

永磁同步电动机的混沌特性及其反混沌控制*

张波¹, 李忠², 毛宗源²

(1. 华南理工大学 电力学院, 广州 510640; 2. 华南理工大学 自动控制工程系, 广州 510640)

摘要: 永磁同步电动机在一定工作情况下将呈现出混沌运动. 而在其非混沌工作区, 通过在永磁同步电动机系统中增加一个线性控制项, 则将使原本稳定的永磁同步电动机系统呈现出混沌行为, 即实现了系统的混沌化或反混沌控制. 为此本文全面地研究了永磁同步电动机混沌及其反混沌控制特性, 这为永磁同步电动机混沌运动的抑制或利用打下了重要的研究基础.

关键词: 永磁同步电动机; 混沌; 反混沌控制

中图分类号: TM301.2 **文献标识码:** A

Anti-control of its chaos and chaos characteristics in the permanent-magnet synchronous motors

ZHANG Bo¹, LI Zhong², MAO Zong-yuan²

(1. Electrical Power College, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China;

2. Department of Automatic Control Engineering, South China University of Technology, Guangzhou, 510640, China)

Abstract: Under certain conditions, there exist chaos in permanent magnet synchronous motors. By means of designing a simple linear controller, the PMSM system will also exhibit chaotic behavior in its stable operational regions, which is known as anti-control of chaos or chaotification. Therefore this paper studies the chaotic characteristics and its anti-control of chaos of permanent magnet synchronous motors, which establishes an important research basis for restraint and utilization of chaotic behavior of permanent magnet synchronous motors.

Key words: permanent-magnet synchronous motor; chaos; anti-control of chaos

1 引言(Introduction)

在文献(1)的研究中, 推导出永磁同步电动机混沌运动模型, 探讨了永磁同步电动机的混沌运动机理. 在文献(2)研究中进一步应用 Lyapunov 指数说明了永磁同步电动机呈现混沌行为的运行条件. 从目前的研究结果看, 混沌现象对永磁同步电动机运行是“有害的”, 但也可能是“有益的”. 对于“有害的”混沌现象, 通过适当的控制(如 OGY 方法、纳入轨道和强迫迁徙法)技术可以实现抑制或消除^[1]. 而对于“有益的”的混沌现象, 一是可以利用永磁同步电动机固有的混沌运动, 来提高系统的运行性能; 二是可以通过反混沌控制(anti-control of chaos)或混沌化(chaotification)技术^[2,3], 在永磁同步电动机非混沌(或稳定的)运动状态中有意地创造出混沌现象, 来实现系统某些特殊性能或达到超常规性能的要求.

为此, 本文的研究分为两个部分: 一是在前期的

研究基础上^[1,4,5], 通过求特征指数、平衡点及应用 Lyapunov 稳定性判别方法, 分析永磁同步电动机在一定运行条件下的固有混沌运动, 以确定其工作范围; 二是在前者研究的基础上, 在永磁同步电动机非混沌的(或稳定的)运动状态中, 研究它的反混沌控制, 探讨永磁同步电动机反混沌控制技术和特性, 以提高永磁同步电动机的控制性能. 由于目前非线性系统反混沌控制尚属一个新的研究领域, 因而永磁同步电动机反混沌控制又是本文的研究重点.

2 永磁同步电动机混沌特性研究(Study on chaotic characteristics of permanent magnet synchronous motors)

2.1 永磁同步电动机固有混沌运动条件(Conditions for inherent chaos of permanent magnet synchronous motors)

由文[1]可得永磁同步电动机混沌运动模型如下:

* 基金项目: 国家自然科学基金(50177008)和广东省自然科学基金(011652)资助项目.

收稿日期: 2000-05-17; 收修改稿日期: 2001-12-11.

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{i}_d}{d\tilde{t}} = -b\tilde{i}_d + \tilde{\omega}\tilde{i}_q + \tilde{U}_d, \\ \frac{d\tilde{i}_q}{d\tilde{t}} = -\tilde{i}_q - \tilde{\omega}\tilde{i}_d + \gamma\tilde{\omega} + \tilde{U}_q, \\ \frac{d\tilde{\omega}}{d\tilde{t}} = \sigma(\tilde{i}_q - \tilde{\omega}) + \varepsilon\tilde{i}_d\tilde{i}_q - \tilde{T}_L. \end{cases} \quad (1)$$

其中

$$b = \frac{L_q}{L_d}, \quad \gamma = -\frac{\Psi_r}{kL_q}, \quad \sigma = \frac{\beta\tau}{J},$$

$$\varepsilon = \frac{n_p b \tau^2 k^2 (L_d - L_q)}{J},$$

$$\tilde{u}_d = \frac{1}{R_1 k} u_d, \quad \tilde{u}_q = \frac{1}{R_1 k} u_q, \quad \tilde{T}_L = \frac{\tau^2}{J} T_L.$$

\tilde{U}_d, \tilde{U}_q 相应于电机的输入电压。

令式(1)微分项为零,它的平衡状态的解可由以下多项式代数方程决定

$$\tilde{\omega}^3 + \frac{\tilde{T}_L}{\sigma}\tilde{\omega}^2 + (\tilde{U}_d - \gamma + 1)\tilde{\omega} + \frac{\tilde{T}_L}{\sigma} - \tilde{U}_q = 0, \quad (2)$$

$$\tilde{i}_d = \tilde{\omega}^2 + \frac{\tilde{T}_L}{\sigma}\tilde{\omega} + \tilde{U}_d, \quad (3)$$

$$\tilde{i}_q = \tilde{\omega} + \frac{\tilde{T}_L}{\sigma}. \quad (4)$$

根据 Lyapunov 稳定性分析间接法,由式(2),(3)和(4)所确定的平衡点对应的 Jacobian 矩阵为

$$\begin{bmatrix} \frac{d\tilde{i}_d/d\tilde{t}}{d\tilde{i}_d} & \frac{d\tilde{i}_d/d\tilde{t}}{d\tilde{i}_q} & \frac{d\tilde{i}_d/d\tilde{t}}{d\tilde{\omega}} \\ \frac{d\tilde{i}_q/d\tilde{t}}{d\tilde{i}_d} & \frac{d\tilde{i}_q/d\tilde{t}}{d\tilde{i}_q} & \frac{d\tilde{i}_q/d\tilde{t}}{d\tilde{\omega}} \\ \frac{d\tilde{\omega}/d\tilde{t}}{d\tilde{i}_d} & \frac{d\tilde{\omega}/d\tilde{t}}{d\tilde{i}_q} & \frac{d\tilde{\omega}/d\tilde{t}}{d\tilde{\omega}} \end{bmatrix} = \begin{matrix} \tilde{i}_d = \tilde{i}_d^{eq} \\ \tilde{i}_q = \tilde{i}_q^{eq} \\ \tilde{\omega} = \tilde{\omega}^{eq} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & \tilde{\omega}^{eq} & \tilde{i}_q^{eq} \\ -\tilde{\omega}^{eq} & -1 & -\tilde{i}_d^{eq} + \gamma \\ 0 & \sigma & -\sigma \end{bmatrix}. \quad (5)$$

式中 $\tilde{i}_d^{eq}, \tilde{i}_q^{eq}$ 和 $\tilde{\omega}^{eq}$ 分别表示平衡点的解。

进一步可得式(5)的特征方程为

$$D(\lambda) = \lambda^3 + (2 + \sigma)\lambda^2 + [1 + 2\sigma + \sigma(\tilde{i}_d^{eq} - \gamma) + (\tilde{\omega}^{eq})^2]\lambda + \sigma[1 + \tilde{i}_q^{eq}\tilde{\omega}^{eq} + \tilde{i}_d^{eq} - \gamma + (\tilde{\omega}^{eq})^2]. \quad (6)$$

研究特征方程 $D(\lambda)$ 就可判断均匀气隙永磁同步电动机平衡点是否在 Lyapunov 意义下的稳定性,从而确定其出现 Hopf 分叉的条件。

根据均匀气隙永磁同步电动机不同的运行工况和运行条件,以下分为几种情况进行研究。

$$2.1.1 \quad \tilde{u}_d = \tilde{u}_q = \tilde{T}_L = 0.$$

由式(6)可得,若永磁同步电动机满足以下参数关系

$$\gamma = \gamma_h = \frac{\sigma(\sigma + 4)}{\sigma - 2}. \quad (7)$$

当 $\gamma = \gamma_h$, 永磁同步电动机将发生 Hopf 分叉;当 $\gamma > \gamma_h$, 永磁同步电动机将出现混沌运动。

$$2.1.2 \quad \tilde{U}_q = \tilde{T}_L = 0, \tilde{U}_d \neq 0.$$

则由式(6)可知,当永磁同步电动机工作情况为以下条件

$$\tilde{U}_d = \tilde{U}_{dh} = \frac{\sigma^2 - \gamma\sigma + 4\sigma + 2\gamma}{2 - \sigma} \quad (8)$$

时,永磁同步电动机将发生 Hopf 分叉;而当 $\tilde{U}_d > \tilde{U}_{dh}$ 时, Hopf 分叉将出现不稳定,永磁同步电动机将进入混沌状态。

$$2.1.3 \quad \tilde{U}_d \neq 0, \tilde{U}_q \neq 0 \text{ 和 } \tilde{T}_L \neq 0.$$

同理由式(6)可得,当永磁同步电动机参数和平衡点间满足以下关系式

$$\begin{aligned} \sigma\tilde{i}_q^{eq}\tilde{\omega}^{eq} &= 2 + 4\sigma + (\sigma^2 + \sigma)(\tilde{i}_d^{eq} - \gamma) + \\ &2\tilde{\omega}^{eq^2} + 2\sigma^2 \end{aligned} \quad (9)$$

时,永磁同步电动机方程将出现 Hopf 分叉;进而运行状态超出此范围时,将进入混沌状态。

2.2 仿真分析(Simulation analyses)

根据式(7),(8),(9)的混沌运动条件,可以通过仿真方法直观地观察到永磁同步电动机在一定运行情况下的混沌现象。给定的永磁同步电动机基本参数如下: $L_d = L_q = 14.25\text{mH}$; $R = 0.9\Omega$; $\Psi_r = 0.031\text{Nm/A}$; $n_p = 1$; $J = 4.7 \times 10^{-5}\text{kgm}^2$; $\beta = 0.0162\text{N/rad/s}$ 。仿真结果如图 1,2,3 所示,图 1,2,3 分别对应于式(7),(8),(9)的混沌运动条件。

3 永磁同步电动机系统反混沌控制(Anti-chaotic control of permanent magnet synchronous motors)

3.1 永磁同步电动机反混沌控制系统(Anti-chaos control system of permanent magnet synchronous motors)

考虑加上一个控制项,永磁同步电动机有如下形式的数学模型(其原模型见[1]):

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{i}_d}{d\tilde{t}} = -\tilde{i}_d + \tilde{\omega}\tilde{i}_q, \\ \frac{d\tilde{i}_q}{d\tilde{t}} = -\tilde{i}_q - \tilde{\omega}\tilde{i}_d + \gamma\tilde{\omega} + u, \\ \frac{d\tilde{\omega}}{d\tilde{t}} = \sigma(\tilde{i}_q - \tilde{\omega}). \end{cases} \quad (10)$$

这里 γ, σ 为常数且不在混沌域中, u 为线性控制器,

有如下形式:

$$u = k_1 \tilde{i}_d + k_2 \tilde{i}_q + k_3 \tilde{\omega}, \quad (11)$$

k_1, k_2 和 k_3 为待定常数.

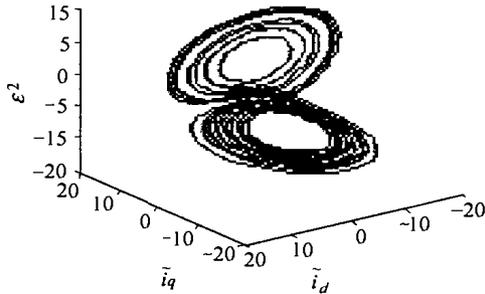


图1 式(7)下的混沌吸引子

Fig. 1 Chaotic attractor under equation (7)

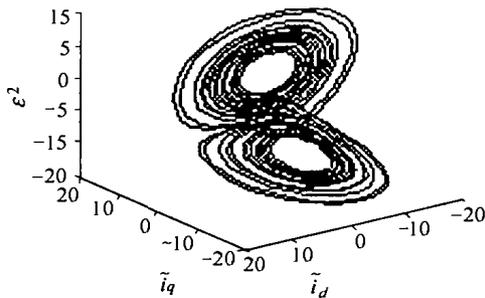


图2 式(8)下的混沌吸引子

Fig. 2 Chaotic attractor under equation (8)

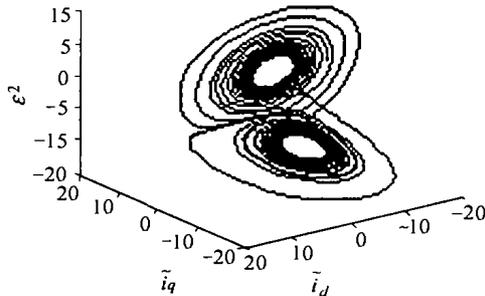


图3 式(9)下的混沌吸引子

Fig. 3 Chaotic attractor under equation (9)

式(10)在 (x, y, z) 取值的 Jacobian 矩阵为

$$J_{x,y,z} = \begin{pmatrix} -1 & z & y \\ k_1 - z & k_2 - 1 & k_3 + \gamma - x \\ 0 & \sigma & -\sigma \end{pmatrix}. \quad (12)$$

式(10)的平衡点可由下列方程组解得

$$\begin{cases} -\tilde{i}_d + \tilde{\omega} \tilde{i}_q = 0, \\ k_1 \tilde{i}_d + (k_2 - 1) \tilde{i}_q - \tilde{\omega} \tilde{i}_d + (k_3 + \gamma) \tilde{\omega} = 0, \\ \sigma(\tilde{i}_q - \tilde{\omega}) = 0. \end{cases} \quad (13)$$

显然, 原点 $(0, 0, 0)$ 为一平凡的不动点, 由式(13)可以解出另外的平衡点为

$$\tilde{i}_q = \tilde{\omega} = \frac{1}{2} k_1 \pm \frac{1}{2} \sqrt{k_1^2 + 4(\gamma + k_2 + k_3 - 1)},$$

$$\tilde{i}_d = \tilde{i}_q^2 = \tilde{\omega}^2.$$

Jacobian 矩阵(12)在原点取值所求得特征值与 k_1 无关, 故可设 $k_1 = 0$. 要进一步求 k_2 和 k_3 的取值, 可使(12)在两个非平凡的平衡点取值, 有一个简单的选取: $k_2 = 1 + \gamma, k_3 = \sigma$, 则控制为

$$u = (1 + \gamma) \tilde{i}_q + \sigma \tilde{\omega}. \quad (14)$$

这样就可以将非混沌的永磁同步电动机系统引入如下受控的永磁同步电动机系统:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{i}_d}{d\tilde{t}} = -\tilde{i}_d + \tilde{\omega} \tilde{i}_q, \\ \frac{d\tilde{i}_q}{d\tilde{t}} = \gamma \tilde{i}_q - \tilde{\omega} \tilde{i}_d + (\gamma + \sigma) \tilde{\omega}, \\ \frac{d\tilde{\omega}}{d\tilde{t}} = \sigma(\tilde{i}_q - \tilde{\omega}). \end{cases} \quad (15)$$

3.2 反混沌控制系统运动特性 (Characteristics of anti-chaos control system)

这里取参数为 $\sigma = 5.46$ 与前相同, $\gamma = 3$, 可以看到未加控制的永磁同步电动机系统是稳定的, 如图4所示; 而加上线性控制项后, 系统呈现出混沌行为, 其混沌吸引子与 Chen's 吸引子非常相似^[2,3], 如图5所示. 当 $\gamma = 2$ 时的混沌吸引子如图5所示. 可以看出通过加上控制项后, 选取不同的参数系统可以产生非常复杂的混沌行为, 与[1]中的原系统的混沌吸引子比较, 这里的混沌吸引子的拓扑结构不是拓扑等价的. 这里需要注意的是, 这个控制项的选取并不保证总是能出现混沌行为.

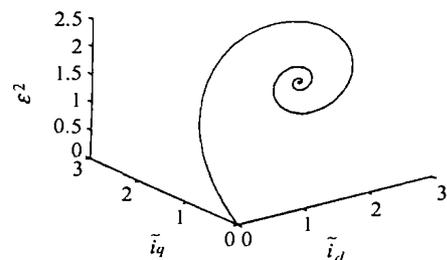


图4 未加控制的 PMSM 系统

Fig. 4 Uncontrolled PMSM system

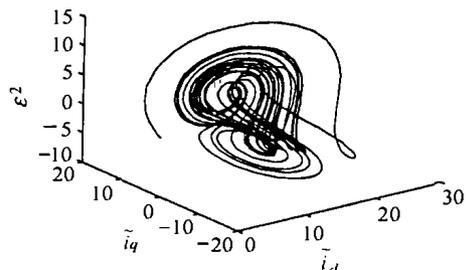


图5 chaos of PMSM 反混沌系统

Fig. 5 Anti-controlled PMSM system

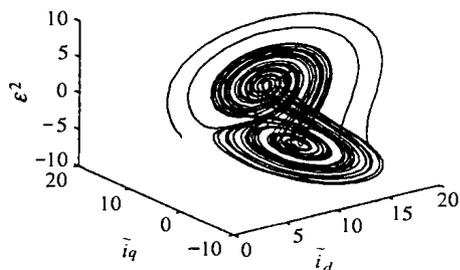


图 6 混沌吸引子 ($\gamma=2$)
Fig. 6 Chaotic attractor for $\gamma=2$

4 结论(Conclusions)

本文讨论永磁同步电动机的混沌运动特性,可以看到,通过适当地调节系统的某些参数,系统可以从稳定运行、极限环到出现混沌运动,通过数学推导,并且给出了混沌运动的条件和范围.为进一步利用永磁同步电动机混沌特性,在永磁同步电动机非混沌运动范围,通过施加一个线性控制器,可使其呈现出混沌行为,从而有可能通过反混沌控制提高永磁同步电动机性能.而永磁同步电动机反混沌控制所得到的新的混沌吸引子,具有与其混沌运动区得到的混沌吸引子完全不同的拓扑结构,这个新的吸引子值得进一步深入地研究.

参考文献(References)

- [1] Zhang Bo, Li Zhong, Mao Zongyuan, et al. The numerical algorithm of Poincare map and its application to the analysis of the chaotic phenomenon in permanent-magnet synchronous motors [J]. Control Theory and Applications, 2001, 18(5): 796 - 800 (in Chinese)
- [2] Chen Guanrong, Ueta T. Yet another chaotic attractor [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1999, 9(7): 1465 - 1466
- [3] Chen Guanrong. On feedback control of chaotic dynamic system [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1992, 2(11): 407 - 411
- [4] Li Zhong, Zhang Bo, Mao Zongyuan. Strange attractors in permanent-magnet synchronous motors [A]. IEEE 1999 International Conference on Power Electronics and Drive Systems [C]. Hong Kong, 1999, 150 - 155
- [5] Zhang Bo, Li Zhong, Mao Zongyuan, et al. Analyzing chaotic phenomenon in permanent-magnet synchronous motors with Lyapunov exponent and capacity dimension [J]. Control Theory and Applications, 2001, 18(4): 589 - 592 (in Chinese)

本文作者简介

张 波 见本刊 2002 年第 1 期第 57 页.
李 忠 见本刊 2002 年第 1 期第 57 页.
毛宗源 见本刊 2002 年第 1 期第 57 页.