

一种基于预稳定区域的 H_∞ 控制器参数优化方法

李大中¹, 刘淑平², 胡日勒¹

(1. 华北电力大学 动力系, 河北保定 071003; 2. 华北电力大学 信息与网络管理中心, 河北保定 071003)

摘要: 基于控制理论, 提出了一种具有预期闭环极点区域的 H_∞ 控制器参数优化设计方法, 该方法设计中既考虑了 H_∞ 性能指标又兼顾了动态性能指标, 克服了常规 H_∞ 设计方法中不稳定控制器的问题等不足. 实验结果表明, 该方法具有计算简便、可实现性好、鲁棒性和动态品质良好、对模型参数变化的敏感性低等优点.

关键词: H_∞ 控制; 稳定区域; 参数优化; 鲁棒性

中图分类号: TP13

文献标识码: A

Parameter optimal methods of H_∞ controller based on prescribed stable region

LI Da-zhong¹, LIU Shu-ping², Hu Ri-le¹

(1. Department of Power Engineering, North China Electric Power University, Hebei Baoding 071003, China;

2. Information and Network Management Centre, North China Electric Power University, Hebei Baoding 071003, China)

Abstract: Put forward a parameter optimal method which H_∞ controller with prescribed close-loop pole region is proposed based on control theory. In design of the method we synthetically consider the index of H_∞ and dynamic performance, and surmount the problem of unstable controller in normal H_∞ design method. Experiment result shows that the method have the advantages of simplified computation, good realizability, strong robustness and good closed-loop dynamic performance, and low sensitivity to model parameter change.

Key words: H_∞ control; stable region; parameter optimizing; robustness

1 前言 (Introduction)

H_∞ 控制理论是在 H_∞ 空间 (即 Hardy 空间) 通过某些性能指标的无穷范数优化而获得具有鲁棒性能控制器的一种控制理论, 由于采用该理论设计的控制器具有鲁棒性能优良等特点, 因此受到了广泛关注. 但是, 如何克服不确定性对系统产生的不良影响是控制系统设计中所关注的问题之一. 为了解决近代控制理论过于依赖系统精确数学模型的问题, 20 世纪 80 年代初, Zames 提出用灵敏度函数的 H_∞ 范数作为性能指标, 从而将抗干扰问题化为求解使闭环系统稳定并且极小化相应的 H_∞ 范数指标的输出反馈控制器, 且 H_∞ 控制问题已和其他控制问题建立起了联系^[1,2], 如 Whittle 的临界敏感控制、Basar 等人的微分策略^[3]、Green 等人的 J 无损分解^[4]、Dym 等人的最大熵原理^[5]、Georgiou 的 Gap 度量^[6]等.

在国内, H_∞ 设计方法的研究也取得了不少成果, 如徐冬玲等人的“ H_∞ 解耦设计方法^[7]”, 叶庆凯等人的“用分割映射法解容差设计问题^[8]”, 范玉顺

等人的“具有预期闭环极点区域的稳定控制器的 H_∞ 优化设计方法^[9]”, 张汉全等人的“具有预定闭环极点区域 H_∞ 的鲁棒自校正控制^[10]”, 王海晏的“指定区域内的极点配置及其鲁棒性^[11]”等等. 经过十多年的研究发展, H_∞ 设计方法在理论上已经比较成熟, 但实践中应用成功的例子却非常少, 其主要原因有: ① H_∞ 指标与工程要求指标的差别; ② 不稳定控制器; ③ 计算复杂、计算量大等.

针对上述问题, 本文根据以下指导思想进行了 H_∞ 控制器参数可实现方法的研究:

1) 将 H_∞ 性能指标与动态性能指标综合考虑, 在满足 H_∞ 性能指标的同时, 使其动态性能达到一定的要求; 2) 针对具有实参数不确定性对象, 设计稳定的 H_∞ 控制器; 3) 从算法可实现角度出发, 选取适当的函数、参数等, 并对算法进行一定的简化和近似, 给出一种可实现简便的 H_∞ 控制器参数整定方法.

在此基础上, 结合一实际汽温对象, 进行了仿真验证. 结果表明, 该方法在对象参数大范围变化时,

其鲁棒性能大大优于常规 PID 和 Smith 预估器算法。

2 基于预期稳定区域的控制器 K 的确立 (Establishment of controller K based on pre-scribed stable region)

2.1 控制器 K 应满足的要求 (Controller K satisfied requirement)

考虑图 1 所示的单输入单输出线性系统. 其中, G 为对象传递函数, K 为控制器传递函数, d 为满足式(1)的一类外部干扰信号:

$$d = W \cdot v. \quad (1)$$

式中:

$$W(s), W^{-1}(s) \in \mathbb{R}H_{\infty}, v \in H_2, \|v\|_2 \leq 1 (v \in BH_2). \quad (2)$$

则由干扰 d 引起的最大输出能量为:

$$\max_{v \in BH_2} \|y\|_2 = \|SW\|_{\infty}. \quad (3)$$

其中 $S(s) = (I + G(s)K(s))^{-1}$ 为灵敏度函数.

设性能指标

$$J = \|SW\|_{\infty}. \quad (4)$$

要求控制器 K 必须满足以下条件:

1) 在满足 H_{∞} 性能指标的同时, 使闭环系统动态性能达到一定的要求 (即闭环极点位于预期稳定区域内); 2) 控制器 K 是稳定的; 3) 计算简便, 便于工程实现.

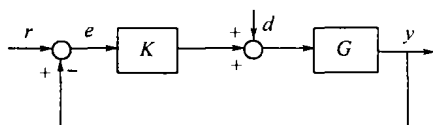


图 1 单输入单输出线性控制系统

Fig. 1 SISO linear control system

2.2 稳定区域 D 的建立 (Establishment of stable region D)

对于连续线性系统, 考虑一般的稳定区域 D , 应满足下面两个条件:

1) D 为左半平面的开凸集; 2) D 关于实轴对称, 即若 $s \in D$, 则 $\bar{s} \in D$.

定义 $\mathbb{R}H_D^{\infty}$ 为所有极点位于区域 D 内的实系数稳定真 (proper) 有理函数组成的集合. 显然, $\mathbb{R}H_D^{\infty}$ 为 $\mathbb{R}H^{\infty}$ 的一个子集. $\mathbb{R}H_D^{\infty}$ 为主理想整环^[9].

2.3 基于主理想整环的控制器模型构成 (Constitution of controller model based on principal ideal domain)

设 $f, g \in \mathbb{R}H_D^{\infty}$, 如果 f, g 在 D 内无公共零点, 则称 f, g 是互质的. 将对象 G 在 $\mathbb{R}H_D^{\infty}$ 上作互质分解:

$$G = d^{-1}n. \quad (5)$$

则由于 $\mathbb{R}H_D^{\infty}$ 为主理想整环, 必存在 $x, y \in \mathbb{R}H_D^{\infty}$, 使得下式成立:

$$x \cdot d + y \cdot n = 1. \quad (6)$$

定理 给定对象 $G = d^{-1}n$, 其中 $d, n \in \mathbb{R}H_D^{\infty}$, 互质. 则使闭环极点位于预期稳定区域 D 内的控制器 K 的集合 $S_D(G)$ 由下式给出^[15]:

$$S_D(G) = \{K = (y + Qd)(x - Qn)^{-1} \mid Q \in \mathbb{R}H_D^{\infty}, x - Qn \neq 0\}. \quad (7)$$

式中: $x, y \in \mathbb{R}H_D^{\infty}$, 且满足式(6), Q 为参数.

3 控制器可实现性分析 (Controller realizability analysis)

由式(7)可以看出控制器 K 稳定的充分必要条件为 $(x - Qn)^{-1} \in \mathbb{R}H^{\infty}$, 即 $(x - Qn)$ 在右半平面无零点.

对于对象 G , 如果存在一个稳定的控制器 K 使得闭环极点位于指定的极点区域 D 内, 则称 G 为 D 强可镇定的. 亦即, 当对象 G 为 D 强可镇定时, 必存在稳定的控制器 K 使得闭环极点位于区域 D 内, 从而必存在 $Q \in \mathbb{R}H_D^{\infty}$ 使得 $(x - Qn)^{-1} \in \mathbb{R}H^{\infty}$.

因此设计使闭环极点位于区域 D 内的稳定控制器的问題就化为求取 $\mathbb{R}H_D^{\infty}$ 空间中的参数 Q , 使得 Q 满足 $(x - Qn)^{-1} \in \mathbb{R}H^{\infty}$. 但是, 由于 $(x - Qn)^{-1} \in \mathbb{R}H^{\infty}$ 条件较难用 Q 的显式来表示, 所以很难找到一种求解 Q 的解析方法. $\mathbb{R}H_D^{\infty}$ 空间中阶数为 t 的参数 Q 可以表示为:

$$Q = \frac{b_0 s^t + b_1 s^{t-1} + \cdots + b_t}{s^t + a_1 s^{t-1} + \cdots + a_t}. \quad (8)$$

式中: $b_0, a_i, b_i (i = 1, \cdots, t)$ 为实数, 且下述代数方程的根均位于区域 D 内.

$$s^t + a_1 s^{t-1} + \cdots + a_t = 0. \quad (9)$$

由于式(8)中求解参数过多, 计算复杂, 计算量大, 工程实现困难. 为此, 考虑将其简化设计为一超前滞后环节:

$$Q(s) = \frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1}. \quad (10)$$

这样做的代价将使 H_{∞} 性能指标 $J = \|SW\|_{\infty}$ 增大, 系统鲁棒性能有所下降, 但是大大简化了计算的复杂性, 提高了 Q 的可实现性. 因此, 关于 H_{∞} 的参数优化问题就可以化为求解式(10) ($T_2 s + 1 = 0$ 的根位于区域 D 内), 使得 $(x - Qn)^{-1} \in \mathbb{R}H^{\infty}$.

4 控制器参数的选择 (Controller parameter selection)

下面将结合具有实参数不确定性典型对象

$$G(s) = \frac{k}{T_s + 1} e^{-\tau s}$$

进行控制器参数的优化设计.

4.1 预稳定区域 D 选取 (Prescribed stable region D selection)

为简便起见,预定闭环极点区域 D 可选取为如下形式:

$$D = \{s \mid \operatorname{Re} s < -\alpha, |\operatorname{Im} s| < k|\operatorname{Re} s|, (\alpha, k > 0, \alpha, k \in \mathbb{R})\}. \quad (11)$$

其中,式(11)即可满足一般系统对动态性能的要求.

4.2 $\tau = 0$ 的参数选择 (Parameter selection for $\tau = 0$)

此时, $G(s) = \frac{k}{Ts + 1}$, 将对象 G 在 $\mathbb{RH}_D^\infty$ 上作互质分解 $G = d^{-1}n$, 则有:

$$n(s) = \frac{1}{s + m}, \quad d(s) = \frac{Ts + 1}{k(s + m)}. \quad (12)$$

式中: $m > \alpha, m \in \mathbb{R}$. 求解方程式(6), 其中 $x, y \in \mathbb{RH}_D^\infty$, 可得:

$$\begin{cases} x(s) = \frac{k(\frac{1}{T}s + 1)}{s + m}, \\ y(s) = \frac{[(2m - T - \frac{1}{T})s + (m^2 - 1)]}{s + m}. \end{cases} \quad (13)$$

要求 $Q \in \mathbb{RH}_D^\infty$, 则有:

$$0 < T_2 < \frac{1}{\alpha}. \quad (14)$$

要求 $(x - Qn)^{-1} \in \mathbb{RH}_D^\infty$ (即 $(x - Qn)$ 不存在右半平面的零点), 亦即:

$$\frac{k(\frac{1}{T}s + 1)}{s + m} - \frac{(T_1s + 1)}{(T_2s + 1)(s + m)}. \quad (15)$$

在开右半平面无零点, 则有:

$$0 < T_1 < \frac{k}{T} + kT_2. \quad (16)$$

4.3 $\tau \neq 0$ 的参数选择 (Parameter selection for $\tau \neq 0$)

此时, $G(s) = \frac{k}{Ts + 1}e^{-\tau s}$, 将 $e^{-\tau s}$ 展开为泰勒级数得:

$$e^{-\tau s} = 1 - \tau s + \frac{(-\tau s)^2}{2!} + \cdots + \frac{(-\tau s)^n}{n!} + \cdots. \quad (17)$$

略去高次项, 可得 $e^{-\tau s}$ 的近似表达式为:

$$e^{-\tau s} \approx 1 - \tau s + \frac{\tau^2}{2}s^2. \quad (18)$$

将对象 G 在 $\mathbb{RH}_D^\infty$ 上作互质分解 $G = d^{-1}n$, 则有:

$$n(s) = \frac{1 - \tau s + \frac{\tau^2}{2}s^2}{(s + m)^2}, \quad d(s) = \frac{Ts + 1}{k(s + m)^2}. \quad (19)$$

式中: $m > \alpha, m \in \mathbb{R}$.

设 $x(s) = \frac{as + b}{s + m}, y(s) = \frac{cs + d}{s + m}$, 代入式(6)

中, $x, y \in \mathbb{RH}_D^\infty$, 求得 a, b, c, d 为:

$$\begin{cases} a = \frac{3m + \frac{2}{\tau} - \frac{\tau^2}{2}d}{\frac{T}{k}}, \quad b = k(m^3 - d), \quad c = \frac{2}{\tau^2}, \\ d = \frac{T^2m^3 - 3Tm^2 + 3m + \frac{2}{\tau} + \frac{2T}{\tau^2}}{T^2 + T\tau + \frac{\tau^2}{2}}. \end{cases} \quad (20)$$

要求 $Q \in \mathbb{RH}_D^\infty$, 则有:

$$0 < T_2 < \frac{1}{\alpha}. \quad (21)$$

要求 $(x - Qn)^{-1} \in \mathbb{RH}^\infty$ (即 $(x - Qn)$ 的分子多项式在右半平面无根), 则多项式

$$\frac{as + b}{s + m} - \frac{T_1s + 1}{T_2s + 1} \cdot \frac{1 - \tau s + \frac{\tau^2}{2}s^2}{(s + m)^2} \quad (22)$$

在开右半平面无零点, 则有:

$$0 < T_1 < \frac{2aT_2}{\tau^2}. \quad (23)$$

5 仿真实验 (Simulation experiment)

5.1 对象模型的选取 (Slection of target model)

考虑一实际气温对象:

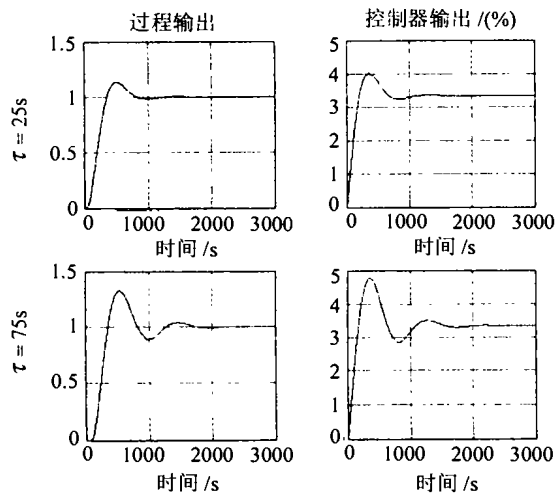
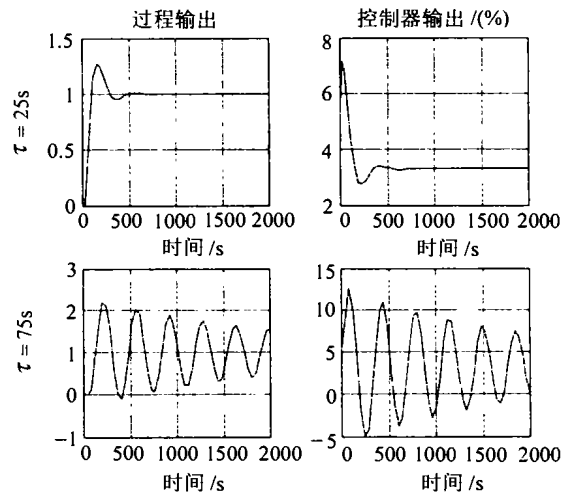
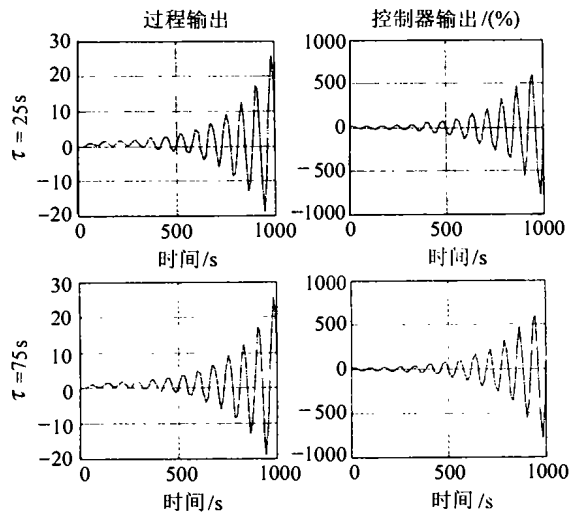
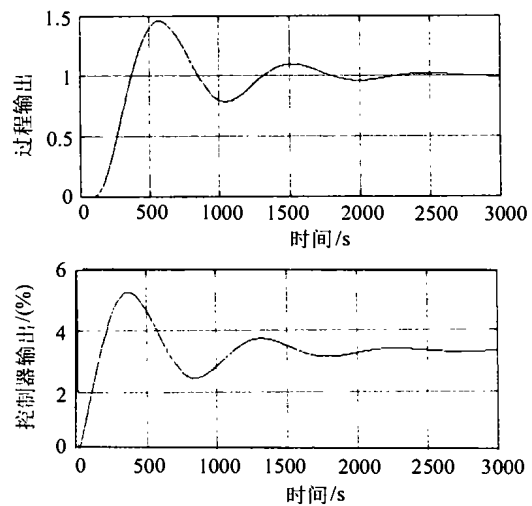
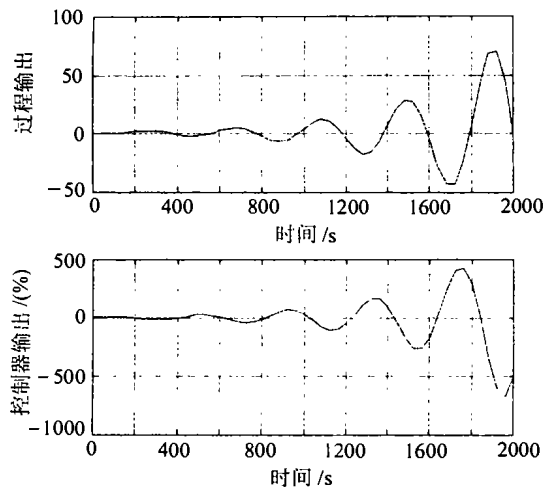
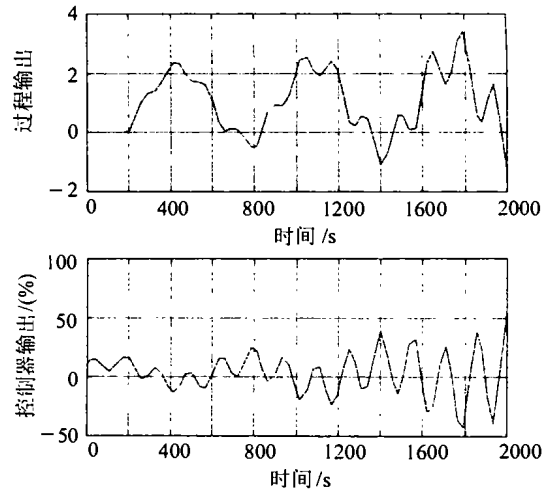
$$G(s) = \frac{0.3}{100s + 1}e^{-50s}. \quad (24)$$

根据前述的方法, 可求得控制器 $K(s)$ 为:

$$K(s) = \frac{0.0008s^3 + 45.094s^2 + 30.93s + 91.21}{4.166s^3 + 218.8626s^2 + 2371.1334s + 4475.56}. \quad (25)$$

5.2 对象模型参数变化 (Target model parameter change)

保持 $K(s)$ 不变, 将式(24)对象纯迟延 τ 变化 $\pm 50\%$ 时, 它们的单位阶跃响应分别如图 2 ~ 4 所示. 可以看出采用本文方法设计的控制器在对象参数变化时, 闭环系统仍能保持较好动态特性和品质, 而常规 PID 和 Smith 预估器控制的动态品质明显变差, 甚至发散; 而且控制器输出的超调量、稳定性也远优于常规 PID 和 Smith 预估器. 特别是, 当对象的迟延 τ 增大 100%, 系统仍能保持较好的品质特性, 如图 5 所示, 而此时, 常规 PID 和 Smith 预估器对应的过程和控制输出已经发散, 如图 6、图 7 所示. 因此, 以本文方法设计的控制器对于具有实参数不确定性的对象具有较强的鲁棒适应性.

图2 τ 变化 $\pm 50\%$ 时本文方法Fig. 2 Method of this paper when τ changed $\pm 50\%$ 图3 τ 变化 $\pm 50\%$ 时常规PIDFig. 3 Normal PID when τ changed $\pm 50\%$ 图4 τ 变化 $\pm 50\%$ 时smith预估器Fig. 4 Smith predictor when τ changed $\pm 50\%$ 图5 $\tau=100$ 时本文方法Fig. 5 Method of this paper when $\tau=100$ s图6 $\tau=100$ 时常规PIDFig. 6 Normal PID when $\tau=100$ s图7 $\tau=100$ 时 Smith 预估器Fig. 7 Smith predictor when $\tau=100$

6 结束语(Conclusion)

通过对本文提出的 H_∞ 控制器参数优化整定方法的理论分析和仿真验证,可以看出:

1) 常规 H_∞ 设计方法由于需要进行复杂的计算,计算量大,可实现性差,给实际应用带来一定的困难.本文方法从算法可实现性角度出发,针对具有实参数不确定性对象模型,给出了一种计算简便的 H_∞ 控制器参数整定方法(式(14), (16), (21), (23)).

2) 当对象参数在较大范围($\pm 50\% \sim 100\%$)变化时,由本文方法实现的控制系统的超调量、稳定性和对模型参数变化的敏感性等方面均优于常规 PID 和 Smith 预估器,并且控制输出能够在一个稳定的范围内变化.

3) 本文方法既考虑了系统的鲁棒性能,又兼顾了系统动态性能这一重要因素,使系统在满足 H_∞ 性能指标的同时,动态性能亦能达到一定的要求.克服了不稳定控制器的问题,保证了闭环系统的品质特性,并为 H_∞ 方法的实际应用,提供了一定的参考.

参考文献(References)

- [1] Zames G. Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms and approximate inverse [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1981, 26(2): 301 - 320
- [2] Zames G, Francis B A. A new approach to classical frequency methods: Feedback and minimax sensitivity [A]. IEEE CDC Conference [C]. San Diego, California, USA, 1981, 378 - 383
- [3] Basar T, Bernhard P. H_∞ -Optimal Control and Related Minimax Design Problems: a Dynamic Game Approach [M]. USA: Boston Birkhauser, 1991
- [4] Green M. H_∞ controller synthesis by J -lossless coprime factorization

- [J]. SIAM J. Control and Optimization, 1992, 30(3): 522 - 547
- [5] Dym H, Gohberg I. A maximum entropy principle for contractive interpolants [J]. J. Functional Analysis, 1986, 65(1): 485 - 493
- [6] Georgiou T T. On the computation of the gap metric [J]. Systems & Control Letters, 1988, 11(4): 253 - 257
- [7] Xu Dongling, Shi Songjiao, Jin Zhongji. Decoupling design of multivariable H_∞ optimal sensitivity controller [J]. Control Theory & Applications, 1989, 6(4): 43 - 50 (in Chinese)
- [8] Ye Qingkai, Mao Jianqin, Wu Zhiming. Solve design problems with parameter tolerances by cut map method [J]. Control Theory & Applications, 1989, 6(Suppl.): 18 - 26 (in Chinese)
- [9] Fan Yushun, Wu Qi, Wang Enping. A H_∞ optimal design of stable controller ensuring assigned region of closed-loop poles [J]. Acta Automatica Sinica, 1991, 17(1): 10 - 16 (in Chinese)
- [10] Zhang Hanquan, Yu Yongsheng. H_∞ robust self-tuning control with expected closed-loop pole region [J]. Xinan Jiaotong University Journal, 1993, 10(4): 1 - 6 (in Chinese)
- [11] Wang Haiyan. Pole-assignment in a specified region and robustness [J]. Control Theory & Applications, 1992, 9(4): 336 - 340 (in Chinese)
- [12] 美多 勉. H_∞ 制御[M]. 東京: 昭晃堂, 1998 (in Japanese)
- [13] 木村英紀, 藤井隆雄, 森 武宏. ロバスト制御[M]. 東京: コロナ社, 1994 (in Japanese)
- [14] Wu Min, Gui Weihua. Modern Robust Control [M]. Changsha: Central South Industry University Press, 1998 (in Chinese)
- [15] Vidyasagrin M. Control System Synthesis: a Factorization Approach [M]. Cambridge, MA: MIT Press, 1985

本文作者简介

李大中 1961 年生, 华北电力大学动力系教授. 主要研究方向为鲁棒控制策略与方法, 智能控制及其应用, 计算机过程控制. Email: dazhongli2002@yahoo.com.cn

刘淑平 1960 年生, 华北电力大学信息与网络管理中心副教授. 主要研究方向是计算机过程控制, 智能控制理论与应用, 应用软件设计研究.

胡日勤 1976 年生, 华北电力大学硕士生. 主要研究方向是鲁棒控制, 智能控制及应用, 计算机过程控制.