

基于遗传算法混沌系统同步的研究*

杨 涛, 邵惠鹤

(上海交通大学 自动化系, 上海 200030)

摘要: 把混沌同步和混沌控制相结合, 利用引导混沌轨道的基本原理, 将模拟自然界生物进化过程的遗传算法用于混沌同步, 提出基于遗传算法引导混沌轨道, 从而实现混沌系统同步的新方法, 目的是使初始条件不同的混沌系统在小扰动作用下能迅速到达同步, 并采取策略使同步得以维持. 以 Hénon Map 系统为例的仿真表明, 用此方法实现同步效果良好.

关键词: 混沌同步; 遗传算法; 混沌控制; 引导轨道

中图分类号: O415.5

文献标识码: A

Chaotic synchronization based on genetic algorithms

YANG Tao, SHAO Hui-he

(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: Combining the chaotic synchronization and chaotic control, a new method dealing with chaotic synchronization using genetic algorithm was proposed, based on the ideal of directing orbits of chaotic dynamical systems. The purpose is to synchronize chaotic systems in quickly way applying small perturbations only, and then take actions to sustain this synchronization. The Hénon Map system is used to demonstrate the effects of the proposed method. The numerical simulation result shows that the method is effective.

Key words: chaotic synchronization; genetic algorithm; chaos control; directing orbits

1 引言(Introduction)

同步化的混沌系统具有很高的应用前景, 如在通讯、激光和生命科学中, 混沌同步的研究都有重要的意义, 因而近年来成为非线性科学研究中的一个热点. 各种同步方式的问世(Halle et al, 1993; Parlitz et al, 1992; Carrol Pecora, 1993; Pecora & Carrol, 1990; Cuomo & Oppenheim, 1993; Murrall & Lakshmanan, 1993, 1994; Viera et al, 1993)及其扩展(见文献[1]及其中的参考文献), 加快了混沌理论在实际工程中的应用步伐. 同时, 这些研究也表明, 混沌控制和同步具有密切的关系, 同步可以看作是混沌控制的特例, 这更拓宽了混沌同步的研究范围. 引导轨道是由 Shinbrot 等人^[2]首先提出, 其主要思想是用特定的小扰动引导给定混沌系统的轨道, 使混沌动力学系统从一初始点到达目标区域, 目的是减少到达希望区域的时间. 而混沌同步, 可以看作通过一定的控制作用, 使响应系统的轨道尽快向驱动系统的轨道靠近, 其本质也是一个控制问题. 因此, 本文提出用遗传算

法(GA)来引导混沌轨道, 实现两混沌系统的同步.

遗传算法(GA)^[3~5]是一种快速模拟生命进化机制的搜索算法, 由于它以不依赖问题本身的方式作用在特征串群体上, 而仅通过执行简单的复制、交叉和变异操作来完成搜索, 因而 GA 已成功地用于许多复杂优化问题的求解. 本文在普通的误差反馈同步法基础上, 用 GA 产生一系列特定的“小扰动”, 使响应系统在给定的时间内与驱动系统同步, 并采取措施使同步得以维持.

2 混沌同步与引导轨道(Chaotic synchronization and orbits-directing)

2.1 问题的提出(Problem statement)

给定混沌动力学系统: $X_{n+1} = F(X_n)$, 和与之结构完全一致但具有不同初始状态的另一混沌系统: $Y_{n+1} = F(Y_n)$. 从混沌理论可知, 即使两系统的初始状态很接近, 随着时间的推移, X_n 和 Y_n 也会迅速分离. 同步的目标就是通过选择合适的策略, 使 X_n 和 Y_n 满足如下的条件:

* 基金项目: 国家 973 重点基础研究发展规划(G1998030415)资助项目.
收稿日期: 2000-06-26; 收修改稿日期: 2001-06-18.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|X_n - Y_n\| \rightarrow 0.$$

我们使用误差反馈法作为控制策略,其实质是选择反馈增益 K ,使两个具有不同初始状态的耦合系统:

$$\begin{cases} X_{n+1} = F(X_n), \\ Y_{n+1} = F(Y_n) + K(n)(CY_n - CX_n), \end{cases} \quad (1)$$

满足条件: $\lim_{n \rightarrow \infty} G(X_n - Y_n) \rightarrow 0$. 其中 $G(\cdot)$ 一般为具有二次型的目标函数.

2.2 混沌同步的引导轨道描述(Description of chaotic synchronization based on orbit-directing)

混沌同步实质是当 $n \rightarrow \infty$ 时,具有不同初始状态的混沌系统的轨道趋于一致,这可看作为轨道引导的问题.因此我们把 2.1 节中混沌同步问题用引导轨道^[2,6]的思想来描述.设 $N \in \mathbb{Z}, \mu \in \mathbb{R}^+$,为两给定的常数, $K(n) \in \mathbb{R}, n = 1, 2, \dots, N$ 为反馈增益,则混沌同步可以表示为:

$$\min G(X_N, Y_N). \quad (2)$$

其中

$$\|K(n)\| \geq \mu, \quad (3)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} X_{n+1} = F(X_n), \\ Y_{n+1} = F(Y_n) + K(n) \cdot (Y_n - X_n), \end{cases} \quad (4)$$

$$n = 1, 2, \dots, N,$$

$$X(0) = X_s \neq Y(0) = Y_s. \quad (5)$$

式(2)~(5)表明通过寻找最优 $K(n)$,在 N 步内实现 X_n 和 Y_n 的同步.即用 $K(n)$ 来引导两系统的轨道 X_n, Y_n ,使它们趋于一致.这就是用轨道引导思想来解决混沌同步的基本思路.

3 基于 GA 的混沌同步(Chaotic synchronization based on GA)

遗传算法的主要特点是利用参数变量的编码而不是直接作用在参数变量上;在点群上而不是在单个点上寻优;仅利用问题的目标函数而无需其它辅助信息,本文正是利用这一点来实现快速寻找最优误差反馈增益 K .基本步骤为:遗传算法求 K 和用 K 实现同步.

1) 遗传算法求 K .

Step 1 编码,本文采用实数编码;

Step 2 产生初始种群:随机产生 p 个 N 维向量作为一个初始种群(表示在步内实现同步)代表 p 个控制序列;

Step 3 性能评价.

将该控制序列作用于响应系统,并选择如下函数为适合度函数:

$$f_i = G(X_{N+1}, Y_{N+1}) = \|X_{N+1} - Y_{N+1}\|,$$

$$i = 1, 2, \dots, p. \quad (6)$$

Step 4 按如下方式产生新的种群^[5]:

a) 将上一代中最好的个体保存下来,作为新种群中的个体;

b) 以概率 $f_i / \sum_{i=1}^N f_i$ 及 $f_j / \sum_{i=1}^N f_i$ 从群体中选出两个个体 c_i, c_j ;

c) 对 c_i, c_j 以 p_c 概率进行交叉操作;

d) 对 c_i, c_j 以 p_m 概率进行变异操作;

e) 返回 b),直到产生 $p - 1$ 个新一代的个体;

Step 5 返回 Step 3,直到满足性能指标为止.即: $G(X_{N+1}, Y_{N+1}) \leq \epsilon$,其中 $X, Y \in \mathbb{R}^n$ 分别为驱动系统和响应系统的轨迹(状态).

2) 同步.

Step 1 利用所得到的 K ,作用到式(1)中,使两系统保持同步;

Step 2 系统在有限时间内实现同步后,采取措施以维持同步.

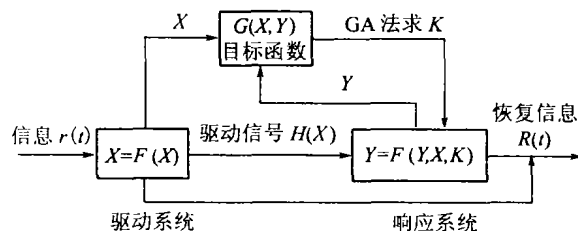


图1 运用 GA 的混沌同步及信息传输原理图

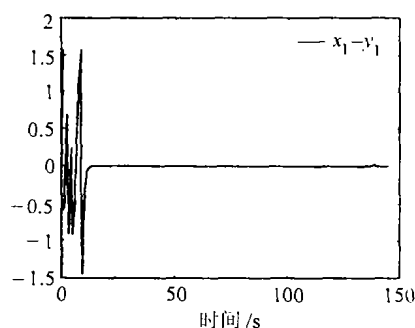
Fig. 1 Scheme of chaotic synchronization based on GA

从理论上可知,经过第一个 N 步误差反馈控制到达同步后,两系统的轨迹应当完全一致,这样对于后面的轨迹来说,就相当于两演化规律完全一致的混沌系统从同一初始条件出发,因此可以不再有误差反馈控制,其轨迹应能保持同步.但是由于噪声等因素的影响,如没有控制措施,系统很快会变为不同步.因此在上述思想中,通过 GA 使驱动、响应系统在有限时间内同步后,必须使用其它措施,以维持同步.有两种方法来解决:1) 利用 GA 在线调整 K ,即在噪声或其它因素的影响下系统即将由同步变为不同步时,利用 GA 重新求出 K 作用到响应系统上,使之保持同步;2) 采用普通的误差反馈策略,以维持系统同步,此时的反馈系数可以预先求得.对于前者,必须要求利用混沌系统的有限次迭代所需的时间来求 K ,即实时性要求很高,这与两方面有关:种群大小、快速运算工具,因此这种方式要求较高,同时由于遗传算法本身研究的进展使得寻优过程更快捷,以及现代计算工具的运用,求 K 的时间消费在

实际工程应用中是可以容忍的. 因此 GA 在混沌同步的研究及应用中有很大的潜力. 对于后者, 用 GA 方法使系统在短时间内达到同步相当于对同步误差进行粗调, 然后用常系数误差反馈对同步误差进行细调, 这是一个离线过程, 两部分可以分开进行.

到目前为止, 遗传算法多次被用来实现混沌控制目的^[7-9], 在混沌同步中的应用还没有报道. 对于 GA 在混沌控制和同步中的收敛性问题, 是研究的一个热点, 即使对于前者也没有给出严格的证明. 目前正在从两个方面进行相关的工作: 1) 把混沌同步目标看作为一个简单的寻优问题, 则可根据现有的遗传算法的收敛特性入手^[10]; 2) 把 Lyapunov 稳定性理论和遗传算法联系起来, 把同步的目标和同步区域的优化问题结合起来, 重点是后者.

本文探讨了利用遗传算法进行混沌同步控制的可能性, 其中实时性也是一个有待解决的问题. 在已有的利用 GA 实现混沌控制的结论中, 这个问题还没有被讨论过. 由于在第一次实现同步后, 系统运行在同步区域内, 在 $\|X - Y\| > \epsilon'$ 时, 需要重新计算 $K(n)$, $n = 1, \dots, N$, 只要 ϵ' 足够小, 使驱动、响应系统仍然在同步区域内运行, 则以后取 $K(n)$ ($n = 1, \dots, N$) 的过程所需的时间肯定较小, 因此实时性在理论上是可以保持的, 至于 ϵ 和种群规模与实时性的是否有定量关系正在深入的进行. 同时本文提出在利用 GA 实现混沌系统的快速同步后, 再用常规的同步方法去维持同步, 这也是解决实时性的的一个策略.



4 仿真结果(Simulation results)

由于遗传算法仅仅利用目标函数而无需其它的辅助信息, 因此这种方法适用于所有的离散混沌系统, 对连续系统通过构造 Poincare 截面进行离散化, 也可以使用这种思想. 本文以 Hénon Map 系统为例进行仿真, 验证了 GA 在混沌同步中的应用. Hénon Map 驱动系统 ($X = (x_1, x_2)$):

$$\begin{cases} x_1(n+1) = 1 - \alpha x_1(n)^2 + \beta x_2(n), \\ x_2(n+1) = x_1(n). \end{cases}$$

响应系统 ($Y = (y_1, y_2)$):

$$\begin{cases} y_1(n+1) = 1 - \alpha y_1(n)^2 + \beta y_2(n) + k(y_1(n) - x_1(n)), \\ y_2(n+1) = y_1(n). \end{cases}$$

其中 k 为误差反馈增益. 在仿真中, 取 $\alpha = 1.4, \beta = 0.3$, 此时系统呈现出典型的混沌现象. 仿真中目标函数取为 $G = \frac{1}{2}(x_1(N) - y_1(N))^2$, $N = 15$ (驱动, 响应系统在 15 步内达到同步), $x_1(0) = 0.2, x_2(0) = 0.3, y_1(0) = 0.8, y_2(0) = 0.5$, 种群 $p = 20$, 交叉率 $p_c = 0.9$, 变异率 $p_m = 0.1$, 交叉和变异采用基于方向的运算^[5]; 对于双亲 x_1, x_2 , 经交叉产生的后代为 $x' = r \cdot (x_2 - x_1) + x_2$, x 变异产生的后代为 $x' = x + r \cdot d$, 其中 $r \in (0, 1)$ 为随机数, d 为 $F(X)$ 对 X 的近似梯度^[5]. $\epsilon = 0.02, \epsilon' = 0.03$. 根据 3 节中的两种思想进行仿真:

1) 利用 GA 在线调整误差反馈系数的同步仿真.

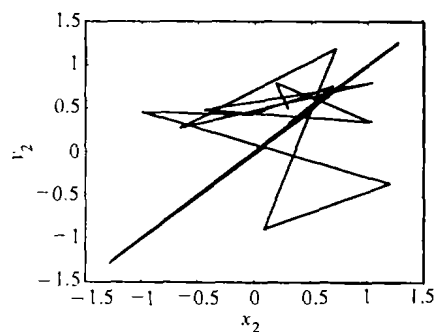


图2 利用 GA 调整误差反馈系数实现并维持同步仿真结果
Fig. 2 Chaotic synchronization based on GA

在仿真中发现: 第一次寻优需 13 步迭代运算, 第二次需 3 步迭代, 第三次需 2 步迭代, 第四次需 2 步迭代, 以后的寻优工作都在 3 步迭代以内完成, 这与前面的讨论一致. 从图 2 中可以看到, 同步误差有几次小的波动, 这表明系统轨迹已开始偏离 (相当于噪声作用的结果, 这在仿真中由计算误差来模拟), 需计算新 k , 使同步得以维持, 这体现出 GA 同步法

对噪声等干扰的鲁棒性. 由于遗传算法自身的发展, 及先进计算工具的采用, 其快速性会有更大的提高, 这将大大提高 GA 在混沌同步中的应用.

2) GA 结合常系数误差反馈同步的仿真.

在同样的初始条件, 利用 GA 求得反馈系数在 N 内实现同步后, 以 $k = 1.45$ 为反馈系数的常规误差控制下, 驱动、响应系统同步情况. 可见在利用 GA

实现同步后,如果没有其它措施,同步将很快失去.

这种情况下,利用 GA 求取 $K(n) = n = 1, \dots$,

N 和常数 k 的求取可以分别进行,属于离线过程,这是解决实时性的一个策略.

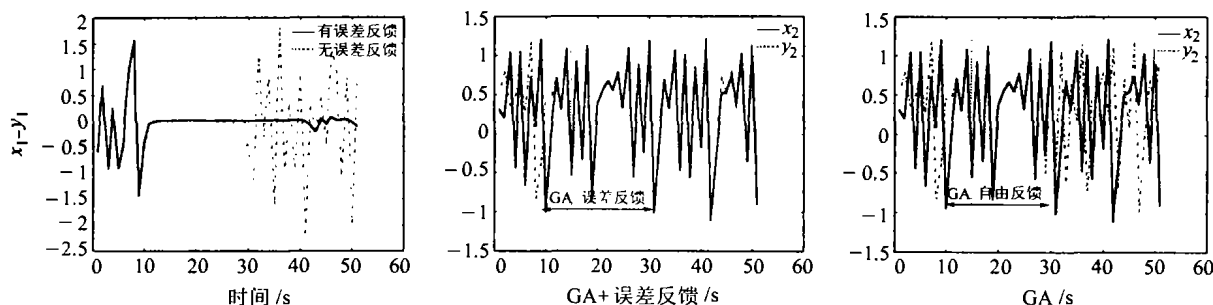


图3 利用 GA 实现同步并采用常数误差反馈策略维持同步仿真结果

Fig. 3 Simulation results based on GA as well as error feedback design

5 结论(Conclusion)

本文把混沌同步和混沌控制相结合,利用引导混沌轨道的基本原理,将模拟自然界生物进化过程的遗传算法用于混沌同步中,提出基于遗传算法引导混沌轨道,从而实现混沌系统同步的新方法,目的是使初始条件不同的混沌系统在小扰动作用下能迅速到达同步,并对所涉及的各个方面进行了定性分析,因此基于 GA 的混沌同步法对混沌系统在通讯领域中的应用有重大的意义,它可以解决噪声等干扰问题.当然这还需进一步的探讨.

参考文献(References)

- [1] Papandimitriou S, Bezerianos A. Radial basis function networks as chaotic generators for secure communication systems [J]. Int. J. of Bifurcation and Chaos, 1999, 9(1): 221 - 232
- [2] Shinbrot T, Ott E, Grebogi C. Using chaos to direct trajectories to targets [J]. Phys. Rev. Letter, 1990, 65(26): 3215 - 3218
- [3] Rechenberg I. Cybernetic Solution Path to an Experimental Problem

[M]. UK: Farnborough, 1965

- [4] Schwefel H P. Numerical Optimization of Computer Models [M]. Chichester: Wiley, 1981
- [5] Xuan Guannan (Japan), Cheng Runwei. Engineering Device of Genetic Algorithms [M]. Beijing: Science Press, 2000
- [6] Paskota M, Mees A I, Teo K L. Directing orbits of chaotic dynamical systems [J]. Int. J. of Bifur. & Chaos, 1995, 5(2): 573 - 583
- [7] Ye Meiying. Application of evolution strategies in controlling chaos [J]. J. of Basic Science and Engineering, 1999, 7(2): 139 - 143 (in Chinese)
- [8] Zhong Xiaomin, Shao Shihuang, Fang Jianan. Directing orbits of chaotic dynamical systems using genetic algorithms [J]. Control and Decision, 1998, 13(2): 165 - 168 (in Chinese)
- [9] Richter H, Reinschke K J. Optimization of local control chaos by an evolutionary algorithm [J]. Physica-D, 2000, 144(2): 309 - 334
- [10] Zhang Weixiu, Liang Yi. Mathematic Foundation of Genetic algorithms [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2000

本文作者简介

杨 涛 1972 年生.上海交通大学自动化系博士.目前研究领域为混沌控制,混沌同步,混沌保密通讯. Email: sh_yt@263.net

邵惠鹤 1936 年生.上海交通大学自动化系教授,博士生导师.