

一类非线性 MIMO 系统的直接自适应模糊鲁棒控制*

刘国荣, 万百五

(西安交通大学 系统工程研究所, 西安 710049)

摘要: 针对一类未知的非线性 MIMO 系统, 本文提出了一种直接自适应模糊鲁棒控制设计方法. 理论分析和仿真实验都已证明, 该方法确保闭环系统全局稳定, 获得 H_∞ 跟踪性能指标, 外部干扰、模糊逻辑逼近误差和输入对输出的交叉耦合可衰减到给定的水平, 系统鲁棒性好.

关键词: 自适应模糊控制; 非线性 MIMO 系统; H_∞ 控制; 鲁棒控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Direct adaptive fuzzy robust control for a class of nonlinear MIMO systems

LIU Guo-rong, WAN Bai-wu

(System Engineering Institute, Xi'an Jiatong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The direct adaptive fuzzy robust control scheme is proposed for a class of unknown nonlinear MIMO systems in this paper. It has been shown by theory analysis and digital simulation that the scheme guarantees the close-loop system is globally stable and achieves H_∞ tracking performance index, and the influence of external disturbances and fuzzy logic approximation errors and the cross-coupling of inputs to outputs on the tracking error is attenuated to a prescribed level, and robustness of the system is good.

Key words: adaptive fuzzy control; nonlinear MIMO system; H_∞ control; robust control

1 引言(Introduction)

不确定非线性多输入/多输出系统的控制一直是一个难题. 近几年来, 随着模糊控制理论和神经网络技术的发展, 使这一研究领域变得活跃起来^[1~6]. 文[1,2]用模糊逻辑系统逼近未知函数, 提出了一种间接自适应模糊控制方法. 文[3,4]用神经网络来逼近未知函数, 提出了一种间接自适应神经网络控制方法. 然而, 文[1~4]所提出的方法, 都需逼近控制增益矩阵中的每一个未知函数, 导得的结果非常复杂, 实时计算工作量大, 其复杂程度和实时计算工作量与系统维数的平方成正比, 实际应用中难以实现.

本文提出了一种直接自适应模糊鲁棒控制方法. 该方法将模糊控制、 H_∞ 控制和自适应控制结合在一起, 它确保闭环系统全局稳定, 获得 H_∞ 跟踪性能指标, 外部干扰、模糊逻辑逼近误差和输入对输出的交叉耦合对跟踪误差的影响衰减到给定的水平, 系统鲁棒性好. 该方法另一个突出的特点是应用“主导输入”的概念, 将一个 $m \times m$ 维多输入/多输出系

统分解成 m 个单输入/单输出系统进行设计, 简化了设计, 大大降低了闭环系统的复杂程度, 减少了实时计算工作量, 便于工程应用.

2 问题的描述(Problem description)

考虑如下 MIMO 系统:

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ \vdots \\ f_m(x) \end{bmatrix} + G(x) \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_m \end{bmatrix}. \quad (1)$$

式中 $G(x) = \begin{bmatrix} g_{11}(x) & \cdots & g_{1m}(x) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{m1}(x) & \cdots & g_{mm}(x) \end{bmatrix}$ 为控制增益

矩阵, $g_{ij}(x)$, $f_i(x)$, $i, j = 1, 2, \dots, m$, 为未知有界非线性连续函数, d_i , $i = 1, 2, \dots, m$, 为未知有界的外部干扰.

控制目标是: 设计一个自适应模糊鲁棒控制器, 使得系统(1)的输出 $y = [y_1, \dots, y_m]^T$ 跟踪给定的参考输入信号 $y_m = [y_{m1}, \dots, y_{mm}]^T$, 对于一个给定的干扰衰减水平常数 $\rho > 0$, 获得下述 H_∞ 跟踪性能指标:

* 基金项目: 湖南省自然科学基金(01JJY2063)资助项目.

收稿日期: 2000-10-23; 收修改稿日期: 2001-07-16.

$$\int_0^T e^T Q e dt \leq e^T(0) P e(0) + \frac{1}{\eta} (\tilde{\theta}^T(0) \tilde{\theta}(0)) + \rho^2 \int_0^T \omega^T \omega dt. \quad (2)$$

式中 $T \in [0, \infty)$, e 为误差信号向量, $\tilde{\theta}$ 为参数逼近误差向量, $\omega \in L_2[0, T]$ 是组合干扰向量, Q, P 是适当维数的对称半正定矩阵, η 是设计参数.

3 直接自适应模糊鲁棒控制 (Direct adaptive fuzzy robust control)

(1)式描述的 $m \times m$ 维多输入多输出系统, 可以看作由 m 个多输入单输出子系统组成, 其第 i 个子系统为:

$$y_i^{(r)} = f_i(x) + g_{i1}(x)u_1 + \cdots + g_{ii}(x)u_i + \cdots + g_{im}(x)u_m + d_i, \quad i = 1, 2, \cdots, m. \quad (3)$$

m 个输入都影响这个子系统的输出. 在这 m 个输入中, 选择一个起主导作用的输入, 记为 u_i , 其余看作为系统的外来干扰, 则有:

$$\begin{cases} y_i^{(r)} = f_i(x) + g_{ii}(x)u_i + d_{ii}, \\ i = 1, 2, \cdots, m, \\ d_{ii} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m g_{ij}(x)u_j + d_i. \end{cases} \quad (4)$$

这样就将一个 $m \times m$ 维多输入多输出系统分解成 m 个单输入单输出子系统.

下面分 3 种情况进行研究.

情况 1 $g_{ii}(x)$ 为已知非线性连续函数, 且对可控区域 $U_c \in \mathbb{R}^n$ 中的 x , 有 $g_{ii}(x) \neq 0$.

令 $\bar{e}_i = y_{mi} - y_i$, $e_i = [\bar{e}_i, \dot{\bar{e}}_i, \cdots, \bar{e}_i^{(r_i-1)}]^T$, $k_i = [k_{r_i} \cdots k_{i1}]^T \in \mathbb{R}^{r_i}$, 由文[5]知, 对于单输入单输出系统(4), 当 $f_i(x), g_{ii}(x)$ 已知, $d_{ii} = 0$ 时, 可以取

$$u_i = \bar{u}_i = \frac{1}{g_{ii}(x)} (-f_i(x) + y_{m_i}^{(r_i)} + k_i^T e_i). \quad (5)$$

然而, 在我们的问题中, $f_i(x)$ 未知, $d_{ii}(x) \neq 0$. 为此, 作者用模糊逻辑系统

$$\hat{u}_i(x/\theta_i) = \theta_i^T \zeta \quad (6)$$

来逼近 $\bar{u}_i$. 这里, $\theta_i = (\theta_{i1}, \cdots, \theta_{iM})^T$ 为可调参数, $\zeta(x) = (\zeta_1(x) \cdots \zeta_M(x))^T$ 为模糊基函数向量, 其中

$$\zeta_l(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^M \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}, \quad l = 1, 2, \cdots, M. \quad (7)$$

$\mu_{F_i^l}$ 为给定的隶属函数, 它可为高斯型、三角型或者其他类型的隶属函数. 由于 $d_{ii}(x) \neq 0$, 且实际中存在模糊逼近误差, 仅取(5)式的等价控制项不能确

保闭环系统稳定. 为此, 加入一个鲁棒补偿器 $u_{si}/g_{ii}(x)$, 用来衰减外部干扰、输入对输出的交叉耦合和模糊逼近误差对跟踪误差的影响. 于是取:

$$u_i = \hat{u}_i(x/\theta_i) - u_{si}/g_{ii}(x). \quad (8)$$

将(8)式代入(4)式得:

$$y_i^{(r_i)} = f_i(x) + g_{ii}(x)\hat{u}_i(x/\theta_i) - u_{si} + d_{si}. \quad (9)$$

由(5)式可得:

$$y_{mi}^{(r_i)} = f_i(x) + g_{ii}(x)\bar{u}_i - k_i^T e_i. \quad (10)$$

以上两式相减可得:

$$e_i^{(r_i)} = g_{ii}(x)(\bar{u}_i - \hat{u}_i(x/\theta_i)) - k_i^T e_i + u_{si} - d_{si}. \quad (11)$$

令

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_{ir_i} & -k_{ir_{i-1}} & -k_{ir_{i-2}} & \cdots & -k_{i1} \end{bmatrix} \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix},$$

则

$$\dot{e}_i = A_i e_i + B_i u_{si} - B_i g_{ii}(x)(\hat{u}_i(x/\theta_i) - \bar{u}_i) - B_i d_{si}. \quad (12)$$

定义最优参数估计值为:

$$\theta_i^* = \operatorname{argmin}_{\theta_i \in \Omega_i} [\sup_{x \in U_c} \|\hat{u}_i(x/\theta_i) - \bar{u}_i(x)\|]. \quad (13)$$

式中 Ω_i 表示具有希望边界的子集, 即

$$\Omega_i = \{\theta_i \mid \|\theta_i\| \leq M_i\}. \quad (14)$$

M_i 为设计参数.

定义最小逼近误差为

$$\omega_{e_i} = g_{ii}(x)(\bar{u}_i - \hat{u}_i(x/\theta_i^*)). \quad (15)$$

则(12)式可改写为:

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= A_i e_i + B_i u_{si} - B_i g_{ii}(x)(\hat{u}_i(x/\theta_i) - \hat{u}_i(x/\theta_i^*)) - B_i d_{si} + B_i \omega_{e_i} = \\ &A_i e_i + B_i u_{si} - B_i g_{ii}(x) \zeta^T(x)(\theta_i - \theta_i^*) + B_i(\omega_{e_i} - d_{si}) = \\ &A_i e_i + B_i u_{si} - B_i g_{ii}(x) \zeta^T(x) \tilde{\theta}_i + B_i \omega_i. \end{aligned} \quad (16)$$

式中 $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \theta_i^*$ 为参数逼近误差, $\omega_i = \omega_{e_i} - d_{si}$ 为组合干扰.

定理 对于未知非线性系统(1), 如果 $g_{ii}(x)$ 已知, 采用如下自适应模糊鲁棒控制规律:

$$u_i = \zeta^T(x) \theta_i - u_{si}/g_{ii}(x), \quad i = 1, 2, \cdots, m, \quad (17)$$

$$u_{si} = -\frac{1}{r} B_i^T P_i e_i, \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (18)$$

和参数自适应律

$$\dot{\theta}_i = r_\theta \zeta(x) g_{ii}(x) B_i^T P_i e_i, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (19)$$

这里, $r > 0$ 为加权因子, r_θ 为自适应增益, $P_i \geq 0$ 为下述 Riccati 方程之解:

$$\begin{cases} P_i A_i + A_i^T P_i + Q_i - \frac{2}{r} P_i B_i B_i^T P_i + \frac{1}{\rho^2} P_i B_i B_i^T P_i = 0, \\ i = 1, 2, \dots, m, \end{cases} \quad (20)$$

并且使得:

$$\|u\|_1 \leq \min_{i \in [1, m]} \left(\left(\frac{\|e_i\|_{Q_i}}{\rho} - |\omega_{e_i}| - |d_i| \right) / \|g_i\|_1 \right). \quad (21)$$

式中 $g_i = [g_{i1}, \dots, g_{ii-1}, 0, g_{ii+1}, \dots, g_{im}]$, $\|e_i\|_{Q_i} = \sqrt{e_i^T Q_i e_i}$, 那么对于一个给定的衰减水平常数 ρ , 它可获得 H_∞ 跟踪性能指标(2).

证 设

$$\begin{aligned} e &= [e_1^T, e_2^T, \dots, e_m^T]^T, \quad \bar{\theta} = [\bar{\theta}_1^T, \bar{\theta}_2^T, \dots, \bar{\theta}_m^T]^T, \\ \omega &= [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m]^T, \quad P = \text{diag}(P_1, P_2, \dots, P_m), \\ Q &= \text{diag}(Q_1, Q_2, \dots, Q_m). \end{aligned}$$

取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2 r_\theta} \bar{\theta}^T \bar{\theta}. \quad (22)$$

将 $e, \bar{\theta}$ 和 P 代入上式得:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} e_1^T P_1 e_1 + \dots + \frac{1}{2} e_m^T P_m e_m + \frac{1}{2 r_\theta} \bar{\theta}_1^T \bar{\theta}_1 + \dots + \frac{1}{2 r_\theta} \bar{\theta}_m^T \bar{\theta}_m = \\ &= \sum_{i=1}^m V_i. \end{aligned} \quad (23)$$

$$\text{式中} \quad V_i = \frac{1}{2} e_i^T P_i e_i + \frac{1}{2 r_\theta} \bar{\theta}_i^T \bar{\theta}_i. \quad (24)$$

对 V_i 求导得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= \frac{1}{2} e_i^T (A_i^T P_i + P_i A_i) e_i + e_i^T P_i B_i u_{si} - \\ &= e_i^T P_i B_i g_{ii}^T \bar{\theta}_i + e_i^T P_i B_i \omega_i + \frac{1}{r_\theta} \bar{\theta}_i^T \dot{\bar{\theta}}_i. \end{aligned}$$

考虑到 $u_{si} = -\frac{1}{r} B_i^T P_i e_i$, $\dot{\bar{\theta}}_i = \dot{\theta}_i$, 代入上式得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= \frac{1}{2} e_i^T (P_i A_i + A_i^T P_i - \frac{2}{r} P_i B_i B_i^T P_i) e_i - \\ &= (e_i^T P_i B_i g_{ii}^T - \frac{1}{r_\theta} \bar{\theta}_i^T) \bar{\theta}_i + e_i^T P_i B_i \omega_i. \end{aligned} \quad (25)$$

将(19), (20)代入上式得:

$$\dot{V}_i = -\frac{1}{2} e_i^T Q_i e_i - \frac{1}{2 \rho^2} e_i^T P_i B_i B_i^T P_i e_i + e_i^T P_i B_i \omega_i =$$

$$-\frac{1}{2} e_i^T Q_i e_i - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho} B_i^T P_i e_i - \rho \omega_i \right)^T.$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\rho} B_i^T P_i e_i - \rho \omega_i \right) + \frac{1}{2} \rho^2 \omega_i^2 \leq \\ & -\frac{1}{2} e_i^T Q_i e_i + \frac{1}{2} \rho^2 \omega_i^2. \end{aligned} \quad (26)$$

因为

$$\|u\|_1 \leq \min_{i \in [1, m]} \left(\left(\frac{\|e_i\|_{Q_i}}{\rho} - |\omega_{e_i}| - |d_i| \right) / \|g_i\|_1 \right),$$

所以

$$\begin{aligned} \|g_i\|_1 \|u\|_1 &\leq \frac{\|e_i\|_{Q_i}}{\rho} - |\omega_{e_i}| - |d_i|, \quad i = 1, 2, \dots, m, \\ \|-g_i u + \omega_{e_i} - d_i\|_1 &\leq \end{aligned}$$

$$\|g_i\|_1 \|u\|_1 + |\omega_{e_i}| + |d_i| \leq \frac{\|e_i\|_{Q_i}}{\rho}, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

即

$$|\omega_i| \leq \frac{\|e_i\|_{Q_i}}{\rho}, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

$$\frac{1}{2} \rho^2 \omega_i^2 \leq \|e_i\|_{Q_i}^2 = \frac{1}{2} e_i^T Q_i e_i, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

故

$$\dot{V}_i \leq -\frac{1}{2} e_i^T Q_i e_i + \frac{1}{2} \rho^2 \omega_i^2 \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^m \dot{V}_i \leq \sum_{i=1}^m \left[-\frac{1}{2} e_i^T Q_i e_i + \frac{1}{2} \rho^2 \omega_i^2 \right] = \\ &= -\frac{1}{2} e^T Q e + \frac{1}{2} \rho^2 \omega^T \omega \leq 0, \end{aligned} \quad (28)$$

系统渐近稳定. 积分上述方程得

$$V(T) - V(0) \leq -\frac{1}{2} \int_0^T e^T Q e dt + \frac{1}{2} \rho^2 \int_0^T \omega^T \omega dt.$$

因为 $V(T) \geq 0$, 上式等价于:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^T e^T Q e dt &\leq V(0) + \frac{1}{2} \rho^2 \int_0^T \omega^T \omega dt = \\ &= \frac{1}{2} e^T(0) P e(0) + \frac{1}{2 r_\theta} \bar{\theta}^T(0) \bar{\theta}(0) + \frac{1}{2} \rho^2 \int_0^T \omega^T \omega dt. \end{aligned} \quad (29)$$

系统获得 H_∞ 跟踪性能指标(2), 定理证毕.

以上的证明是假定(17), (21)式同时满足. 当它们不能同时满足时, 则按(21)式进行限幅处理, 这等效于在 u_i 中叠加了一个 $\Delta \hat{u}_i$. 这时只要取 $\omega_{e_i} = g_{ii}(\bar{u}_i - \hat{u}_i(x/\theta_i^*) + \Delta \hat{u}_i)$, 按照上述方法即可证得上述定理.

注 1 Riccati 方程(20)可改写成如下形式:

$$P_i A_i + A_i^T P_i + Q_i - P_i B_i \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{\rho^2} \right) B_i^T P_i = 0. \quad (30)$$

可以证明^[6],上述 Riccati 方程有一个对称半正定解的充要条件是:

$$\frac{2}{r} - \frac{1}{\rho^2} \geq 0 \quad \text{或} \quad 2\rho^2 \geq r. \quad (31)$$

因此,为了使问题有解,必须适当选择鲁棒补偿器(18)中的加权因子 r ,使之满足上述不等式.

注2 为了便于实际应用,我们将(21)式改写为如下形式:

$$\|u\|_1 \leq \min_{i \in [1, m]} \left\{ \left(\frac{\|e_i(\infty)\|_{Q_i}}{\rho} - |\bar{d}_i| \right) / \|\bar{g}_i\|_1 \right\}. \quad (32)$$

式中 $e_i(\infty)$ 表示允许的稳态误差, $\bar{d}_i = \sup |d_i|$, $\bar{g}_i = [\bar{g}_{i1}, \dots, \bar{g}_{i, i-1}, 0, \bar{g}_{i, i+1}, \dots, \bar{g}_{im}]$, $\bar{g}_{ij} = \sup |g_{ij}(x)|$. 根据万能逼近定理可知,只要采用足够复杂的 $\hat{u}_i(x/\theta_i)$,若(32)式成立,(21)式亦成立.

注3 为了确保参数估计值在约束集内,采用文[5]中提出的投影算法,这时,参数的自适应律(19)修改为:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_i = & \begin{cases} r_0 \zeta(x) g_{ii}(x) B_i^T P_i e_i, & \|\theta_i\| < M_i \text{ 或 } \|\theta_i\| = M_i \\ & \text{且 } e_i^T P_i B_i g_{ii}(x) \zeta^T(x) \theta_i \leq 0, \\ P[\cdot] & \|\theta_i\| = M_i, \text{ 且 } e_i^T P_i B_i g_{ii}(x) \zeta^T(x) \theta_i > 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (33)$$

式中

$$P[\cdot] = r_0 \zeta(x) g_{ii}(x) B_i^T P_i e_i - r_0 \frac{e_i^T P_i B_i g_{ii}(x) \zeta^T(x) \theta_i}{\|\theta_i\|^2} \theta_i. \quad (34)$$

可以证明,此时(25)式中 $(e_i^T P_i B_i g_{ii}(x) \zeta^T - \frac{1}{r_0} \dot{\theta}_i^T) \bar{\theta}_i \leq 0$,

使得 $\dot{V}_i \leq -\frac{1}{2} e_i^T Q_i e_i + \frac{1}{2} \rho^2 \omega_i^2$ 仍然成立.

情况2 $g_{ii}(x)$ 由已知部分 $g_{ii}^0(x)$ 和未知部分 $\tilde{g}_{ii}(x)$ 组成. 即: $g_{ii}(x) = g_{ii}^0(x) + \tilde{g}_{ii}(x)$, 且 $\forall x \in U_c, g_{ii}^0 \neq 0$.

推论1 对于未知非线性系统(1),如果它属于情况2,采用如下自适应模糊鲁棒控制规律:

$$u_i = \zeta^T(x) \theta_i - u_{si} / g_{ii}^0(x), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (35)$$

$$u_{si} = -\frac{1}{r} B_i^T P_i e_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (36)$$

和参数自适应律:

$$\dot{\theta}_i = r_0 \zeta(x) g_{ii}^0(x) B_i^T P_i e_i, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (37)$$

这里 P_i 为 Riccati 方程(20)之解. 并且使得

$$\|u\|_1 \leq \min_{i \in [1, m]} \left[\left(\frac{\|e_i\|_{Q_i}}{\rho} - |\omega_{e_i}^0| - |d_i| \right) / \|g_i^0\|_1 \right]. \quad (38)$$

式中

$$\begin{aligned} g_i^0 &= [g_{i1}, \dots, g_{i, i-1}, \tilde{g}_{ii}, g_{i, i+1}, \dots, g_{im}], \\ \omega_{e_i}^0 &= g_{ii}^0(x) (\bar{u}_i - \hat{u}_i(x/\theta_i^*)), \end{aligned}$$

那么对于一个给定的衰减水平常数 ρ , 它可获得 H_∞ 跟踪性能指标(2).

情况3 $g_{ii}(x)$ 为未知有界非线性连续函数.

推论2 对于未知非线性系统(1),如果它属于情况3,采用如下自适应模糊鲁棒控制规律:

$$u_i = \zeta^T(x) \theta_i - u_{si}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (39)$$

$$u_{si} = -\frac{1}{r} B_i^T P_i e_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (40)$$

和参数自适应律:

$$\dot{\theta}_i = r_0 \zeta(x) B_i^T P_i e_i, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (41)$$

这里 P_i 为 Riccati 方程(20)之解. 并且使得

$$\|u\|_1 \leq \min_{i \in [1, m]} \left[\left(\frac{\|e_i\|_{Q_i}}{\rho} - |\omega'_{e_i}| - |d_i| \right) / \|g'_i\|_1 \right]. \quad (42)$$

式中

$$\begin{aligned} g'_i &= [g_{i1}, \dots, g_{i, i-1}, g_{ii} - 1, g_{i, i+1}, \dots, g_{im}], \\ \omega'_{e_i} &= \bar{u}_i - \hat{u}_i(x/\theta_i^*), \end{aligned}$$

那么对于一个给定的衰减水平常数 ρ , 它可获得 H_∞ 跟踪性能指标(2).

综上所述,可得直接自适应模糊鲁棒控制器设计步骤如下:

- ① 选择隶属函数 $\mu_{F_l^i}(x)$, $i = 1, 2, \dots, n$, $l = 1, 2, \dots, m$, 计算模糊基函数向量 $\zeta(x)$;
- ② 选择 $Q_i > 0$, 衰减水平常数 ρ 和加权因子 r , 使得 $2\rho^2 \geq r$, 给定自适应增益 $r_0 > 0$;
- ③ 确定 $k_i = (k_{i, r_i}, k_{i, r_i-1}, \dots, k_{i1})^T$, 使得方程 $\bar{e}_i^{(r_i)} + k_{i1} \bar{e}_i^{(r_i-1)} + \dots + k_{i, r_i} \bar{e}_i = 0$ 的所有根位于左半平面上;
- ④ 解 Riccati 方程(20), 求得 P_i ;
- ⑤ 代入 P_i , 求得自适应模糊控制规律(17)~(19)或(35)~(37)或(39)~(41).

4 仿真实验(Simulation)

考虑一个双输入/输出系统如下:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 + x_2^2 + x_3 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 x_1 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 3u_1 + u_2 \\ u_1 + (4 + \sin(x_1))u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.2x_1\cos(3t) \\ 0.5x_2\sin(4t) \end{bmatrix},$$

$$y_1 = x_1, y_2 = x_3.$$

给定:

$$y_{m1} = 2\sin(0.5t + 0.5), y_{m2} = \sin(t),$$

可解得:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + x_2^2 + x_3 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3x_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 + \sin(x_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.2x_1\cos(3t) \\ 0.5x_2\sin(4t) \end{bmatrix}.$$

相对阶向量为: $[r_1, r_2] = [2, 1]$, 选择隶属函数为:

$$\mu_{F_i^1}(x_i) = \frac{1}{1 + \exp(5(x_i + 0.6))},$$

$$\mu_{F_i^2}(x_i) = \exp(-(x_i + 0.4)^2),$$

$$\mu_{F_i^3}(x_i) = \exp(-(x_i + 0.2)^2),$$

$$\mu_{F_i^4}(x_i) = \exp(-x_i^2),$$

$$\mu_{F_i^5}(x_i) = \exp(-(x_i - 0.2)^2),$$

$$\mu_{F_i^6}(x_i) = \exp(-(x_i - 0.4)^2),$$

$$\mu_{F_i^7}(x_i) = \frac{1}{1 + \exp(-5(x_i - 0.6))}.$$

选择 $Q_1 = \text{diag}(10, 10)$, $Q_2 = 10$, $\rho = 0.023$, $r = 0.001$, $r_f = 0.1$, $r_g = 0.01$, 取 $k_1 = [1, 5]$, $k_2 = 10$,

解 Riccati 方程(20), 得 $P_1 = \begin{bmatrix} 27 & 5 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$, $P_2 = 0.5$.

假定 g_{11}, g_{22} 未知, 由(39)~(41)式可得直接自适应模糊鲁棒控制规律为:

$$u_1 = \zeta^T \theta_1 - u_{s1}, u_{s1} = -5(e_1 + 2\dot{e}_1)/r,$$

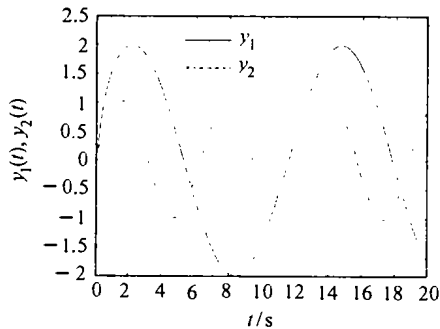
$$\dot{\theta}_1 = 0.1(5e_1 + 2\dot{e}_1) \cdot \zeta(x),$$

$$u_2 = \zeta^T \theta_2 - u_{s2}, u_{s2} = -0.5e_2/r,$$

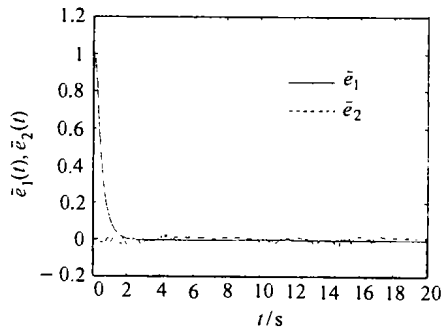
$$\dot{\theta}_2 = 0.1 \cdot 0.5e_2 \cdot \zeta(x).$$

取 u_1, u_2 的限幅值为 5, $x(0) = [0, 0, 0]^T$, 积分步长为 0.001, 采用 MATLAB 进行仿真实验. 图 1 给出了仿真结果. 图中实线表示 $y_1(\bar{e}_1)$, 点划线表示 $y_2(\bar{e}_2)$.

当系统参数发生变化, 其摄动值为 $\Delta f = \begin{bmatrix} 0.1x_1x_3 \\ 0.2x_1x_2 \end{bmatrix}$, $\Delta G = \begin{bmatrix} 0 & 0.2 \\ 0 & -0.2(4 + \sin(x_1)) \end{bmatrix}$ 时, 仿真结果如图 2 所示.



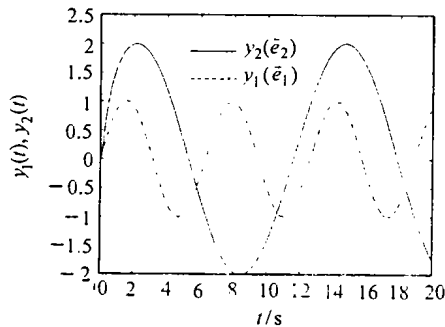
(a) 系统输出



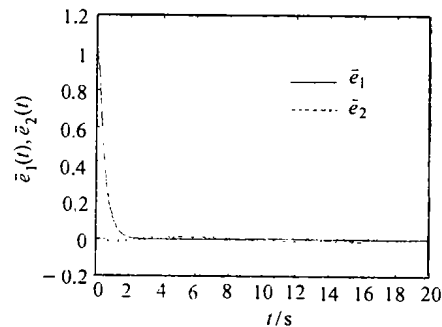
(b) 跟踪误差

图 1 g_{11}, g_{22} 未知, 系统参数不变的仿真结果

Fig. 1 g_{11}, g_{22} are unknown without the changes about system parameters



(a) 系统输出



(b) 跟踪误差

图 2 g_{11}, g_{22} 未知, 系统参数变化后的仿真结果

Fig. 2 g_{11}, g_{22} are unknown with the changes about system parameters

由图 1, 2 可知, 通过采用直接自适应模糊鲁棒控制, 使系统的输出对输入实行了跟踪, 模糊逼近误差、外部干扰和输入对输出的交叉耦合对系统的影响都被有效地衰减到了给定的水平, 系统的鲁棒性较好。

5 结论(Conclusion)

对于式(1)描述的一类未知非线性 MIMO 系统, 采用本文提出的直接自适应模糊鲁棒控制方法进行控制, 可使系统全局稳定, 输出跟踪参考输入信号。可使模糊逼近误差、外部干扰和输入对输出的交叉耦合对跟踪误差的影响衰减到给定的水平, 系统的鲁棒性较好。

加权因子 r 与衰减水平常数 ρ 有关。从理论上讲, 对于一个任意小的 ρ , 都可以选择一个加权因子 r , 使 $r \leq 2\rho^2$ 。但随着 r 的减小, 控制量 u 增大, 控制能量增加。所以实际应用中要在控制量 u 的幅度与 H_∞ 跟踪性能指标之间作折衷处理。为确保系统稳定, 必须对控制信号 u 限幅, 限幅值按(32)式进行估算。

参考文献(References)

- [1] Tong Shaocheng, Chai Tianyou. Robust adaptive fuzzy control for a

class of multivariable nonlinear dynamic systems [J]. Acta Automatica Sinica, 2000, 26(1): 630 - 636

- [2] Tong Shaocheng, Tang Jiantao, Wang Tao. Fuzzy adaptive control of multivariable nonlinear systems [J]. Fuzzy Sets and systems, 2000, 111(2): 153 - 167
- [3] Liu Chenchung, Chen Fuchuang. Adaptive control of nonlinear continuous-time systems using neural networks-general relative degree and MIMO cases [J]. Int. J. Control, 1993, 58(2): 317 - 335
- [4] Zhang Youan, Zhou Shaolei, Cui Pingyuan, et al. CMAC neural network based adaptive feedback linearization for MIMO nonlinear system [J]. Control and Decision, 2000, 15(1): 83 - 85
- [5] Wang Lixin. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems [J]. IEEE Trans. Fuzzy Systems, 1993(2): 146 - 155
- [6] Anderson B D O, Moore J B. Optimal Control: Linear Quadratic Methods [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1990

本文作者简介

刘国荣 1957 年生, 1984 年湖南大学自动化专业研究生毕业, 获硕士学位, 现为西安交通大学系统工程研究所博士研究生。现任湖南工程学院院长, 教授。目前从事自适应控制, 模糊控制和计算机实时控制等研究工作。

万百五 见本刊 2002 年第 1 期第 79 页。

(上接第 692 页)

应该指出, 本文所提出的基本结构及组合方式仅是最基本的, 构造性方法的表达能力将随着更多基本结构和更多连接方法的提出不断得到加强。

参考文献(References)

- [1] Ramadge P J, Wonham W M. Supervisory control of a class of discrete event processes [J]. SIAM J. Control and Optimization, 1987, 25(1): 206 - 229
- [2] Ramadge P J G, Wonham W M. The control of discrete event systems [J]. Proceedings of the IEEE, 1989, 77(1): 81 - 97
- [3] Hu Baosheng, Chen Haoxun. Develop trend of discrete event systems [J]. Control Theory and Applications, 1992, 9(3): 325 - 327 (in Chinese)
- [4] Zheng Yingping. Progress in discrete event system theory and appli-

cation [J]. Control and Decision, 1996, 11(2): 233 - 241 (in Chinese)

- [5] Lin Yiqing. Distributed structure and motion planning for autonomous robots [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 1998 (in Chinese)
- [6] Lin Yiqing, Zheng Shixiong, Su Shusan. Control structure for distributed manufacture system [J]. Industrial Engineering Journal, 1998, 1(2): 14 - 18 (in Chinese)
- [7] Lin Yiqing, Mao Zongyuan, Zhou Qijie. Structure of the functional unit for autonomous robots [J]. Control Theory and Applications, 2000, 17(1): 99 - 101 (in Chinese)

本文作者简介

林怡青 1951 年生, 博士, 教授。研究领域: 机器人学, 复杂系统控制, 计算机网络。Email: linyq@163.net

毛宗源 见本刊 2002 年第 1 期第 56 页。