第 19 卷第 4 期
2002 年 8 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol.19 No.4
Aug. 2002

文章编号：1000-8152(2002)04-05-0532

线性时滞系统输入-输出能量解耦的时滞相关条件*

毛维杰，褚　健
（工业控制技术国家重点实验室 浙江大学先进控制研究所，杭州 310027）

摘要：提出一种针对具有时变时滞的线性时滞系统的输入-输出能量解耦方法，即从输入-输出的能量关系上实现近似解耦，使得任何一个输入的能量主要控制对应的一个输出的能量，对其它输出能量的影响尽可能小．这种方法采用了时滞系统研究中的时滞相关研究方法，得出的结论相对于时滞无关的结论具有较少的保守性．

关键词：线性时滞系统；时变时滞；解耦控制；近似解耦

中图分类号：TP13　　　**文献标识码**：A

Delay-dependent conditions for input-output energy decoupling of linear delayed systems

MAO Wei-jie, CHU Jian
(National Lab of Industrial Control Technology, Institute of Advanced Process Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: This paper presents an input-output energy decoupling method for linear systems with time-varying delay. It is an approximate decoupling method, under which the energy of every input controls mainly the energy of a corresponding output and influences the energy of the other outputs as weakly as possible. With delay-dependent approach, the results will be less conservative than those with delay-independent approach.

Key words: linear delayed systems; time-varying delay; non-interacting control; approximate decoupling

1　引言(Introduction)

在众多的解耦方法中，有两大系列的方法在过去的几十年中占据主导地位，产生了深远而持久的影响．其一是围绕 Morgan 问题的一系列方法，如 Falb 与 Wolovich 的矩阵方法[1]，Morse 与 Wonham 的几何方法[2]，Descusse 的结构化方法[3]等．这些方法均属于全解耦方法．这种基于精确对消的解耦方法，遇到被控对象的任何一点摄动，都会导致解耦性的破坏，这是上述方法的主要缺陷．其二是以 Rosenbrock 为代表的现代频域法[4,5]，将经典的 Nyquist 稳定判据推广到了多输入多输出系统，其设计目标是被控对象的对角优势化而非对角化，从而可以在很大程度上避免全解耦方法的缺陷．这是一种近似解耦方法．

已有学者尝试把解耦控制方法推广到时滞系统中，但基本上都是 Morgan 问题在时滞系统中的适当延伸，如 Sename 等[6,7]．这些方法研究的仅仅是具有同率定常时滞的线性时滞系统，并基于算子空间给出了相应的结果．由于复杂的算子理论的引入使得其结论形式好看，计算却非常复杂．从解耦的时间特性上来看，解耦控制又能分为动态解耦与静态解耦．从控制效果上来看，当然动态解耦比较理想，但其设计与实现的代价比较高．特别是针对时滞系统，动态解耦往往意味着控制器的非因果性．本文试图寻找一种折衷的方法，即从输入-输出的能量关系上实现近似解耦，使得任何一个输入的能量主要控制对应的一个输出的能量，对其它输出能量的影响尽可能小，因此称之为输入-输出能量解耦方法．考虑到实际系统中的时滞一般都是有界的，这种方法采用了时滞系统研究中的时滞相关研究方法，得出的结论相对于时滞无关的结论具有较少的保守性．

2　问题的提出(Problem formulation)

考虑如下具有时变时滞的线性时滞系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_0x(t) + A_1x(t-h(t)) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t) + Du(t), \\ x(t) = \Phi(t), t \in [-\mu, 0). \end{cases} \tag{1}$$

* 基金项目：国家自然科学基金(60004002,69934030)资助项目．

收稿日期：2000-07-14；收修改稿日期：2001-05-28．

其中 $x(t)\in\mathbb{R}^n, u(t)\in\mathbb{R}^m, y(t)\in\mathbb{R}^m$ 分别为系统状态，输入与输出，$m\leqslant n, A_0, A_1, B, C, D$ 分别为具有相应维数的定常矩阵，且 $\det D\neq 0$. $\Phi(t)$ 是一个连续的矢量初值函数，$h(t)$ 表示系统的时变时滞，且 $0<h(t)\leqslant\mu<\infty, \dot h(t)\leqslant d<1, \mu, d$ 均为常数.寻求状态反馈与输入变换控制率

$$u(t)=Fx(t)+Gv(t),\tag{2}$$

使得闭环系统

$$\begin{cases}\dot x(t)=(A_0+BF)x(t)+A_1x(t-h(t))+BGv(t),\\ y(t)=(C+DF)x(t)+DGv(t)\end{cases}\tag{3}$$

的任何一个输入的能量主要控制对应的一个输出的能量，而对其它输出能量的影响尽可能小，其中 $v(t)\in\mathbb{R}^m$ 为变换后新的系统输入，F, G 分别为具有相应维数的定常矩阵.上述输入-输出能量解耦过程可归纳为:寻求 $F\in\mathbb{R}^{m\times n}, G\in\mathbb{R}^{m\times m}$, 满足

$$\begin{cases}\int_0^\tau y_i^{\mathrm T}(t)v_i(t)\mathrm dt\geqslant\alpha_i\int_0^\tau v_i^{\mathrm T}(t)v_i(t)\mathrm dt,\\ \forall\tau\geqslant 0,\ v_j=0(j\neq i),\ i=1,2,\cdots,m,\end{cases}\tag{4}$$

$$\begin{cases}\int_0^\tau \hat y_i^{\mathrm T}(t)\hat y_i(t)\mathrm dt\leqslant\beta_i\int_0^\tau v_i^{\mathrm T}(t)v_i(t)\mathrm dt,\\ \forall\tau\geqslant 0,\ v_j=0(j\neq i),\ i=1,2,\cdots,m.\end{cases}\tag{5}$$

其中 $\hat y_i(t)\in\mathbb{R}^{m-1}$ 表示 $y(t)$ 中除 $y_i(t)$ 分量外的所有其它分量组成的向量，α_i, β_i 为给定的正常数.

本文的输入-输出能量解耦思想参照了 Rosenbrock 的对角优势化方法的近似解耦思想，具体的求解过程可归纳为对条件(4),(5)的求解.考虑到系统的稳定性是系统设计中的首要目标，因此下面提出的能量解耦条件将同时保证闭环系统的渐近稳定性.

定义 1　对于具有时变时滞的线性时滞系统(1)，如果存在矩阵 F, G，满足条件(4),(5)，且闭环系统渐近稳定，则称该系统为输入-输出能量$(\alpha,\beta\mid F, G)$解耦的.

3 主要结果(Main results)

对于具有时变时滞的线性时滞系统(1)，如果其本身是渐近稳定的，则(2)式可简化为仅具输入变换部分，即 $u(t)=Gv(t)$. 此时，闭环系统(3)变为

$$\begin{cases}\dot x(t)=A_0x(t)+A_1x(t-h(t))+BGv(t),\\ y(t)=Cx(t)+DGv(t).\end{cases}\tag{6}$$

定理 1　具有时变时滞的线性时滞系统(1)为输入-输出能量$(\alpha,\beta\mid 0, G)$解耦的，如果存在矩阵 $X_i, Y_i>0, X_{ij}, Y_{ij}>0, i=1,2,\cdots,m, j=1,2,3$, 满足

$$\begin{bmatrix} R_X & X_iA_0^{\mathrm T} & X_iA_1^{\mathrm T} & 0 & Bg_i-X_iC_i^{\mathrm T}\\ A_0X_i & -X_{i1} & 0 & 0 & 0\\ A_1X_i & 0 & -(1-d)X_{i2} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -X_{i3} & Bg_i\\ g_i^{\mathrm T}B^{\mathrm T}-C_iX_i & 0 & 0 & g_i^{\mathrm T}B^{\mathrm T} & 2\alpha_i-(D_ig_i+g_i^{\mathrm T}D_i^{\mathrm T})\end{bmatrix}<0,\tag{7}$$

$$R_X=X_i(A_0+A_1)^{\mathrm T}+(A_0+A_1)X_i+\mu^2A_1(X_{i1}+X_{i2}+X_{i3})A_1^{\mathrm T},\tag{8}$$

$$\begin{bmatrix} R_Y & Y_iA_0^{\mathrm T} & Y_iA_1^{\mathrm T} & 0 & Bg_i & Y_i\hat C_i^{\mathrm T}\\ A_0Y_i & -Y_{i1} & 0 & 0 & 0 & 0\\ A_1Y_i & 0 & -(1-d)Y_{i2} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -Y_{i3} & Bg_i & 0\\ g_i^{\mathrm T}B^{\mathrm T} & 0 & 0 & g_i^{\mathrm T}B^{\mathrm T} & -\beta_i^{\frac12}I & g_i^{\mathrm T}\hat D_I^{\mathrm T}\\ \hat C_iY_i & 0 & 0 & 0 & \hat D_ig_i & -\beta_i^{\frac12}I\end{bmatrix}<0,\tag{9}$$

$$R_Y=Y_i(A_0+A_1)^{\mathrm T}+(A_0+A_1)Y_i+\mu^2A_1(Y_{i1}+Y_{i2}+Y_{i3})A_1^{\mathrm T}.\tag{10}$$

其中 $g_i\in\mathbb{R}^m$ 表示 G 的 i 列，$\hat C_i\in\mathbb{R}^{(m-1)\times n}$ 表示 C 中除 C_i 行外的所有其它行向量组成的矩阵，$\hat D_i\in\mathbb{R}^{(m-1)\times m}$ 表示 D 中除 D_i 行外的所有其它行向量组成的矩阵.

证　基于系统(6)的每一个输入 $v_i(t)$，系统(6)可分解为下述子系统

$$\begin{aligned}&\dot x_i(t)=A_0x_i(t)+A_1x_i(t-h(t))+Bg_iv_i(t),\\ &y_i(t)=Cx_i(t)+Dg_iv_i(t),\\ &\qquad i=1,2,\cdots,m.\end{aligned}$$

根据线性系统的叠加原理，$y=y_1+y_2+\cdots+y_m$. 由于在以下的推导过程中都是针对某个特定子系统，为描述方便(否则下标太复杂)，将省去 x_i, y_i 的下标.利用 Leibniz-Newton 公式，对于 $t\geqslant h(t)$,

$$x(t-h(t))=x(t)-\int_{-h(t)}^0\dot x(t+\theta)\mathrm d\theta=$$

$$x(t)-\int_{-h(t)}^0[A_0x(t+\theta)+A_1x(t-h(t)+\theta)+Bg_iv_i(t+\theta)]\mathrm d\theta.$$

上述子系统可等价为

$$\dot x(t)=(A_0+A_1)x(t)-\int_{-h(t)}^0A_1[A_0x(t+\theta)+A_1x(t-$$

$$h(t)+\theta)+Bg_iv_i(t+\theta)]\mathrm{d}\theta+Bg_iv_i(t),$$
$$y(t)=Cx(t)+Dg_iv_i(t),$$
$$x(t)=\Psi(t),t\in[-2\mu,0).$$

其中 $\Psi(t)$ 是一个连续的矢量初值函数.构造二次函数

$$V_i(t,x)=x^{\mathrm T}(t)P_ix(t)+M_i(t,x),$$
$$M_i(t,x)=\int_{-u}^0[\int_{t+\theta}^t x^{\mathrm T}(s)P_{i1}x(s)\mathrm{d}s+\int_{t-h(t)+\theta}^t x^{\mathrm T}(s)P_{i2}x(s)\mathrm{d}s+\int_{t+\theta}^t v_i^{\mathrm T}(s)P_{i3}v_i(s)\mathrm{d}s]\mathrm{d}\theta,$$
$$\dot M_i(t,x)=\mu x^{\mathrm T}(t)(P_{i1}+P_{i2})x(t)+\mu v_i^{\mathrm T}(t)P_{i3}v_i(t)-\int_{-\mu}^0[x^{\mathrm T}(t+\theta)P_{i1}x(t+\theta)+(1-\dot h(t))x^{\mathrm T}(t-h(t)+\theta)P_{i2}x(t-h(t)+\theta)+v_i^{\mathrm T}(t+\theta)P_{i3}v_i(t+\theta)]\mathrm{d}\theta,$$
$$W_i(t,x)=x^{\mathrm T}(t)Q_ix(t)+N_i(t,x),$$
$$N_i(t,x)=\int_{-\mu}^0[\int_{t+\theta}^0 x^{\mathrm T}(s)Q_{i1}x(s)\mathrm{d}s+\int_{t-h(t)+\theta}^t x^{\mathrm T}(s)Q_{i2}x(s)\mathrm{d}s+\int_{t+\theta}^t v_i^{\mathrm T}(s)Q_{i3}v_i(s)\mathrm{d}s]\mathrm{d}\theta,$$
$$\dot N_i(t,x)=\mu x^{\mathrm T}(t)(Q_{i1}+Q_{i2})x(t)+\mu v_i^{\mathrm T}(t)Q_{i3}v_i(t)-\int_{-\mu}^0[x^{\mathrm T}(t+\theta)Q_{i1}x(t+\theta)+(1-\dot h(t))x^{\mathrm T}(t-h(t)+\theta)Q_{i2}x(t-h(t)+\theta)+v_i^{\mathrm T}(t+\theta)Q_{i3}v_i(t+\theta)]\mathrm{d}\theta.$$

其中 $P_i,Q_i>0,P_{ij},Q_{ij}\geqslant 0,i=1,2,\cdots,m,j=1,2,3.$ 对 $V_i(t,x)$ 求时间导数

$$\dot V_i(t,x)=x^{\mathrm T}(t)[(A_0+A_1)^{\mathrm T}P_i+P_i(A_0+A_1)]x(t)+2x^{\mathrm T}(t)P_iBg_iv_i(t)-\int_{-h(t)}^0 2x^{\mathrm T}(t)P_iA_1[A_0x(t+\theta)+A_1x(t-h(t)+\theta)+Bg_iv_i(t+\theta)]\mathrm{d}\theta+\dot M_i(x,t)\leqslant$$
$$x^{\mathrm T}(t)[(A_0+A_1)^{\mathrm T}P_i+P_i(A_0+A_1)]x(t)+2x^{\mathrm T}(t)P_iBg_iv_i(t)+\mu x^{\mathrm T}(t)P_iA_1(J_{i1}+J_{i2}+J_{i3})A_1^{\mathrm T}P_ix(t)+\dot M_i(x,t)+\int_{-h(t)}^0[x^{\mathrm T}(t+\theta)A_0^{\mathrm T}J_{i1}^{-1}A_0x(t+\theta)+x^{\mathrm T}(t-h(t)+\theta)A_1^{\mathrm T}J_{i2}^{-1}A_1x(t-h(t)+\theta)+v_i^{\mathrm T}(t+\theta)g_i^{\mathrm T}B^{\mathrm T}J_{i3}^{-1}Bg_iv_i(t+\theta)]\mathrm{d}\theta.$$

其中 $J_{ij}>0,i=1,2,\cdots,m,j=1,2,3.$ 令

$$P_{i1}=A_0^{\mathrm T}J_{i1}^{-1}A_0,P_{i2}=\frac{1}{1-d}A_1^{\mathrm T}J_{i2}^{-1}A_1,$$
$$P_{i3}=g_i^{\mathrm T}B^{\mathrm T}J_{i3}^{-1}Bg_i,$$

则有

$$\dot V_i(t,x)-2y_i^{\mathrm T}v_i+2\alpha_iv_i^{\mathrm T}v_i\leqslant$$
$$x^{\mathrm T}(t)[(A_0+A_1)^{\mathrm T}P_i+P_i(A_0+A_1)+\mu P_iA_1(J_{i1}+J_{i2}+J_{i3})A_1^{\mathrm T}P_i+\mu(A_0^{\mathrm T}J_{i1}^{-1}A_0+\frac{1}{1-d}A_1^{\mathrm T}J_{i2}^{-1}A_1)]x(t)+2x^{\mathrm T}(t)(P_iBg_i-C_i^{\mathrm T})v_i(t)+v_i^{\mathrm T}(t)(\mu g_i^{\mathrm T}B^{\mathrm T}J_{i3}^{-1}Bg_i+2\alpha_iI-D_ig_i-g_i^{\mathrm T}D_i^{\mathrm T})v_i(t)\leqslant$$
$$\begin{bmatrix}x(t)\\v_i(t)\end{bmatrix}^{\mathrm T}S\begin{bmatrix}x(t)\\v_i(t)\end{bmatrix}.$$

其中

$$S=\left[\begin{array}{c:c}S_1 & P_iBg_i-C_i^{\mathrm T}\\ \hdashline g_i^{\mathrm T}B^{\mathrm T}P_i-C & \begin{array}{c}\mu g_i^{\mathrm T}B^{\mathrm T}J_{i3}^{-1}Bg_i+\\2\alpha_iI-(D_ig_i+g_i^{\mathrm T}D_i^{\mathrm T})\end{array}\end{array}\right],$$
$$S_1=(A_0+A_1)^{\mathrm T}P_i+P_i(A_0+A_1)+\mu P_iA_1(J_{i1}+J_{i2}+J_{i3})A_1^{\mathrm T}P_i+\mu(A_0^{\mathrm T}J_{i1}^{-1}A_0+\frac{1}{1-d}A_1^{\mathrm T}J_{i2}^{-1}A_1).$$

令 $X_i=P_i^{-1},X_{i1}=\frac{1}{\mu}J_{i1},X_{i2}=\frac{1}{\mu}J_{i2},X_{i3}=\frac{1}{\mu}J_{i3}$,则当条件(7),(8)成立时,经过简单变换就有

$$\dot V_i(t,x)-2y_i^{\mathrm T}v_i+2\alpha_iv_i^{\mathrm T}v_i\leqslant 0.$$

对其从 0 到 τ 积分,利用零初始条件,可以得到

$$V_i(\tau,x(\tau))-\int_0^\tau(2y_i^{\mathrm T}v_i-2\alpha_iv_i^{\mathrm T}v_i)\mathrm{d}t\leqslant 0.$$

因此,对所有 $\tau\geqslant 0$,总有

$$\int_0^\tau y_i^{\mathrm T}v_i\mathrm{d}t\geqslant\alpha_i\int_0^\tau v_i^{\mathrm T}v_i\mathrm{d}t.$$

同理可得

$$\dot W_i(t,x)\leqslant$$
$$x^{\mathrm T}(t)[(A_0+A_1)^{\mathrm T}Q_i+Q_i(A_0+A_1)]x(t)+2x^{\mathrm T}(t)Q_iBg_iv_i(t)+\mu x^{\mathrm T}(t)Q_iA_1(K_{i1}+K_{i2}+K_{i3})A_1^{\mathrm T}Q_ix(t)+\dot N_i(x,t)+\int_{-h(t)}^0[x^{\mathrm T}(t+\theta)A_0^{\mathrm T}K_{i1}^{-1}A_0x(t+\theta)+x^{\mathrm T}(t-h(t)+\theta)A_1^{\mathrm T}K_{i2}^{-1}A_1x(t-h(t)+\theta)+v_i^{\mathrm T}(t+\theta)g_i^{\mathrm T}B^{\mathrm T}K_{i3}^{-1}Bg_iv_i(t+\theta)]\mathrm{d}\theta.$$

其中 $K_{ij}>0,i=1,2,\cdots,m,j=1,2,3.$ 令

$$Q_{i1}=A_0^{\mathrm T}K_{i1}^{-1}A_0,Q_{i2}=\frac{1}{1-d}A_1^{\mathrm T}K_{i2}^{-1}A_1,$$
$$Q_{i3}=g_i^{\mathrm T}B^{\mathrm T}K_{i3}^{-1}Bg_i,$$

则有

$$\dot{W}_i(t,x)-\beta_i^{\frac{1}{2}}v_i^{\mathrm{T}}v_i+\beta_i^{-\frac{1}{2}}\hat{y}_i^{\mathrm{T}}\hat{y}_i \leqslant \begin{bmatrix} x(t) \\ v_i(t) \\ \beta_i^{-\frac{1}{2}}\hat{y}_i \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} T \begin{bmatrix} x(t) \\ v_i(t) \\ \beta_i^{-\frac{1}{2}}\hat{y}_i \end{bmatrix}.$$

其中

$$T = \begin{bmatrix} T_1 & Q_iBg_i & \hat{C}_i^{\mathrm{T}} \\ g_i^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}Q_i & \mu g_i^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}K_{i3}^{-1}Bg_i-\beta_i^{\frac{1}{2}}I & g_i^{\mathrm{T}}\hat{D}_i^{\mathrm{T}} \\ \hat{C}_i & \hat{D}_i g_i & -\beta_i^{\frac{1}{2}}I \end{bmatrix},$$

$$T_1 = (A_0+A_1)^{\mathrm{T}}Q_i+Q_i(A_0+A_1)+\mu Q_iA_1(K_{i1}+K_{i2}+K_{i3})A_1^{\mathrm{T}}Q_i+\mu\Big(A_0^{\mathrm{T}}K_{i1}^{-1}A_0+\frac{1}{1-d}A_1^{\mathrm{T}}K_{i2}^{-1}A_1\Big).$$

令 $Y_i = Q_i^{-1}, Y_{i1} = \frac{1}{\mu}K_{i1}, Y_{i2} = \frac{1}{\mu}K_{i2}, Y_{i3} = \frac{1}{\mu}K_{i3}$，则当条件(9),(10)成立时,经过简单变换就有

$$\dot{W}_i(\tau,x) - \beta_i^{\frac{1}{2}}v_i^{\mathrm{T}}v + \beta_i^{-\frac{1}{2}}\hat{y}_i^{\mathrm{T}}\hat{y}_i \leqslant 0.$$

对其从 0 到 τ 积分,利用零初始条件,可以得到

$$W_i(\tau,x(\tau))+\int_0^{\tau}(\beta_i^{-\frac{1}{2}}\hat{y}_i^{\mathrm{T}}\hat{y}_i-\beta_i^{\frac{1}{2}}v_i^{\mathrm{T}}v_i)\mathrm{d}t \leqslant 0.$$

因此,对所有 $\tau \geqslant 0$, 总有

$$\int_0^{\tau}\hat{y}_i^{\mathrm{T}}\hat{y}_i\mathrm{d}t \leqslant \beta_i\int_0^{\tau}v_i^{\mathrm{T}}v_i\mathrm{d}t.$$

另外,当 $v(t) = 0$ 时,把二次函数 $V_i(t,x)$ 或 $W_i(t,x)$ 作为 Lyapunov 函数,很容易验证,

$$\dot{V}_i(t,x) < 0,\ \dot{W}_i(t,x) < 0,$$

即条件(7),(8)或(9),(10)可保证系统渐近稳定.定理得证.

对于具有时变时滞的线性时滞系统(1),如果其本身是不稳定的,一种比较简单的输入-输出能量解耦方法是,先通过状态反馈镇定系统(1),然后再按照上节方法设计输入变换矩阵实现能量解耦.这样分步设计的结果是,由于没有充分利用状态反馈资源,可能导致设计的保守性,即本来可以通过状态反馈和输入变换实现输入-输出能量解耦的系统,按照上述方法,有可能未必实现解耦.下面考虑同时具有状态反馈和输入变换的能量解耦问题.

定理 2　具有时变时滞的线性时滞系统(1)为输入-输出能量 $(\alpha,\beta\mid F,G)$ 解耦的,如果存在矩阵 Z 及矩阵 $X > 0, X_{ij}, Y_{ij} > 0, i = 1,2,\cdots,m, j = 1,2,3$, 满足

$$\begin{bmatrix} R_X & XA_0^{\mathrm{T}} & XA_1^{\mathrm{T}} & 0 & Bg_i - XC_i^{\mathrm{T}} - Z^{\mathrm{T}}D_i^{\mathrm{T}} \\ A_0X & -X_{i1} & 0 & 0 & 0 \\ A_1X & 0 & -(1-d)X_{i2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -X_{i3} & Bg_i \\ g_i^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} - C_iX - D_iZ & 0 & 0 & g_i^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} & 2\alpha_i - (D_ig_i + g_i^{\mathrm{T}}D_i^{\mathrm{T}}) \end{bmatrix} < 0, \tag{11}$$

$$R_X = X(A_0 + A_1)^{\mathrm{T}} + (A_0 + A_1)X + Z^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} + BZ + \mu^2A_1(X_{i1} + X_{i2} + X_{i3})A_1^{\mathrm{T}}, \tag{12}$$

$$\begin{bmatrix} R_Y & XA_0^{\mathrm{T}} & XA_1^{\mathrm{T}} & 0 & Bg_i & X\hat{C}_i^{\mathrm{T}} + Z^{\mathrm{T}}\hat{D}_i^{\mathrm{T}} \\ A_0X & -Y_{i1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_1X & 0 & -(1-d)Y_{i2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{i3} & Bg_i & 0 \\ g_i^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & g_i^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} & -\beta_i^{\frac{1}{2}}I & g_i^{\mathrm{T}}\hat{D}_i^{\mathrm{T}} \\ \hat{C}_iX + \hat{D}_iZ & 0 & 0 & 0 & \hat{D}_ig_i & -\beta_i^{\frac{1}{2}}I \end{bmatrix} < 0, \tag{13}$$

$$R_Y = X(A_0 + A_1)^{\mathrm{T}} + (A_0 + A_1)X + Z^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} + BZ + \mu^2A_1(Y_{i1} + Y_{i2} + Y_{i3})A_1^{\mathrm{T}}. \tag{14}$$

其中 $g_i \in \mathbb{R}^m$ 表示 G 的 i 列, $\hat{C}_i \in \mathbb{R}^{(m-1)\times n}$ 表示 C 中除 C_i 行外的所有其它行向量组成的矩阵, $\hat{D}_i \in \mathbb{R}^{(m-1)\times m}$ 表示 D 中除 D_i 行外的所有其它行向量组成的矩阵.且状态反馈矩阵为

$$F = ZX^{-1}. \tag{15}$$

证　将定理 1 应用于闭环系统(3),令 $X_i = Y_i = X, i = 1,2,\cdots,m, Z = FX$, 即得本定理.

4　实例(Illustrative example)

考虑具有时变时滞的线性时滞系统(1),其中

$$A_0 = \begin{bmatrix} -0.4 & 1.0 & 0 \\ 0.2 & 0.3 & -0.2 \\ 0 & 0.5 & -1.0 \end{bmatrix},\ A_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0.6 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0.3 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.5 \\ 0.5 & 1.0 \\ 0 & 0.6 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.8 & 0 \\ 0.6 & 1.0 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.2 \\ 0.2 & 0.7 \end{bmatrix},\ h(t) = 0.25 + 0.25 * \cos(t).$$

本例中系统开环不稳定,可利用定理2结论求解.由已知条件可得 $\mu = 0.5$,取 $\alpha_1 = \alpha_2 = 1.0, \beta_1 = \beta_2 = 1.0$,求解线性矩阵不等式(11)和(13),可得

$$F = \begin{bmatrix} -2.3239 & -1.5254 & 0.5517 \\ -0.1638 & -1.0183 & -0.8692 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} 6.0657 & -2.7004 \\ -1.6084 & 4.7968 \end{bmatrix}.$$

为验证上述结果的效果,对闭环系统进行仿真研究,系统经状态反馈和输入变换后的阶跃响应如图1所示.由图可见,闭环系统渐近稳定且具有良好的解耦效果.

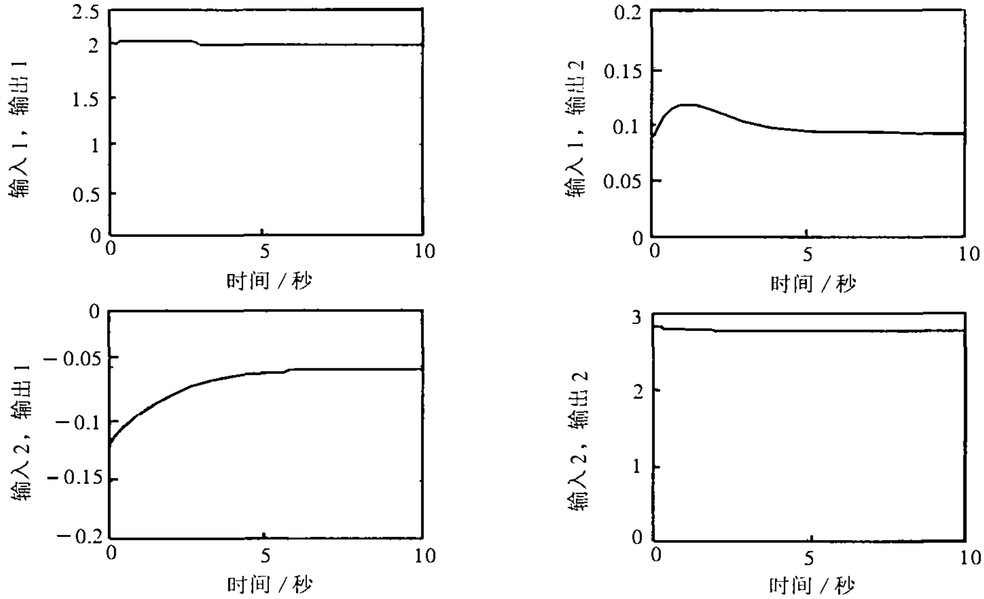

图1 实例系统经状态反馈和输入变换后的阶跃响应

Fig. 1 Step response of example with state feedback and input transformation

5 结论(Conclusions)

本文提出了针对具有时变时滞的线性时滞系统输入-输出能量解耦的时滞相关方法,该解耦方法把降低系统的输入-输出能量关联性作为首要目标,不但克服了传统的精确解耦方法对模型摄动的敏感性,而且物理概念清楚,易于为现场工程师理解和接受.虽然从理论上讲,系统的任何输入可与任何输出解耦,这是耦合多变量系统的特点.但是,针对实际对象,其输入输出之间总有比较恰当的,或者说现场工程师比较倾向的配对关系.我们可以预先作好这种配对,然后再应用本文的解耦方法,则效果更佳.输入-输出能量解耦方法兼有静态解耦与动态解耦的优点,特别适用于时滞系统的解耦控制问题.本文的结论均由LMI描述,目前LMI的解法已非常成熟,这些不等式可直接由Matlab的LMI工具箱求解.

参考文献(References)

[1] Falb P L, Wolovich W A. Decoupling in the design and synthesis of multivariable control systems [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1967,12(6):651 - 659

[2] Morse A S, Wonham W M. Status of noninteracting control [J]. IEEE Trans. Automat. Control,1971,16(6):568 - 581

[3] Descusse J, Lafay J F, Malabre M. Solution to Morgan's problem [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1988, 33(8):732 - 739

[4] Rosenbrock H H. The stability of multivariable systems [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1972,17(1):105 - 107

[5] Rosenbrock H H. Computer Aided Control System Design [M]. New York: Academic Press,1974

[6] Sename O, Rabah R, Lafay J F. Decoupling without prediction of linear systems with delays: a structured approach [J]. Systems & Control Letters, 1995,25(3):387 - 395

[7] Sename O, Lafay J F. Decoupling of square linear systems with delays [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1997, 42(5): 736 - 742

[8] Morgan B S. The synthesis of linear multivariable systems by state-variable feedback [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1964,9(5): 405 - 411

本文作者简介

毛维杰 见本刊2002年第1期第148页.

褚 健 见本刊2002年第1期第108页.