文章编号: 1000-8152(2002)02-0304-05

# 高速磁悬浮机床主轴的离散变结构控制

### 刘迎澍

(天津大学电气自动化与能源工程学院·天津,300072)

摘要:研究了高速磁悬浮机床主轴的变结构控制,建立了考虑切削过程的主轴-磁轴承系统动力学模型,并以 磁轴承为控制对象,设计了离散变结构控制器来抑制主轴振动.仿真结果表明,变结构控制律对于阶跃、冲击及切 削等扰动具有很强的抑制能力,对系统模型摄动及复杂加工过程具有良好的适应能力.

关键词:磁悬浮轴承;机床主轴;高速切削过程;变结构控制

文**献标**识码:A

# Discrete Time Variable Structure Control of High Speed AMB-Milling Spindle

### LIU Yingshu

(School of Electrical Automation and Energy Engineering, Tianjin University • Tianjin, 300072, P. R. China)

Abstract: This paper deals with the variable structure control of high speed milling spindle supported by active magnetic bearings (AMB-spindle). The plant model consists of electromagnetic actuators, spindle dynamics and high speed cutting process. The discrete time variable structure controller (VSC) is designed to attenuate the spindle vibration caused by the cutting process and other disturbances. Simulations show that the VSC strategy is robust against external disturbances and model perturbation. In comparison with the PID controllers, the VSC also enables a satisfactory dynamic performance to be achieved in terms of variation in depth of cut.

Key words: magnetic bearing; milling spindle; high speed cutting process; variable structure control

### 1 引言(Introduction)

高速切削是先进制造技术的重要发展方向,其 迅速发展在很大程度上得益于轴承技术的飞跃,近 年来发展起来的新型高性能轴承一磁悬浮轴承,具 有转速高、刚度好、可靠性高、动特性可调以及便于 在线监控等优点,在该领域具有广泛的应用前景<sup>[1]</sup>. 80年代以后,国际上相继出现了以可控磁轴承为支 承件的主轴单元,但至今为止,磁悬浮机床主轴所采 用的控制方法仍限于 PID 控制和最优控制,这些方 法虽易于实现,对外界扰动的鲁棒性却较差,而高速 切削过程本身就存在许多不确定因素,这些因素对 系统的稳定性构成了巨大的潜在威胁<sup>[2]</sup>.因此,在磁 悬浮主轴的主动控制算法方面仍有待进一步研究. 目前已有许多学者致力于磁轴承的鲁棒控制研 究<sup>[3~5]</sup>,但将其用于磁悬浮主轴的范例却很少,为 此,本文研究了变结构控制在磁悬浮主轴中的应用, 以铣削过程作为外界扰动,通过对磁轴承实施变结 构控制来抑制主轴的振动。

## 传感器 前轴承 推力轴承 电机 后轴承 主轴 图 1 磁悬浮机床主轴结构图 Fig. 1 Structure of the AMB-milling spindel

## 2 磁悬浮主轴系统动力学建模(Plant model of AMB spindle system)

图 1 为磁悬浮机床主轴的结构示意图. 忽略刀 具柔性时, 主轴可简化为图 2 所示的刚性轴. 图中  $F_{dx}$ 和 $F_{dy}$ 为切削力,  $F_{rx}$ ,  $F_{ry}$ ,  $F_{lx}$ 和 $F_{ly}$ 分别为两个 向心磁轴承作用在 X, Y方向上的电磁合力,  $\phi_1$ 和 $\phi_2$ 为主轴相对于 X 轴和 Y 轴的转角, Z 轴为旋转轴,  $\Omega$ 为转速, O 为主轴质心. 图 3 为磁轴承的结构示意 图,  $\alpha$  为磁极与坐标轴之间的夹角,  $\Delta$  为气隙.

磁轴承的鲁棒控制研

收稿日期:2000-03-13;收修改稿日期:2000-11-06.







图 3 磁轴承示意图 Fig. 3 Structure of the magnetic bearing 磁轴承在单自由度方向的电磁力为

$$F = k_i i + k_s \delta. \tag{1}$$

式中, *i* 为控制电流; δ 为轴承力作用处主轴相对于 平衡位置的偏移量; *k<sub>i</sub>* 和 *k<sub>s</sub>* 分别为磁轴承的力-电流 参数和力-位移参数,其表达式为:

$$k_{t} = \mu_{0} N^{2} A I_{0} \cos \alpha / \Delta_{0}^{2},$$

$$k_{s} = \mu_{0} N^{2} A I_{0}^{2} \cos \alpha / \Delta_{0}^{3}.$$
(2)

式中, $\mu_0$ 为空气磁导率;N为定子线圈重数;A为磁极面积; $I_0$ 和 $\Delta_0$ 分别为磁轴承的偏置电流和标准 气隙.

令 x<sub>c</sub>, y<sub>c</sub> 为 O 点相对于平衡位置的偏移量,则 主轴系统的动力学方程可表示为

$$m\ddot{x}_{c} = F_{1x} + F_{rx} + F_{dx},$$
  

$$m\ddot{y}_{c} = F_{1y} + F_{ry} + F_{dy},$$
  

$$J\dot{\phi}_{1} + J_{z}\Omega\dot{\phi}_{2} = -aF_{1y} + bF_{ry} + (b+c)F_{dy},$$
  

$$J\dot{\phi}_{2} - J_{z}\Omega\dot{\phi}_{1} = aF_{1x} - bF_{rx} - (b+c)F_{dx}.$$
(3)

其中, m 为主轴质量;  $J_x$ 和J分别为主轴的极转动惯 量及直径方向转动惯量. 令  $Y = [\delta_x \quad \delta_y]^T$ 表示刀具 在 X和Y方向的偏移量,综合以上各式得到考虑切 削扰动时主轴-磁轴承系统的状态方程

$$X = AX + Bu + Dd,$$
  

$$Y = CX,$$
  
式 中, X =  $[x^{T} \dot{x}^{T}]^{T}$  为 状 态 向 量; x =

 $[x_{c} \ y_{c} \ \phi_{1} \ \phi_{2}]^{T}; u = [i_{1x} \ i_{1y} \ i_{re} \ i_{r}]^{T}$ 为控 制向量;  $d = [F_{dx} \ F_{dy}]^{T}$ 为外界扰动,状态方程中 的矩阵详见文献[6].

3 变结构控制器设计(Variable structure controller design)

考虑切削过程的磁悬浮主轴闭环系统如图 4 所示。忽略外界扰动时,将系统式(4)离散化并定义如下简约型变结构系统<sup>[7]</sup>

$$X(k+1) = \boldsymbol{\Phi} X(k) + \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{u},$$

 $s = C_{\mathcal{X}}, X \in \mathbb{R}^{8}, u \in \mathbb{R}^{4}, s \in \mathbb{R}^{4}.$  (5)

当系统状态可观时,变结构控制可通过寻求切换函 数和构造控制器两个步骤来实现.



图 4 主轴-磁轴承闭环系统框图

Fig. 4 Block diagram of the AMB milling spindle system

变结构系统的切换函数采用二次型最优法确 定,优化指标为

$$J = \int_0^\infty X^{\mathsf{T}} Q X \mathrm{d}t, \qquad (6)$$

式中

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{C}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{C}.\tag{7}$$

对照式(4)可见,式(6)是以刀具偏移量的平方和为 优化指标的.

变结构控制律由相互独立的线性部分  $u_L$  和非 线性部分  $u_N$  组成,即

$$u(X) = u_{L}(X) + u_{N}(X).$$
 (8)

1) 线性部分.

将Φ,Γ和Q分块

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{11} & \boldsymbol{\Phi}_{12} \\ \boldsymbol{\Phi}_{21} & \boldsymbol{\Phi}_{22} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}_1 \\ \boldsymbol{\Gamma}_2 \end{bmatrix}, \boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Q}_{11} & \boldsymbol{Q}_{12} \\ \boldsymbol{Q}_{21} & \boldsymbol{Q}_{22} \end{bmatrix},$$
切换函数可表示为

$$\boldsymbol{C_s} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_1 & \boldsymbol{C}_2 \end{bmatrix}$$

变结构控制律的线性部分为

 $u_{L} = -\Gamma_{2}^{-1}[(F + GK)X_{1} + (G - \Phi^{*})X_{2}]. \quad (9)$ 式中

> $K = C_2^{-1}C_1,$   $E = \Phi_{11} - \Phi_{12}K,$   $F = KE - \Phi_{22}K + \Phi_{21},$  $G = K\Phi_{12} + \Phi_{22}.$

式(9)中 Φ\* 取

$$\mathbf{\Phi}^* = \text{diag}[\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4], \ \mu_1 < 0.$$

2) 非线性部分.

由李雅普诺夫方程

$$V\Phi^* + \Phi^{\star \mathsf{T}}V = -2I_4,$$

确定一正定阵 V, 令

$$N = (\Phi_1 C_2)^{-1} V, M = V,$$

代人式(14)中,得到

$$u_{\rm N}(X) = -\rho \frac{\Phi_1 C_2 V(KX_1 + X_2)}{\|V(KX_1 + X_2)\|}.$$
 (10)

其中ρ为常数,其取值影响变结构系统的动态特性, ρ越大,系统响应速度越快,但ρ太大会引起抖振, 从而导致系统失稳,在设计控制器时需对该参数进 行反复调节.

### 4 计算机仿真(Computer simulation)

以下用计算机仿真来验证该算法的有效性,并 将其控制效果与传统的 PID 控制相比较,仿真中的 系统参数如表1 所示:



表 1 主轴-磁轴承系统仿真参数表 Table 1 The simulation parameters of the

spindle-magnetic bearing system

m/kg	a/mm	b/men	c/mm	∆₀/mm	<i>N/</i> 匝	<i>I</i> <sub>0</sub> /A	a/(°)	µ <sub>0</sub> ∕√Vs• Am <sup>− 1</sup>
9.8	250	150	100	0.5	400	3	22.5	$4\pi \times 10^{-7}$

4.1 动态性能仿真(Dynamic performance simulation) 当外界扰动为冲击力和阶跃力时,变结构控制 和 PID 控制下系统的动态响应分别如图 5 和图 6 所 示,对比可知,变结构控制下系统响应的振幅收敛很

快,而 PID 控制的阻尼特性则较差。

为进一步考察变结构控制器的鲁棒性,在主轴 端部增加了附加质量(约为主轴质量的15%),图7 和图8分别为两种控制律下的系统动态响应.与图5 和图6对比可见,虽然增加质量后主轴系统自身特性 发生了变化,但变结构控制的动态性能并无明显变 化,这表明该方法对于系统模型摄动具有较强的适应 能力.相比之下,PID 控制器对于模型摄动的鲁棒性 则较差,系统的动特性在增加质量后进一步恶化.



图 5 变结构控制下系统冲击及阶跃响应 Fig. 5 Impulse and step responses of the VSC system



图 6 PID 控制下系统冲击及阶跃响应 Fig. 6 Impulse and step responses of the PID control system



表 2 切削仿真参数表

Table 2 Cutting process parameters

	500	刀具半径/mm	20
主轴转速/r·min <sup>-1</sup>	12000	刀具齿数	2

图 9 和图 10 分别为恒定切厚和变切厚时的铣 削过程仿真.对比可见,恒定切厚时,两种控制器的 控制效果无明显差别.而在变切厚情况下,变结构控 制系统在切厚变化瞬间的动态性能明显优于 PID 控 制器.这表明,变结构控制器在磁悬浮主轴系统处于 复杂加工条件下的控制性能明显优于 PID 控制器.



图 8 PID控制下系统冲击及阶跃响应(附加质量后) Fig. 8 Impulse and step responses of the PID control system (with extra mass)



5 结论(Conclusion)

本文研究了变结构控制在高速磁悬浮机床主轴 中的应用,建立了磁悬浮主轴系统动力学模型,以磁 轴承为控制对象,设计了离散变结构控制器,仿真研 究表明:



1)采用变结构控制器的主轴系统在外扰动作
 用下呈现良好的动态性能,在系统特性发生变化时
 的控制效果明显优于 PID 控制器.

 当主轴系统承受切削扰动时,两种控制器在 (下转第 310 页) 它们有相似之处,但也有独特之处.陈关荣证明了系统(1)与 Lorenz 系统和 Rossler 系统均不拓扑等价. Chen's 吸引子的定性分析如分岔,通向混沌的途径等可见文献[9].而混沌吸引子的特征量是研究吸引子的一个十分重要的方面,本文利用定义和小数据量方法计算了 Chen's 吸引子的全部 Lyapunov 指数和 Lyapunov 维数,由最小二乘法同时回归计算出关联维数和  $K_2$  熵.这从数值实验上有力地证实了 Chen's 吸引子是一个新的混沌吸引子.

### 参考文献(References)

- Chen G and Lai D. Feedback anticontrol of discrete-chaos [J]. Int.
   J. of Bifur. Chaos, 1998,8(7):1585 1590
- [2] Chen G and Ueta T. Yet another Chaotic attractor [J] Int. J of Bifur. Chaos, 1999,9(6):1465 - 1466
- [3] Wang Xiaofan. Chen's attractor a new Chaotic attractor [J]. Control Theory and Applications, 1999,16(5):779 (in Chinese)
- [4] Rosenstein M T, Collins J J and de Luca C J. A practical method for

(上接第 307 页)

恒定切厚时的控制效果无明显差别,但在变切厚切 削时,变结构控制器的控制效果则明显强于 PID 控 制器。

以上结果表明,当磁悬浮主轴处于复杂加工工 况时,变结构控制器是非常合适的选择,因此具有十 分广泛的工程应用前景.

### 参考文献(References)

- Dussaux M. The industrial applications of the active magnetic bearings technology [A]. 2nd International Symposium on Magnetic Bearing [C], Tokyo 1990, 33 - 38
- [2] Bleuler H, Gahley C, Herzog R, et al Application of digital signal processors for industrial magnetic bearings [J]. IEEE Trans. Control Systems Technology, 1994,2(4):280 - 289
- [3] Oguch K and Okada K. Contactless starting and positioning of a steel

calculating largest Lyapunov exponents from small data sets [J], Physica D, 1993,65(1):117-134

- [5] Wolf A, Swift J B, Swinney H L, et al. Determining Lyapunov exponents from a time series [J]. Physica D, 1985, 16:285
- [6] Grassberger P and Procaccia I. Measuring the strangness of strange attractors [J]. Physica D, 1983, 9:189 - 208
- [7] Abraham N B, Albano A M, Das B, et al Calculating the dumension of attractors from small data sets [J] Phys. Lett A, 1986, 114:217
- [8] Chen Shihua and Lu Jun'an. Introduction to Chaotic Dynamics [M].
   Wuhan: Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering Press, 1998 (in Chanese)
- [9] Chen G and Ueta T. Bifurcation of Chen's equation [J] Int J. Bifur. Chaos, 2000, 10(8): 1917 - 1931

### 本文作者简介

陆君安 1945年生,教授,博士生导师,从事混沌控制与同步、 复杂系统建模及偏独分方程数值计算方面的研究,

**吕金虎** 1974 年生,博士研究生,从事混沌时间序列,动力系统 及非线性控制系统的研究。

陈士华 1961 年生,博士,副教授,从事非线性科学研究。

ball in single-axis magnetic suspension device by variable structure control [A]. 3rd International Symposium on Magnetic Bearing [C], Washington, 1992, 60 ~ 69

- [4] Nonami K and Yamaguchi H. Robust control of magnetic bearing systems by means of sliding mode control [A]. 3rd International Symposium on Magnetic Bearing [C], 1992,537 - 546
- [5] Nonami K, Wang J W, Sampei M, et al. Active vibration control of a flexible rotor using H<sub>∞</sub> control theory [J]. JSME International *Journal*, Series C, 1992,35(3):393 - 399
- [6] Liu Y S, Huang T, Zhang D W. Vanable structure control of high speed AMB-milling spindle [A]. 3rd Junior Conf. of China Mechanical Engineering Academy [C], Beijing, 1998 (in Chinese)
- [7] Gao W B. Theory and Design of Variable Structure Control [M]. Beijing: Science Press, 1996 (in Chinese)

#### 本文作者简介

刘迎澍 1971年生,工学博士,主要从事振动、噪声主动控制及 汽车、摩托车电子方面的研究。