

一种新的遗传混沌优化组合方法*

李亚东 李少远

(上海交通大学自动化研究所·上海, 200030)

摘要: 在分析了遗传算法与混沌优化方法的优缺点的基础上, 提出了一种新的遗传混沌优化组合方法. 该算法能克服混沌优化在大范围内失效的缺点, 并能提高遗传算法的局部搜索能力和搜索精度. 同时证明该算法能以概率 1 收敛到全局最优值. 应用该方法对 6 个测试函数进行优化计算得到了比较满意的结果

关键词: 遗传算法; 混沌优化方法; 优化; 搜索算法

文献标识码: A

A New Genetic Chaos Optimization Combination Method

LI Yadong and LI Shaoyuan

(Institute of Automation, Shanghai Jiaotong University · Shanghai, 200030, P.R. China)

Abstract: Based on the analysis of the properties of genetic algorithm and chaos optimization algorithm, a new genetic chaos optimization combination algorithm is presented. The method not only solves the invalidation problem of chaos optimization algorithm in a large scale, but also increases the ability of local search and search precision. Then, the convergence of the algorithm is proved. In the end, this algorithm is applied to six test functions' optimization problem and the simulation shows that the algorithm is effective.

Key words: genetic algorithm; chaos optimization algorithm; optimization; search algorithm

1 引言(Introduction)

非线性规划是求解各种复杂问题最有效的方法之一. 因此, 这种方法受到了人们的关注. 迄今为止, 已经构造出了许多算法, 如梯度法, 共轭梯度法, DEP 法, BFGS 等方法^[1]. 这些算法容易收敛到局部最优, 不能保证收敛到全局最优. 另外有些方法能接近全局最优, 但精度不够, 如演化计算和神经网络等.

遗传算法是建立在自然选择和群体学机理基础上的随机、迭代和进化, 具有广泛适用性的搜索方法. 虽然遗传算法能以概率收敛到全局最优解^[2], 但由于算法结构、编码长度和算法复杂度的限制, 其局部搜索速度和精度并不能得到很好的保证. 混沌优化算法是一种新型搜索算法^[3], 其基本思想是把变量从混沌空间变换到解空间, 然后利用混沌变量具有遍历性、随机性和规律性的特点进行搜索. 混沌优化方法具有不对初值敏感、易跳出局部极小点、搜索速度快和全局渐进收敛的特点. 文献[4]在此基础上提出了变尺度混沌优化算法, 由于变尺度混沌算法自始至终都用运用了混沌优化算法, 并未从根本上

解决大范围混沌优化失效的问题. 本文把遗传算法和混沌优化相结合, 提出了遗传混沌优化组合法.

2 遗传混沌优化组合方法(Genetic chaos optimization combination method)

假定连续优化问题可描述为以下形式:

$$\begin{aligned} \min f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n), \\ x_i \in [a_i, b_i], i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (1)$$

遗传算法和混沌优化方法由于其内在的算法结构, 决定其映射方式和搜索粒度有着很大的差别. 在遗传算法中是将原问题的解空间映射到编码空间, 设 $x_i \in [a_i, b_i]$, 用 m 位二进制编码, 则 x_i 的搜索结果精度可达到 $(b_i - a_i)/2^m$, 搜索粒度也为 $(b_i - a_i)/2^m$. 为了提高搜索精度, 必然要提高编码位数, 这将导致运算次数的突涨. 因此, 遗传算法只能在精度和算法复杂度之间取一定的平衡. 而混沌优化算法是将混沌空间映射到原问题解空间, 利用混沌变量的内在特性而进行全局性的搜索. 在实际应用中, 混沌空间大小总是有一定的限制. 如式(2) Logistic 映射:

* 基金项目: 国家自然科学基金(60074004)和上海市“曙光计划”资助项目.

收稿日期: 2000-04-17; 收修改稿日期: 2000-10-16.

$$t_{k+1} = \mu t_k (1 - t_k). \quad (2)$$

其中 μ 是控制参量, 取 $\mu = 4$, 设 $0 \leq t_1 \leq 1, k = 1, 2, 3, \dots$. 不难证明, $\mu = 4$ 时系统完全处于混沌状态, 其混沌空间为 $[0, 1]$, 取其精度为 10^{-3} , 设原问题解空间大小为 l_1 , 则混沌优化的搜索精度为 $l_1 \times 10^{-3}$. 原问题解空间越大, 混沌优化的搜索精度越低. 当原问题解空间达到一定的大小时, 混沌优化会出现失效的情形. 为了避免这种情况, 可以采用遗传混沌优化组合算法.

遗传算法采用二进制编码, 选定搜索粒度为 θ , 把 x_i 的取值范围线性映射到长为 l_i 的二进制位串, 则该问题的一个可行解对应为 $\sum l_i = l$ 的二进制位串. 在杂交时选用离散杂交, 杂交点选在各变量的子位串的特定位置. 混沌优化方法选用式(2)的 Logistic 映射所产生的混沌空间.

遗传混沌优化组合算法的基本步骤如下:

Step 1 随机选取 m 个长为 1 的二进制位串为初值, 置 $p = 0$.

Step 2 求取二进制位串在原解空间所对应的值, 并求取 $f_j (j = 1, 2, \dots, m)$, 取适应度函数 fitness, $= m * f_j / \sum_{j=1}^m f_j$, 如果适应度函数大于所取的随机数, 则该位串用新的随机产生的长为 l 的二进制位串替代.

Step 3 对于前 $k (1 \leq k \leq m/2)$ 个二进制位串分别与 $k + m/2$ 的二进制位串进行双向杂交, 杂交点取在每个变量的映射长度的前 h 位.

Step 4 对所有的位串实现自适应位变异算法. 对每个变量而言, 在所有的循环次数内, 实行变异算法的位数逐步从最高位到最低位. 如果所取的随机数大于变异系数, 则变异.

Step 5 置 $p = p + 1$, 转 Step 2, 经过 t 次搜索后, $f^* = \min f_j$ 保持稳定, 得到一组精度不高的解 $x^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*, \dots, x_n^*)$.

Step 6 对(2)式中的 t_k 分别赋予 n 个初值, 注意不可取方程的不动点. 记为 t_k^i , 置 $k = 1$.

Step 7 确定搜索张度 $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$, 搜索空间为 $[x - \sigma\theta/2, x + \sigma\theta/2]$. 为了把混沌变量从混沌空间映射到相应的问题解空间, 对混沌变量施行如下线性变换: $x_k^i = c_i + d_i t_k^i$ 式中 c_i, d_i 为常数. 其中 $c_i = x_1^* - \sigma_i\theta/2, d_i = \sigma_i\theta$.

Step 8 求取 $f(k)$, 如果 $f(k) < f^*$, 取 $x^* = (x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k), f^* = f(k)$.

Step 9 求取 $t_{k+1}^i = \mu t_k^i (1 - t_k^i)$.

Step 10 置 $k = k + 1$, 转 Step 7, 经过 m 步搜索后, f^* 保持不变, 结束.

由于遗传算法搜索得到的粗解必定收敛在某个二进制位串上, 而精确解分布在该位串两边的可能性是相同的, 并且遗传算法的位串之间的最小 Hamming 距离即搜索粒度为 θ , 所以为了满足算法的有效性, 搜索张度必须满足 $\sigma_i \geq 2$.

3 收敛性分析 (Convergence analysis)

遗传混沌优化组合方法不仅在局部搜索能力和搜索精度上优于遗传算法, 而且可以克服混沌优化方法大范围内失效的缺点. 除此以外, 遗传混沌优化组合方法的收敛性也能得到很好的保证. 下面将证明遗传混沌优化组合方法以概率 1 收敛到全局最优解.

定理 遗传混沌优化组合方法以概率 1 收敛到全局最优解.

证 设 $x^* = \arg \min f(x)$, $\{x_1^k\}$ 是由选择算子保留当前最优解的遗传算法产生的解序列, $\{x_2^k\}$ 是遗传混沌优化组合方法所产生的解序列. 显然, 对于 $i \leq j$ 而言, $f(x_1^i) \geq f(x_1^j), f(x_2^i) \geq f(x_2^j)$. 并根据算法的结构可知, $f(x_1^k) \geq f(x_2^k)$. 文献[2]已证明 $\{f(x_1^k)\}$ 是收敛序列, 且

$$\lim_{k \rightarrow \infty} P\{f(x_1^k) = f(x^*)\} = 1.$$

根据收敛序列的夹逼定理可知, 因 $f(x_1^k) \geq f(x_2^k) \geq f(x^*), \{f(x_1^k)\}$ 是收敛序列, 所以 $\{f(x_2^k)\}$ 是收敛序列, 且

$$\lim_{k \rightarrow \infty} P\{f(x_2^k) = f(x^*)\} = 1.$$

故定理得证.

4 仿真实例 (Simulation example)

应用本文提出的遗传混沌优化方法, 对以下 6 个测试函数^[5,6]进行优化计算. 这些函数经常被国内外学者用于对优化方法的测试. 其中除 F_5 求极大值外, 其它均求极小值. 在算法总运算次数相当的情况下, 分别从最劣解, 最优率, 均值三方面与文献[4]的变尺度混沌优化方法进行比较, 仿真结果见表 1.

$$F_1 = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2, -2.048 \leq x_1 \leq 2.048,$$

$$F_2 = 4 + 4.5x_1 - 4x_2 + x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1x_2 +$$

$$x_1^4 - 2x_1^2x_2, -8 \leq x_1 \leq 8,$$

$$F_3 = (x_1^2 + x_2^2)^{0.25} [\sin^2(50(x_1^2 + x_2^2)^{0.1}) + 1.0],$$

$$-100 \leq x_1 \leq 100,$$

$$F_4 = (4 - 2.1x_1^2 + \frac{x_1^4}{3})x_1^2 + x_1x_2 + (-4 + 4x_2^2)x_3^2,$$

$$-100 \leq x_i \leq 100, \\ F_5 = 0.5 - \frac{\sin^2 \sqrt{x_1^2 + x_2^2} - 0.5}{(1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2))^2},$$

$$-100 \leq x_i \leq 100, \\ F_6 = \sum_{i=1}^5 \text{integer}(x_i), -5.12 \leq x_i \leq 5.12.$$

表 1 本文方法与文献[4]方法比较

Table 1 Results compared with reference [4]

函数	全局极值	文献[4]算法			本文算法		
		最劣解	最优率/(%)	均值	最劣解	最优率/(%)	均值
F_1	0	6.04×10^{-6}	95	4.35×10^{-8}	2.05×10^{-21}	99	1.27×10^{-23}
F_2	-0.5134	-0.5116	95	-0.5133	-0.5134	100	-0.5134
F_3	0	1.69×10^{-8}	80	4.54×10^{-10}	2.05×10^{-19}	98	5.22×10^{-22}
F_4	-1.316	-0.2154	30	-0.7564	-0.9210	95	-1.295
F_5	1.00	0.9903	42	0.9985	0.9903	95	1
F_6	-30	-29	98	-30	-30	100	-30

从表 1 可以看出:

1) 当优化变量搜索范围较小时 (F_1, F_2), 本文算法与文献[4]算法结果接近; 但当优化变量搜索范围较大时, 本文算法的各项性能大大优于文献[4]算法。

2) 当优化变量的个数较多时 (F_6), 由于混沌优化依然存在组合爆炸的问题, 故在搜索次数较少时, 就有可能出现失真的情形。而遗传算法具有的本质并行性和巧妙的编码结构, 使得其在处理多变量优化问题时依然有效。

3) 从最优率可以看出, 遗传混沌优化组合方法能以相当的频率收敛到全局最优值。

5 结语(Conclusion)

本文提出了一种新型的搜索优化方法——遗传混沌优化组合方法。它充分利用遗传算法和混沌优化方法的各自优点, 在优化的过程中不断缩小优化变量的搜索空间, 不断加深优化变量的搜索精度, 搜索的效率和精度都较高。本文提供了在优化中运用的一种思路, 即根据不同优化算法的特点, 把不同的算法结合使用。本文方法简单易用, 编程方便, 是一种很有潜力的优化方法, 并通过仿真实例表明了本

文方法运用于连续对象优化的有效性。

参考文献(References)

- [1] Chen K M. Nonlinear Programming [M]. Shanghai: Fudan University Press, 1991
- [2] Pan Z J, Kang L S and Chen Y P. Evolution Algorithm [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1998
- [3] Li B and Jiang W S. Chaos optimization method and its application [J]. Control Theory and Applications, 1997, 14(4): 613-615
- [4] Zhang T, Wang H W and Wang Z C. Mutative scale chaos optimization algorithm and its application [J]. Control and Decision, 1999, 14(3): 285-287
- [5] Qian F C, Fei C H and Wan B W. A hybrid algorithm for finding global minimum [J]. Information and Control, 1998, 27(3): 232-235
- [6] Michalewicz Z and Schoenauer M. Evolutionary algorithms for constrained parameter optimization problems [J]. Evolutionary Computation, 1996, 1(4): 1-32

本文作者简介

李亚东 1976 年生, 上海交通大学自动化研究所研究生, 研究方向为预测控制、非线性控制和智能控制。

李少远 1965 年生, 教授, 研究领域为预测控制, 模糊控制, 自适应控制理论与应用。Email: syli@mail.sjtu.edu.cn