

而

$$\begin{aligned} &[\hat{\bar{D}}^{-1}\hat{\bar{N}}(\hat{S} + \hat{D}\hat{Q}) + (\hat{H} - \hat{N}\hat{Q})]^{-1} = \\ &[\hat{\bar{D}}^{-1}[\hat{\bar{N}}(\hat{S} + \hat{D}\hat{Q}) + \hat{\bar{D}}(\hat{H} - \hat{N}\hat{Q})]]^{-1} = \hat{\bar{D}}, \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} \hat{C} &= I - \hat{\bar{D}}^{-1}\hat{\bar{N}}(\hat{S} + \hat{D}\hat{Q})\hat{\bar{D}} = \\ &= I - \hat{\bar{D}}^{-1}(I - \hat{\bar{D}}(\hat{H} - \hat{N}\hat{Q}))\hat{\bar{D}} = \\ &= (\hat{H} - \hat{N}\hat{Q})\hat{\bar{D}}, \hat{Q} \in \mathbb{R}_{q \times p}. \end{aligned}$$

由定理 1, 跟踪误差

$$\hat{e} = \hat{C}\hat{u} = (\hat{H} - \hat{N}\hat{Q})\hat{\bar{D}}r, \hat{Q} \in \mathbb{R}_{q \times p}. \quad (8)$$

令 $\hat{E} = \text{diag}(\hat{e}_1, \dots, \hat{e}_p)$, 若存在 $\hat{Q} \in \mathbb{R}_{q \times p}$ 使得

$$\hat{E} = R(\hat{H} - \hat{N}\hat{Q})\hat{\bar{D}}, R = \text{diag}(r_1, \dots, r_p). \quad (9)$$

$r_i \neq 0, i = 1, 2, \dots, p$. 则显然, $\hat{u}$ 与 $\hat{y}$ 之间实现解耦.

为方便求解, 可设定 $\hat{\bar{D}}, (\hat{H} - \hat{N}\hat{Q})$ 均为对称矩阵. 设 $\hat{N}$ 的 Smith 分解为:

$$\hat{N} = \hat{U}_1 \hat{\Sigma}_1 \hat{V}_1, \quad (10)$$

$\hat{U}_1, \hat{V}_1$ 分别是 $p \times p$ 和 $q \times q$ 维单模矩阵.

当 $\hat{P}$ 行满秩时, $\hat{\Sigma}_1 = [\hat{\Sigma}_{11} \quad 0]$, 当 $\hat{P}$ 列满秩时,

$$\hat{\Sigma}_1 = \begin{bmatrix} \hat{\Sigma}_{11} \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ 其中}$$

$$\hat{\Sigma}_{11} = \text{diag}(\hat{\epsilon}_1, \dots, \hat{\epsilon}_p), \hat{\epsilon}_i | \hat{\epsilon}_{i+1} i = 1, \dots, p-1. \quad (11)$$

$\hat{\bar{D}}$ 的 Smith 分解为: $\hat{\bar{D}} = \hat{U}_2 \hat{\Sigma}_2 \hat{V}_2$. $\hat{U}_2, \hat{V}_2$ 均为 $p \times p$ 维单模矩阵,

$$\hat{\Sigma}_2 = \text{diag}(\hat{\phi}_1, \dots, \hat{\phi}_p), \hat{\phi}_i | \hat{\phi}_{i+1} i = 1, \dots, p-1. \quad (12)$$

设 λ_0 是 $\hat{N}$ 的一个零点, $\sigma_{U_1}(\lambda_0)$ 表示 $\hat{U}_1$ 中 λ_0 的代数重数, $i \in \{1, \dots, p\}$; 同样, 用 $\sigma_{V_2}(\lambda_0)$ 表示 $\hat{V}_2$ 中 λ_0 的代数重数, $i \in \{1, \dots, p\}$.

设 $\Lambda_{\hat{N}\hat{D}}$ 表示单位圆 $\bar{D}$ 内的所有零点的集合. 由于单模矩阵的逆矩阵仍是单模矩阵, 所以, 可令

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_i(\lambda) &= (\hat{U}_1^{-1})_i(\lambda), i = 1, \dots, p, \\ \hat{\beta}_j(\lambda) &= (\hat{V}_2^{-1})_j(\lambda), j = 1, \dots, p. \end{aligned} \quad (13)$$

$\hat{\alpha}_i(\lambda)$ 是行向量, $\hat{\beta}_j(\lambda)$ 是列向量.

$$\text{令} \quad \hat{F} = \hat{\bar{H}}\hat{\bar{D}} - R^{-1}\hat{E} = \hat{N}\hat{Q}\hat{\bar{D}}, \quad (14)$$

得到如下定理.

定理 2 若 $\hat{F} \in \mathbb{R}_{p \times p}$, 则总存在一个 $\hat{Q} \in$

$\mathbb{R}_{q \times p} (q \geq p)$ 使得 $\hat{F} = \hat{N}\hat{Q}\hat{\bar{D}}$, 当且仅当对于所有的 $\lambda_0 \in \Lambda_{\hat{N}\hat{D}} \subset \bar{D}$, 满足以下条件:

$$\begin{aligned} &(\hat{\alpha}_i \hat{F} \hat{\beta}_j)^{(k)}(\lambda_0) = 0, i = 1, \dots, p, j = 1, \dots, p, \\ &k = 0, 1, \dots, \sigma_{U_1}(\lambda_0) + \sigma_{V_2}(\lambda_0) - 1. \end{aligned}$$

证 1) 必要性.

$$\hat{F} = \hat{N}\hat{Q}\hat{\bar{D}} = \hat{U}_1(\hat{\Sigma}_{11} \quad 0)\hat{V}_1\hat{Q}\hat{U}_2\hat{\Sigma}_2\hat{V}_2.$$

令 $\hat{\bar{Q}} = \hat{V}_1\hat{Q}\hat{U}_2$, 显然, $\hat{\bar{Q}} \in \mathbb{R}_{q \times p}$ 当且仅当 $\hat{Q} \in \mathbb{R}_{q \times p}$.

$$\text{再设} \hat{\bar{Q}} = \begin{bmatrix} \hat{Q}_1 \\ \hat{Q}_2 \end{bmatrix}, \hat{Q}_1 \in \mathbb{R}_{p \times p}, \hat{Q}_2 \in \mathbb{R}_{(q-p) \times p}$$

得到 $\hat{F} = \hat{U}_1 \Sigma_{11} \hat{Q}_1 \Sigma_2 \hat{V}_2$, 即 $\exists \hat{Q} \in \mathbb{R}_{A_{q \times p}}$, 使得 $\hat{F} = \hat{N} \hat{Q} \hat{D} \Leftrightarrow \exists \hat{Q}_1 \in \mathbb{R}_{A_{q \times p}}$ 使得 $\hat{F} = \hat{U}_1 \Sigma_{11} \hat{Q}_1 \Sigma_2 \hat{V}_2$, 又 $(\hat{\alpha}_i \hat{F} \hat{\beta}_j)(z) =$

$$\prod_{\lambda_0 \in \Delta_{NM}} (z - \lambda_0)^{\sigma_{U_1}(\lambda_0)} q_{1_{ij}}(z) \prod_{\lambda_0 \in \Delta_{NM}} (z - \lambda_0)^{\sigma_{V_1}(\lambda_0)} = q_{1_{ij}}(z) \prod_{\lambda_0 \in \Delta_{NM}} (z - \lambda_0)^{\sigma_{U_1}(\lambda_0) + \sigma_{V_1}(\lambda_0)}.$$

由于 $q_{1_{ij}} \in \mathbb{R}A$, 必要性得证.

2) 充分性.

由 $(\hat{\alpha}_i \hat{F} \hat{\beta}_j)^{(k)}(\lambda_0) = 0$, 得到

$$\begin{pmatrix} \hat{\alpha}_1 \\ \vdots \\ \hat{\alpha}_p \end{pmatrix} \hat{F} \begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 & \cdots & \hat{\beta}_p \end{pmatrix} = \Sigma_{11} \hat{W}_1 \Sigma_2.$$

因为 $\hat{F} \in \mathbb{R}_{A_{p \times p}}$, 所以 $\hat{W}_1 \in \mathbb{R}_{A_{p \times p}}$. 任取 $\hat{W}_2 \in \mathbb{R}_{A_{(q-p) \times p}}$ 使得 $\hat{Q} = \begin{bmatrix} \hat{W}_1 \\ \hat{W}_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}_{A_{q \times p}}$, 得到 $\hat{U}_1^{-1} \hat{F} \hat{V}_2^{-1} = \Sigma_{11} \hat{Q} \Sigma_2$. 因此, $\hat{Q} \in \mathbb{R}_{A_{q \times p}}$ 即为问题的解.

综合以上, 定理得证.

定理 3 若 $\hat{F} \in \mathbb{R}_{A_{p \times p}}$, 则总存在一个 $\hat{Q} \in \mathbb{R}_{A_{q \times p}} (p > q)$ 使得 $\hat{F} = \hat{N} \hat{Q} \hat{D}$, 当且仅当对于所有的 $\lambda_0 \in \Delta_{NM} \subset \bar{D}$, 满足以下条件:

$$\begin{aligned} (\hat{\alpha}_i \hat{F} \hat{\beta}_j)^{(k)}(\lambda_0) &= 0, \quad i = 1, \dots, q, \quad j = 1, \dots, p, \\ k &= 0, 1, \dots, \sigma_{U_1}(\lambda_0) + \sigma_{V_1}(\lambda_0) - 1, \\ (\hat{\alpha}_i \hat{F})(\lambda) &= 0, \quad i = q + 1, \dots, p. \end{aligned}$$

证 同定理 2 证明, 从略.

定理 2、定理 3 分别给出了多输入多输出系统 $\hat{P}$ 在行满秩、列满秩条件下, 在指定的输入信号(阶跃信号)下的动态响应过程的插值条件. 本文假定了系统的输入维数不小于输出维数, 因此, 在插值条件中只应用定理 2.

$$\text{令} \quad x_{\max} = \|\hat{e}\|_{\infty}, \quad (15)$$

得如下线性规划问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_{\max} \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} (\hat{\alpha}_i (\hat{H} \hat{D} - R^{-1} \hat{E}) \hat{\beta}_j)^{(m)}(\lambda_0) = 0, \\ i = 1, \dots, p, \quad j = 1, \dots, p, \\ m = 0, 1, \dots, \sigma_{U_1}(\lambda_0) + \sigma_{V_1}(\lambda_0) - 1, \\ e_i(k) - x_{\max} \leq 0, \quad -e_i(k) - x_{\max} \leq 0, \\ i = 1, \dots, p, \quad k = 0, 1, \dots, N_1 - 1, \\ e_i(k) - a^{k-N_1} x_{\max} \leq 0, \quad -e_i(k) - a^{k-N_1} x_{\max} \leq 0, \\ i = 1, \dots, p, \quad k = N_1, N_1 + 1, \dots, N - 1, \\ -x_{\max} \leq 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

线性规划问题(16)的解是否存在, 取决于其中的插值方程是否有可行解, 这就等价于误差序列阵的变量个数不能少于插值的方程数.

需要说明的是选择不同的 $\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_j$ 将可能得出不同的最优控制器, 因此, 应选择尽可能使最优控制器阶次较低 Smith 分解.

3 最优时域指标与鲁棒稳定性的统一 (Unity of robust stability and optimal time domain indexes)

为分析系统的鲁棒性, 规定系统 $\hat{P}$ 的不确定性具有以下形式:

$$\hat{P}_{\Delta} = [(I + \hat{\Delta}_1) \hat{D}]^{-1} (I + \hat{\Delta}_2) \hat{N}. \quad (17)$$

其中

$$\hat{\Delta}_1 = \text{diag} \{ \hat{\Delta}_{11}, \hat{\Delta}_{12}, \dots, \hat{\Delta}_{1p} \},$$

$$\hat{\Delta}_2 = \text{diag} \{ \hat{\Delta}_{21}, \hat{\Delta}_{22}, \dots, \hat{\Delta}_{2p} \},$$

$$\hat{D} \in \mathbb{R}_{A_{p \times p}}, \quad \hat{N} \in \mathbb{R}_{A_{p \times p}}, \quad \hat{\Delta}_i \in \mathbb{R}A,$$

$$i = 1, 2, \quad j = 1, 2, \dots, p.$$

$$\text{令} \quad \hat{E}_1 = (\hat{H} - \hat{N} \hat{Q}) \hat{D}. \quad (18)$$

定理 4 若不确定系统 $\hat{P}_{\Delta}$ 满足式(17), $\hat{\Delta}_1 \in \mathbb{R}_{A_{p \times p}}, \hat{\Delta}_2 \in \mathbb{R}_{A_{p \times p}}$, 控制器 $\hat{C}$ 满足式(6), 且使式(18)解耦, 则当 $\left\| \begin{bmatrix} I - \hat{E}_1 \\ \hat{E}_1 \end{bmatrix} \right\|_A \leq 1$ 时, 闭环系统对于所有的 $\|\hat{\Delta}_1 \quad \hat{\Delta}_2\|_A < 1, l_{\infty}$ 稳定.

证 对于不确定系统 $\hat{P}_{\Delta}$, 应用 Youla 参数化控制器(5)、(6), 闭环系统的回复矩阵

$$\begin{aligned} \hat{T} &= (I + \hat{\Delta}_1) \hat{D} (\hat{H} - \hat{N} \hat{Q}) + (I + \hat{\Delta}_2) \hat{N} (\hat{S} + \hat{D} \hat{Q}) = \\ &\hat{D} \hat{H} + \hat{\Delta}_1 \hat{D} (\hat{H} - \hat{N} \hat{Q}) + \hat{H} \hat{S} + \hat{\Delta}_2 \hat{N} (\hat{S} + \hat{D} \hat{Q}) = \end{aligned}$$

$$I + [\hat{\Delta}_1 \quad \hat{\Delta}_2] \begin{bmatrix} \hat{D} (\hat{H} - \hat{N} \hat{Q}) \\ \hat{N} (\hat{S} + \hat{D} \hat{Q}) \end{bmatrix} =$$

$$I + [\hat{\Delta}_1 \quad \hat{\Delta}_2] \begin{bmatrix} \hat{D} (\hat{H} - \hat{N} \hat{Q}) \\ I - \hat{D} (\hat{H} + \hat{N} \hat{Q}) \end{bmatrix}.$$

因为 $\hat{Q}$ 使 $(\hat{H} - \hat{N} \hat{Q}) \hat{D}$ 解耦, 且 $\hat{D}$ 是对称可逆矩阵, 所以

$$\hat{D} (\hat{H} - \hat{N} \hat{Q}) \hat{D} = \hat{D} \hat{E}_1 = \hat{E}_1 \hat{D},$$

$$\hat{E}_1 = (\hat{H} - \hat{N} \hat{Q}) \hat{D},$$

$$\hat{T} = I + [\hat{\Delta}_1 \quad \hat{\Delta}_2] \begin{bmatrix} \hat{E}_1 \\ I - \hat{E}_1 \end{bmatrix}.$$

应用小增益定理, 当 $\left\| \begin{bmatrix} \hat{E}_1 \\ I - \hat{E}_1 \end{bmatrix} \right\|_A \leq 1$ 时, 对于所有的

$\|\hat{\Delta}_1 \quad \hat{\Delta}_2\|_A < 1$, 闭环系统 l_∞ 稳定.

定理 5 具有最优时域指标的闭环系统也是 l_∞ 鲁棒稳定的.

证 由式(9)、式(18)得到,

$$\hat{E}_1 = R^{-1}(1-z)\hat{E}. \quad (19)$$

所以

$$\|\hat{E}_1\|_A \leq$$

$$\|R^{-1}(1-z)\|_A \|\hat{E}\|_A = \left(\max_{i \in \{1, \dots, p\}} \left\{ \frac{2}{|r_i|} \right\} \right) \|\hat{E}\|_A.$$

因为最优误差序列 $\hat{E}^*$ 满足以下关系:

$$\|\hat{E}^*\|_A =$$

$$\max_{i \in \{1, \dots, p\}} \{ \|\hat{e}_i^*\|_A \} = \max_{i \in \{1, \dots, p\}} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} |e_i^*(k)| \right\} \leq$$

$$(N_1 + \sum_{j=N_1}^{N-1} \alpha^{j-N_1} (\min x_{\max})), \quad (20)$$

这里, N_1 和 α 与式(4)中的定义一致.

所以

$$\|\hat{E}_1^*\|_A \leq \left(\max_{i \in \{1, \dots, p\}} \left\{ \frac{2}{|r_i|} \right\} \right) (N_1 + \sum_{j=N_1}^{N-1} \alpha^{j-N_1} (\min x_{\max})).$$

又因为

$$\left\| \frac{\hat{E}_1^*}{I - \hat{E}_1^*} \right\|_A = \max \left\{ \frac{\|\hat{E}_1^*\|_A}{\|I - \hat{E}_1^*\|_A} \right\}, \quad (21)$$

且

$$\|I - \hat{E}_1^*\|_A =$$

$$1 + \left(\max_{i \in \{1, \dots, p\}} \left\{ \frac{2}{|r_i|} \right\} \right) (N_1 + \sum_{j=N_1}^{N-1} \alpha^{j-N_1} (\min x_{\max})),$$

所以

$$\left\| \frac{\hat{E}_1^*}{I - \hat{E}_1^*} \right\|_A \leq \frac{1 + \left(\max_{i \in \{1, \dots, p\}} \left\{ \frac{2}{|r_i|} \right\} \right) (N_1 + \sum_{j=N_1}^{N-1} \alpha^{j-N_1} (\min x_{\max}))}{1 - \left(\max_{i \in \{1, \dots, p\}} \left\{ \frac{2}{|r_i|} \right\} \right) (N_1 + \sum_{j=N_1}^{N-1} \alpha^{j-N_1} (\min x_{\max}))}, \quad (22)$$

由定理 4 及式(22), 闭环系统同时得到 l_∞ 稳定.

4 算例 (An example)

某增广设计模型

$$\bar{G}_1 = \begin{bmatrix} \frac{0.4z}{1-z} & \frac{0.1}{1-z} \\ \frac{0.2z}{1-z} & \frac{0.28}{1-z} \end{bmatrix}.$$

对模型 $\bar{G}_1$ 进行双互质分解得到

$$\hat{N} = \hat{\bar{N}} = \begin{bmatrix} 0.4z & 0.1 \\ 0.2z & 0.28 \end{bmatrix},$$

$$\hat{D} = \hat{\bar{D}} = \begin{bmatrix} 1-z & 0 \\ 0 & 1-z \end{bmatrix},$$

$$\text{且 } \hat{H} = I, \hat{S} \begin{bmatrix} -3.18 & -10.86 \\ 22.72z & 43.48z \end{bmatrix},$$

所以

$$\hat{D} = I.$$

对于单位阶跃输入, 应用式(14)得到

$$\hat{F} = I - \hat{E} = \hat{N}\hat{Q}.$$

$\hat{N}$ 的 Smith 分解形式:

$$\hat{N} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -0.357 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3.0488 \\ -2.17 & 0 \end{bmatrix},$$

故

$$U^{-1} = \begin{bmatrix} -0.217 & 1.217 \\ -0.6 & 0.6 \end{bmatrix}.$$

应用定理 2 中的插值方程得到

$$\hat{e}_1(0) = 1, \hat{e}_1^{(1)}(0) = 1, \hat{e}_2(0) = 1.$$

应用插值方程(16), 变量个数不小于 2, 得到最优误差序列:

$$\hat{e}_1^* = 1+z, \hat{e}_2^* = 1.$$

由式(9)解得:

$$\hat{Q} = \begin{bmatrix} -0.276 & 0 \\ 0.07z & 0 \end{bmatrix}.$$

再由式(6)解得最优跟踪控制器:

$$\hat{C}^* = \begin{bmatrix} \frac{3.043z}{1+z} & -1.086 \\ \frac{-2.17z^2}{1+z} & 4.34z \end{bmatrix}.$$

仿真结果如图 1 所示:

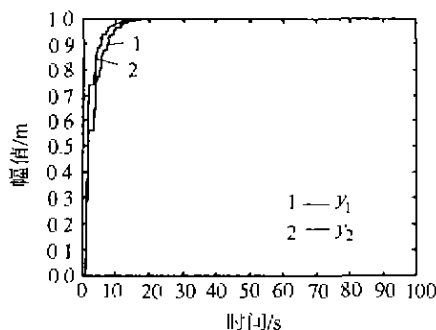


图 1 系统输出阶跃响应曲线

Fig 1 Step response curves of system outputs

图 1 中的控制结果说明, 最优跟踪控制器基本达到设计指标, 偏差是由于控制器求解过程中的计算误差.

5 小结 (Conclusion)

本文讨论了多变量系统的最优跟踪控制器的设计问题, 同时证明了这种最优控制器也是鲁棒稳定控制器的结论. 与单变量系统不同, 多变量系统的误差传递函数与最优控制器的求取依赖于双互质分解及 Youla 参数化方法, 计算量较大.

参考文献(References)

- [1] Dahleh M A and Pearson J B. Minimization of a regulated response to a fixed input [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1988, 33 (10):924-930
- [2] Deodhare G and Vidyasagar M. Control systems design via infinite linear programming [J]. Int J Control, 1992, 55(6):1351-1380
- [3] Sznajer M and Bu J. Mixed l_1/H_∞ control of MIMO systems via convex optimization [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1998, 43 (9):1229-1241
- [4] Chen X and Wen J T. A linear matrix inequality approach to discrete-time mixed l_1/H_∞ control problems [A]. In Proc. 34th IEEE Conf. Decision and Control, Invited Session on Multiobjective Robust Control II [C], New Orleans, L A, USA, 1995, 3670-3675
- [5] Salapaka M V, Dahleh M and Voulgaris P G. MIMO optimal control design: The interplay between the H_2 and the l_1 norms [J]. IEEE Trans Automatic Control, 1998, 43(10):1374-1388
- [6] Lu Xiang and Sun Youxian. Robust stabilizing controller design for optimal dynamic performance indexes [J]. Control and Decision, 2000, 15(1):11-14 (in Chinese)
- [7] McDonald J S and Pearson J B. l_1 -optimal control of multivariable systems with output norm constraints [J]. Automatica, 1991, 27(2): 317-329

本文作者简介

刘翔 1964年生, 1987年清华大学自动化系毕业, 1999年在浙江大学控制系获得博士学位, 现在浙江大学从事博士后研究工作。感兴趣的研究领域包括: 鲁棒及智能计算机控制、智能生产调度等。Email: xlu_6928cn@sina.com

王文海 1967年生, 浙江大学控制系副研究员, 感兴趣的研究领域是分布式计算机控制系统, 生产过程自动化等。

孙优贤 1940年生, 教授, 博士生导师, 中国工程院院士, 现任浙江大学控制工程科学学院院长, 工业控制研究所所长。1984年至1987年获德国洪堡奖学金, 长期从事过程控制, 鲁棒控制理论及应用, H_∞ 控制理论与应用, 容错控制理论及应用研究以及造纸过程模型化和计算机控制, 发表论文300多篇, 著作10余本, 获各类科技进步奖20多项。

2002 年国际机器人焊接、智能化与自动化会议 (RWIA '2002)

暨第四届中国机器人焊接会议 (CCRW '2002)

2002 年 12 月 8 ~ 10 日, 上海, 中国

征 文 通 知

随着先进制造技术的发展, 机器人焊接及智能化焊接技术成为材料加工领域的热点问题。当前服役的工业机器人中, 将近一半应用于焊接加工过程, 然而其普遍采用的示教再现工作方式难以满足先进制造技术发展以及高质量焊接产品的要求。因此, 有必要发展机器人焊接及相关领域的智能化技术。

2002 年国际机器人焊接、智能化与自动化会议 (RWIA '2002) 暨第四届中国机器人焊接会议 (CCRW '2002) 正是在这样一种背景下举办的。本次会议由上海交通大学承办, 中国焊接学会、中国焊接学会机器人与自动化专委会、中国焊接协会汽车专委会、中国焊接协会工程机械专委会主办, 中国机械工程学会、中国焊接协会、上海焊接学会、上海焊接协会、上海机械工程学会协办。本次会议将为机器人制造及应用领域的专家学者提供一个相互交流的论坛, 特别是在焊接应用领域。本次会议的论文将作为《机器人》杂志的特刊发表, 高质量的论文经过国际顾问委员会的专家评选后, 将被推荐发表于 SCI 或 EI 检索的国际杂志。

征文范围包括机器人焊接、智能化机器人技术与制造技术、智能化与自动化等, 征文范围编号如下:

- | | | |
|------------------|------------------|--------------|
| S1 机器人焊接智能化技术及系统 | S6 遥控机器人焊接 | S11 焊接自动化技术 |
| S2 焊接机器人设计与分析 | S7 焊接过程传感及数据融合技术 | S12 智能化制造系统 |
| S3 焊接过程建模、分析与控制 | S8 焊接过程计算机视觉技术 | S13 柔性制造系统 |
| S4 基于知识的焊接系统 | S9 焊接机器人系统虚拟现实技术 | S14 工业人工智能技术 |
| S5 焊接机器人路径规划与编程 | S10 焊接过程质量智能控制 | S15 其它相关主题 |

征文要求

论文作者应向会议秘书处提交英文或中文的文章全文, 一式三份。投稿封面应包括: 文章题目、作者姓名、所属单位、联系电话及电子邮件地址、文章摘要、3~5 个关键词、主要作者简介, 以及投稿范围编号(例如: S1 机器人焊接智能化技术及系统)。

提交的论文一律要求用 MS-WORD 排版, 篇幅一般不超过 4 页(来稿要求提供电子版)。

投稿论文应于 2002 年 6 月 30 日前提交, 联系人及地址如下:

联系人: 邱涛

地址: 上海市华山路 1954 号

上海交通大学焊接工程研究所

邮编: 200030

电话: 021-62932429

传真: 021-62932429

Email: rwlabs@mail.sjtu.edu.cn

联系人: 高洪明

地址: 哈尔滨市西大直街 92 号

哈尔滨工业大学 436 信箱

邮编: 150001

电话: 0451-6415537

传真: 0451-6416186

Email: crwdai@hope.hit.edu.cn

关键日期

论文提交期限: 2002 年 6 月 30 日; 录用通知期限: 2002 年 8 月 15 日; 论文终稿提交期限: 2002 年 9 月 30 日。