

非线性 Hammerstein 系统辨识的动态分离方法*

袁廷奇, 刘文江

(西安交通大学 自控系, 西安 710049)

摘要: 利用同幅值的 M 序列和逆 M 序列作为输入信号, 对 Hammerstein 模型中的线性动态部分进行分离处理, 通过辨识得到一个线性动态模型. 基于此线性模型, 依据系统的测量输出重构出系统的中间输入. 最后由系统的测试输入和中间输入估计出非线性部分的参数. 仿真结果表明本方法的有效性.

关键词: Hammerstein 模型; 系统辨识; 中间输入; 动态分离

中图分类号: TP11

文献标识码: A

Identification of Hammerstein model based on dynamical separation technology

YUAN Ting-qi, LIU Wen-jiang

(Department of Automatic Control, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: By using two different pseudo-random binary signals (PRBS) as the system input, the linear dynamical part of the Hammerstein system can be separated by simple algebraic operations. So the parameters of the linear part can be identified. Then the intermediate input between the nonlinear part and linear part is reconstructed by using observed output based on the estimated linear part. Finally, the nonlinear element is identified by using the test input signal and the reconstructed intermediate input. The effectiveness of the proposed algorithm is demonstrated by simulation examples.

Key words: Hammerstein model; system identification; intermediate input; dynamical separation

1 引言(Introduction)

自从 Narendra 和 Gallman 提出 Hammerstein 模型(以下简称 H 模型)以来^[1], 由于其结构简单又能有效地描述动态系统的非线性特性, H 模型的辨识问题长期以来一直引起极大的关注^[2-5]. 以往的算法通常是同时估计非线性部分的参数和线性动态, 线性部分的辨识常受非线性估计误差的影响, 结果线性参数估计的一致性无法得到保证. 本文通过利用同幅值的 M 序列和逆 M 序列作为系统输入信号, 有效地分离掉 H 系统的非线性特性, 通过辨识得到一个线性化模型. 基于此线性模型, 依据系统的测量输出重构出系统的中间输入. 并由系统的测试输入和中间输入估计出非线性部分的参数. 因此, 线性部分的辨识独立于非线性部分, 线性参数估计具有一致性.

2 问题的描述(Problem description)

H 模型描述的非线性系统是由一个无记忆的非线性元素和一个动态线性环节以串联形式构成的, 如图 1 所示.



图 1 Hammerstein 系统模型
Fig. 1 Hammerstein system model

$r(t)$, $y(t)$ 和 $v(t)$ 分别是测试输入, 系统输出和噪声. $u(t)$ 是中间输入信号, 既是线性动态的输入又是非线性部分的输出, 实际过程中是不可测量的.

假设非线性部分可描述为如下的多项式的形式

$$u = f(r) = \sum_{i=0}^q \alpha_i r^i. \quad (1)$$

这里 $\alpha_i, i = 0, 1, \dots, q$ 为多项式的系数, $q > 0$ 为整数且 $\alpha_0 = 1$.

设线性部分的输入输出关系可描述为

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + v(t). \quad (2)$$

其中

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}, \quad (3)$$

* 基金项目: 国家自然科学基金(69874030)资助项目.

收稿日期: 2000 - 03 - 03; 收修改稿日期: 2001 - 05 - 15.

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + \cdots + b_m z^{-m}. \quad (4)$$

这里 $y(t)$ 为系统输出, $u(t)$ 为中间输入. $v(t)$ 是均值为零的白噪声.

对系统作如下假设:

A1) 测试输入信号为具有概率同分布的随机白噪声.

A2) 系统的 n, m 和 q 的上界已知.

A3) $A(z^{-1})$ 是稳定多项式, $A(z^{-1})$ 和 $B(z^{-1})$ 互质且 $B(1) \neq 0$.

3 线性动态部分的辨识算法 (Identification algorithm of linear dynamical part)

令 $r_1(t), r_2(t)$ 为幅值是 U 的 M 序列和逆 M 序列, 则有

$$r_1(t) = Uf_1(t), \quad (5)$$

$$r_2(t) = Uf_2(t). \quad (6)$$

这里 $f_1(t), f_2(t)$ 表示单位 M 序列和单位逆 M 序列. 因此, 有如下关系:

$$[r_j(t)]^i = U^i [f_j(t)]^{(i-2[\frac{i}{2}])}, \quad j=1, 2, \quad i=0, 1, \dots, q. \quad (7)$$

其中 $[\frac{i}{2}]$ 表示 $\frac{i}{2}$ 的整数部分.

由(1)和(2)式可得

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1}) \sum_{i=0}^q \alpha_i r^i(t) + v(t). \quad (8)$$

分别将(5)和(6)两式代入(8)式, 并考虑到(7)式的关系有

$$A(z^{-1})y_1(t) = \alpha_0 B(z^{-1}) + B(z^{-1}) \sum_{i=1}^{\frac{q}{2}} \alpha_{2i-1} U^{2i-1} f_1(t) + B(z^{-1}) \sum_{i=1}^{\frac{q}{2}} \alpha_{2i} U^{2i} + v_1(t), \quad (9)$$

$$A(z^{-1})y_2(t) = \alpha_0 B(z^{-1}) + B(z^{-1}) \sum_{i=1}^{\frac{q}{2}} \alpha_{2i-1} U^{2i-1} f_2(t) + B(z^{-1}) \sum_{i=1}^{\frac{q}{2}} \alpha_{2i} U^{2i} + v_2(t), \quad (10)$$

这里设 q 是偶数, 如果 q 是奇数, 可令 $\alpha_q = 0, v_1(t), v_2(t) \in \{v(t)\}$ 并假设其相互独立. 由(9)式减(10)式可得

$$A(z^{-1})\Delta y(t) = B(z^{-1}) \sum_{i=1}^{\frac{q}{2}} \alpha_{2i-1} U^{2i-1} \Delta f(t) + \Delta v(t). \quad (11)$$

这里

$$\begin{cases} \Delta y(t) = y_1(t) - y_2(t), \\ \Delta f(t) = f_1(t) - f_2(t), \\ \Delta v(t) = v_1(t) - v_2(t). \end{cases} \quad (12)$$

记
$$p = \sum_{i=1}^{\frac{q}{2}} \alpha_{2i-1} U^{2i-1}, \quad (13)$$

和
$$\bar{B}(z^{-1}) = pb_1 z^{-1} + \cdots + pb_m z^{-m} \quad (14)$$

由(13)式可知 p 是一个未知常数. 方程(11)可写成

$$A(z^{-1})\Delta y(t) = \bar{B}(z^{-1})\Delta f(t) + \Delta v(t). \quad (15)$$

定义:

$$h(t) = [-\Delta y(t-1), -\Delta y(t-2), \dots, -\Delta y(t-n), \Delta f(t-1), \Delta f(t-2), \dots, \Delta f(t-m)]^T, \quad (16)$$

$$\theta = [a_1, a_2, \dots, a_n, \bar{b}_1, \bar{b}_2, \dots, \bar{b}_m]^T, \quad (17)$$

其中
$$\bar{b}_i = pb_i, \quad (18)$$

则(15)式可写成

$$\Delta y(t) = h^T(t)\theta + \Delta v(t). \quad (19)$$

基于递推最小二乘法, 可获得线性部分的参数估计

$$\begin{cases} \hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)[\Delta y(t) - h^T(t)\hat{\theta}(t-1)], \\ K(t) = P(t)h(t)[\rho - h^T(t)P(t)h(t)]^{-1}, \\ P(t) = 1/\rho [I - K(t)h^T(t)]P(t-1). \end{cases} \quad (20)$$

定理 1 如果假设条件 A1) ~ A3) 成立, $v_1(t), v_2(t) \in \{v(t)\}$ 是相互独立的白噪声序列, 则用递推最小二乘法(20)辨识的参数(17)是一致的, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\theta}(t) = \theta_0 \quad \text{a.s.} \quad (21)$$

证 由 $\Delta v(t) = v_1(t) - v_2(t)$ 且 $v_1(t), v_2(t) \in \{v(t)\}$ 可知 $\Delta v(t)$ 是零均值的白噪声. 由假设条件 A1) ~ A3), 可采用与文献[6]相似的方法证明.

4 非线性部分参数的估计 (Parameters estimation of the nonlinear part)

由方程(15) ~ (20), 我们得到了一个线性估计模型, 记为

$$\hat{A}_*(z^{-1}) = 1 + \hat{a}_1 z^{-1} + \cdots + \hat{a}_n z^{-n}, \quad (22)$$

$$\hat{\bar{B}}_*(z^{-1}) = \hat{\bar{b}}_1 z^{-1} + \cdots + \hat{\bar{b}}_m z^{-m}. \quad (23)$$

其中 $\hat{\bar{b}}_i = p\hat{\delta}_i, p$ 是常数.

如果 H 系统的线性部分是一个最小相位系统, 则由估计得到的线性部分可以直接构造一逆滤波器 $\hat{A}_*(z^{-1})/\hat{\bar{B}}_*(z^{-1})$ 来复现未知的中间输入. 然而, 采样系统常常可能是非最小相位的. 为此, 我们引入一个 L 延迟近似逆系统, 从而消除了非最小相位的限制.

L 延迟近似逆系统 $Q(z^{-1})$ 满足

$$\hat{B}^*(z^{-1})Q(z^{-1}) \cong z^{-L}. \quad (24)$$

这里 $Q(z^{-1}) = q_0 + q_1z^{-1} + \dots + q_gz^{-g}$. (25)

从方程(24),可得到:

$$q\hat{B}^* = h \cong e_L. \quad (26)$$

其中 \hat{B}^* 是 $(g+1) \times (m+g)$ 阵, q 是 $1 \times (g+1)$ 矢量, h 是 $1 \times (m+g)$ 矢量, e_L 是 $1 \times (m+g)$ 矢量, 其第 L 个元素为 1, 其余为零. 其形式如下:

$$q = [q_0 \quad q_1 \quad \dots \quad q_{g-1} \quad q_g],$$

$$h = [h_1 \quad h_2 \quad \dots \quad h_{m+g}],$$

$$\hat{B}^* = \begin{bmatrix} \hat{b}_0 & \hat{b}_1 & \dots & \dots & \hat{b}_m \\ & \hat{b}_1 & \hat{b}_2 & \dots & \dots & \hat{b}_m \\ & & \vdots & \vdots & \vdots & \\ & & & \hat{b}_1 & \hat{b}_2 & \dots & \dots & \hat{b}_m \end{bmatrix},$$

$$e_L = [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \dots \quad 0].$$

考虑下列指标:

$$J = (q\hat{B}^* - e_L)^T (q\hat{B}^* - e_L). \quad (27)$$

对 q 极小化 J 可得到:

$$q = e_L \hat{B}^{*T} (\hat{B}^* \hat{B}^{*T})^{-1}. \quad (28)$$

延迟 L 的确定是通过在 $[0, m+g]$ 选取极小化 J 的最优值. 而 g 的值可事先给定. 一旦得到 $Q(z^{-1})$ 和 L 的值, 则由测量输出 $y(t)$ 可得重构的中间输入

$$\hat{u}(t-L) = Q(z^{-1})\hat{A}(z^{-1})y(t). \quad (29)$$

取非线性参数估计的测试输入为某一区间上具

有概率同分布的白噪声, 则由(29)式可得数据对序列 $(r(t-i), \hat{u}(t-i), i = L+1, \dots, N)$, N 为所取数据的长度, 由下式

$$\alpha_0 + \alpha_1 r(t-i) + \alpha_2 r(t-i)^2 + \dots + \alpha_q r(t-i)^q = \hat{u}(t-i) \quad (30)$$

用多项式回归方法可以写出正规方程组, 并求解正规方程组可得多项式系数的无偏估计^[7].

几点说明: 1) 由第三部分讨论得到的线性动态, 与实际过程相差一个常数增益, 但在线性系统辨识过程中不影响其参数估计的一致性和辨识精度. 2) 由于辨识得到的线性动态与实际过程相差一个常数倍, 因此, 得到的中间重构输入信号与原信号也相差一个常数倍. 由(30)式, 非线性多项式系数的估计也是其真值的常数倍, 在某一值为确定情况下(如 $\alpha_0 = 1$), 可由此值进行标定. 3) 由(13)式可确定 p , 则 b_i 的估计值很容易确定.

5 仿真结果(Simulation results)

例 1 考虑 H 模型的线性部分为最小相位系统 $y(t) = 0.9y(t-1) + 0.5u(t-1) + 0.4u(t-2) + v(t)$.

非线性部分为

$$u(t) = 1 + 2r(t) - r(t)^2 + 0.2r(t)^3.$$

线性系统辨识的测试输入信号为同幅值的 M 序列和逆 M 序列, 幅值 $U = 1.5$. 非线性参数辨识的测试输入为区间 $[0 \sim 4]$ 上具有概率同分布的白噪声, 线性动态 $(A(z^{-1}), \bar{B}(z^{-1}))$ 的参数估计和非线性部分的估计见图 2. H 模型的参数估计见表 1.

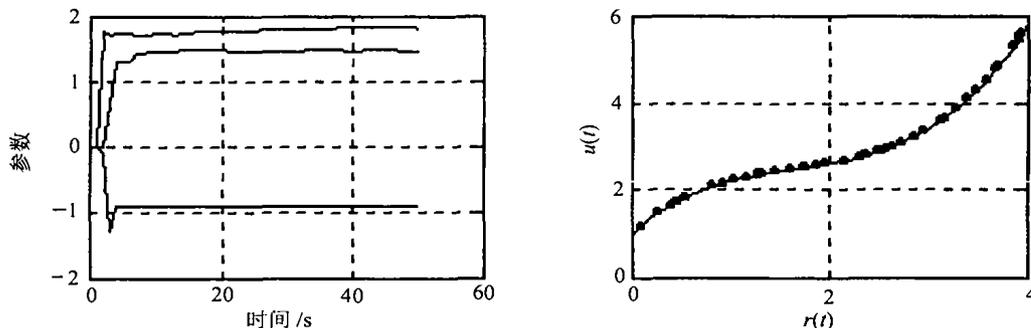


图 2 线性动态和非线性部分的估计结果

Fig. 2 Estimation of linear dynamical part and nonlinear part

表 1 H 模型的参数估计

Table 1 Estimation values of the H model

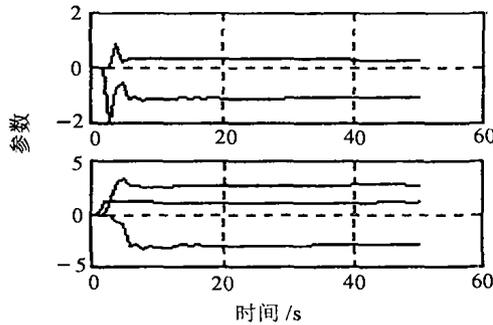
	a_1	b_1	b_2	α_0	α_1	α_2	α_3
真值	-0.9	0.5	0.4	1	2	-1	0.2
估计值	-0.8994	0.5104	0.4099	1	1.9467	-0.9733	0.1951

例 2 考虑 H 模型的线性部分为非最小相位系统

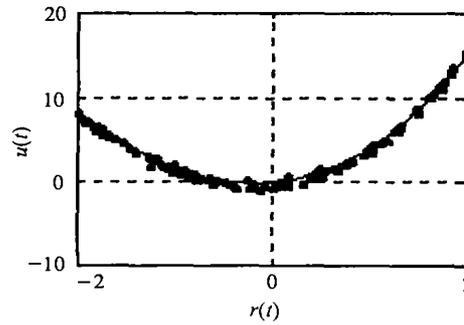
$$y(t) = 1.1y(t-1) - 0.3y(t-2) + u(t-1) + 2.3u(t-2) - 2.48u(t-3) + v(t).$$

非线性部分为

$$u(t) = r(t) + 3r(t)^2 + 0.2r(t)^3.$$



(a) 线性估计



(b) 非线性估计

图 3 线性动态和非线性部分的估计结果

Fig. 3 Estimation of linear dynamical part and nonlinear part

表 2 H 模型的参数估计

Table 2 Estimation values of the H model

	a_1	a_2	b_1	b_2	b_3	α_1	α_2	α_3
真值	-1.1	0.3	1	2.3	-2.48	1	3	0.2
估计值	-1.0863	0.2968	0.9639	2.3164	-2.393	1	2.9583	0.23

6 结论(Conclusion)

通过测试输入信号的设计,有效地将线性动态从 H 模型中分离出来,用最小二乘法辨识得到线性动态模型参数的一致估计.基于此利用逆动态滤波器,重构了系统的中间输入,并根据系统的测试输入序列和重构的中间输入序列,得到非线性部分的参数估计.仿真结果表明所提方法的有效性.本文的方法还可扩展到带有死区及其他无记忆非线性 H 模型的辨识.

参考文献(References)

- [1] Narendra K S, Gallman P G. An iterative method for the identification of nonlinear systems using a Hammerstein model [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1966, 11(6): 546-550
- [2] Chang F H I, Luus R. A noniterative method for identification using Hammerstein model [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1971, 16(4): 464-468
- [3] Stoica P. On the convergence of an iterative algorithm used for Ham-

线性系统辨识的测试输入信号同例 1. 非线性参数辨识的测试输入为区间 $[-2 \sim 2]$ 上具有概率同分布的白噪声,线性动态 $(A(z^{-1}), \bar{B}(z^{-1}))$ 的参数估计和非线性部分的估计见图 3. H 模型的参数估计见表 2.

merstein system identification [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1981, 26(10): 967-969

- [4] Lang Z Q. On identification of the controlled plants described by the Hammerstein model [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1994, 39(3): 569-573
- [5] Sun L, Liu W, Sano A. Least-squares identification of Hammerstein model based on over-sampling schemes [A]. Proceedings of UKACC Control '96 [C]. Exeter, UK, 1996, 240-245
- [6] Ljung L. Consistency of the least squares identification method [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1976, 21(7): 779-781
- [7] Wang Rongxin. Mathematical Statistics [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1986

本文作者简介

袁廷奇 1966 年生, 1993 年于西安交通大学电气学院获硕士学位. 现为西安交通大学自控系博士生. 主要研究方向为最优控制, 系统辨识, 鲁棒控制. Email: etqyuan@ntu.edu.sg

刘文江 1935 年生. 现为西安交通大学自控系教授, 博士生导师, 陕西省仪器仪表学会副理事长. 发表论文 50 多篇, 著作 4 本. 获得多项科研成果奖. 主要研究方向为过程控制, 最优控制.