

文章编号: 1000-8152(2002)06-0919-04

三相感应电机的稳定性分析*

谢庆国, 赵金, 万淑芸, 沈轶
(华中科技大学 控制科学与工程系, 武汉 430074)

摘要: 应用 Lyapunov 稳定性理论分析了三相感应电机电磁子系统稳定性, 讨论了电机参数时变情况下的三相感应电机电磁子系统全局一致渐近稳定和指数稳定的充分条件. 可以为交流调速系统应用自适应控制理论和智能控制的参数化逼近提供部分理论依据.

关键词: 感应电机; 稳定性; 时变参数

中图分类号: TM921.0; TP13 文献标识码: A

On stability analysis of induction motor

XIE Qing-guo, ZHAO Jin, WAN Shu-yun, SHEN Yi

(Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: An unknown non-parameter nonlinear function, such as an induction motor in some measure, can be approximated by a function with parameters. These kinds of functions include fuzzy logic, artificial neural network and so on. To ensure the reliable approximation, the control system must be stable. With Lyapunov theory applied, sufficient conditions of global stability of electrical subsystem of an induction motor with time-varying parameters is presented.

Key words: induction motor; stability; time-varying parameters

1 引言 (Introduction)

近年来, 智能控制的理论与方法逐步应用于交流调速系统中, 其中, 相当一部分的研究是基于自适应理论的控制与估计, 以期增加交流调速系统的负载鲁棒性和参数鲁棒性, 即对付系统的不确定性.

通常, 智能控制的理论与方法应用于交流调速系统中, 是通过各种不同的逼近方法(如人工神经网络), 将非参数函数转化为参数化函数. 这些方法表明, 若自变量 x 在一个紧集内, 那么描述控制系统动态的未知非参数非线性函数 $f(\cdot)$ 便可被下列形式的参数化模型一致逼近:

$$g(\theta, x) \triangleq \sum_{i=1}^N a_i \sigma(b_i^T x). \quad (1)$$

其中 $\sigma(\cdot)$ 是“基函数”, 则 a_i 和 b_i 是未知参数. 这样, 在自适应控制研究中, 人们自然会用上述参数化模型取代原先的非参数模型^[1,2], 这一方法在交流调速系统中也有大量的应用. 但是, 应该注意到, 为了保证采用式(1)对 $f(\cdot)$ 可靠的逼近, 自变量 x (通常代表系统的状态信号)需落在一个紧集内, 这就要求控制系统首先具有稳定性. 因而, 有必要讨论交流电机、交流调速系统的稳定性, 为自适应控制和智能控制理论与方法应用于交流调速系统提供依据.

R.Ortega 等人提出一种基于无源性的转矩和速度调节的方法, 讨论了三种情况^[3,4]: 1) 理想情况, 即全状态可测量, 所有的电机参数是已知的, 负载扰动是已知的; 2) 部分状态反馈情况, 即定子电流和转速是可测量的, 电机参数和负载扰动是已知的; 3) 自适应情况, 即全状态可测量, 转子电阻与负载转矩是常数, 可以未知大小. 以上三种情况均未考虑电机参数的时变. 陈峰等人提出一种基于电磁子系统 Lyapunov 稳定的异步电动机非线性标量控制^[5,6], 也是假定了电机参数定常.

本文在上述工作的基础上讨论交流调速系统在参数时变情况下的稳定性.

2 三相感应电机的数学模型 (Mathematic model of induction motor)

根据参考文献[7], 列写三相感应电机在两相同步旋转坐标系上的数学模型如下:

电压方程:

$$\begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ u_{rd} \\ u_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_s p & -\omega_1 L_s & L_m p & -\omega_1 L_m \\ \omega_1 L_s & R_s + L_s p & \omega_1 L_m & L_m p \\ L_m p & -\omega_s L_m & R_r + L_r p & -\omega_s L_r \\ \omega_s L_m & L_m p & \omega_s L_r & R_r + L_r p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

* 基金项目: 国家自然科学基金(60074008), 中国博士后基金资助项目.
收稿日期: 2000-12-25; 收修改稿日期: 2001-09-17.

磁链方程:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{sd} \\ \Psi_{sq} \\ \Psi_{rd} \\ \Psi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

转矩和运动方程

$$T_e = p_n L_m (i_{sq} i_{rd} - i_{sd} i_{rq}) = T_L + \frac{J}{p_n} \frac{d\omega_{re}}{dt}. \quad (4)$$

在基于无源性的分析中,将三相感应分为两个部分^[3],即电磁子系统和机械子系统,如图1所示.

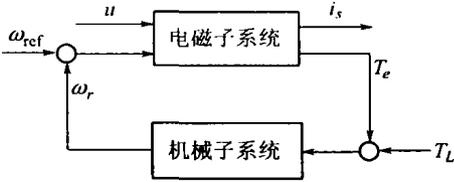


图1 三相感应电机基于无源性的分解
Fig. 1 The subsystems of induction motor

假设定子电流 i_s , 转子速度 ω , 及转子位置 θ 可测量. 基于图1的分解, 先讨论电磁子系统的稳定性, 进而在负载转矩的限定条件下, 讨论电机的稳定性. 将式(2)改写为状态方程的形式

$$A \frac{dx}{dt} + (B + R)x = u. \quad (5)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} L_s I & L_m I \\ L_m I & L_r I \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} R_s I & 0 \\ 0 & R_r I \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} \omega_1 L_s J & \omega_1 L_m J \\ \omega_s L_m J & \omega_s L_r J \end{bmatrix},$$

$$I = [\text{diag}(1, 1)], \quad J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [i_{sd} \ i_{sq} \ i_{rd} \ i_{rq}]^T,$$

$$u = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T = [u_{sd} \ u_{sq} \ u_{rd} \ u_{rq}].$$

3 电机参数时不变的三相感应电机稳定性 (Stability analysis of induction motor with constant parameters)

由式(5), 考虑零解, 得

$$\frac{dx}{dt} = -A^{-1}[B + R]x. \quad (6)$$

构造能量函数

$$V = x^T A R^{-1} A x, \quad (7)$$

得

$$V = x^T A R^{-1} A x =$$

$$\left(\frac{L_s^2}{R_s} + \frac{L_m^2}{R_r}\right)x_1^2 + 2\left(\frac{L_s L_m}{R_s} + \frac{L_r L_m}{R_r}\right)x_1 x_3 +$$

$$\left(\frac{L_s^2}{R_s} + \frac{L_m^2}{R_r}\right)x_3^2 + \left(\frac{L_s^2}{R_s} + \frac{L_m^2}{R_r}\right)x_2^2 +$$

$$2\left(\frac{L_s L_m}{R_s} + \frac{L_r L_m}{R_r}\right)x_2 x_4 + \left(\frac{L_m^2}{R_s} + \frac{L_r^2}{R_r}\right)x_4^2 \geq 0, \quad (8)$$

知: V 在 G_H 上正定具有无穷小上界. 又有:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= 2x^T A R^{-1} A \frac{dx}{dt} = \\ &= -2x^T A R^{-1} B x - 2x^T A R^{-1} R x. \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $A R^{-1} B$ 为反对称矩阵, 则

$$\frac{dV}{dt} = 0 - 2x^T A x = -2x^T A x < 0. \quad (10)$$

由文献[8~10]可知式(5)的零解一致渐近稳定.

这一结果对 $G_H = \mathbb{R}^n$ 成立, 可得如下定理:

定理1 对三相感应电机电磁子系统, $\forall \omega_1, \omega_s \in \mathbb{R}, L_s, L_m, R_s, R_r$ 为常数. 零解 $x = [i_{sd} \ i_{sq} \ i_{rd} \ i_{rq}]^T = 0$ 是全局一致渐近稳定的.

同时, 可得推论1和推论2.

推论1 对于电流参考值 x_{ref} , 如果选取控制律

$$u = A \frac{dx}{dt} + (B + R)x,$$

交流感应电机电磁子系统一致渐近稳定于 x_{ref} .

推论2 对于转速参考值 ω_{ref} , 电流参考值 x_{ref} , 选取控制律

$$u = A \frac{dx}{dt} + (B + R)x,$$

且有负载转矩 T_L 一次可导且有界, 则交流感应电机转速一致渐近稳定于 ω_{ref} .

再考虑式(7)与(8), 若 x_1, x_3 同号, x_2, x_4 同号即同一轴上的定子电流与转子电流同号, 则可得定理2.

定理2 对三相感应电机电磁子系统, $\forall \omega_1, \omega_s \in \mathbb{R}, L_s, L_r, R_s, R_r$ 为常数. 若 x_1, x_3 同号, x_2, x_4 同号, 则零解

$$x = [i_{sd} \ i_{sq} \ i_{rd} \ i_{rq}]^T = 0$$

是指数稳定的.

4 电机参数时变的三相感应电机稳定性 (Stability analysis of induction motor with time-varying parameters)

上节讨论三相感应电机的稳定性时假设了电机参数为常数. 由于在实际系统中电机参数会产生变化, 尤其是定、转子电阻. 因此上节中得到的结论针对实际应用就受到很大的限制. 电机主要参数 L_s, L_m, L_r, R_s, R_r 的变化都可能影响系统的稳定性. 而在运行过程中, 这些参数的变化的规律是难以获得的, 例如, 对于电阻的变化, 只有一个简单的通用规

律由式(11)表示.

$$R = R_{25^\circ\text{C}} + \alpha R_{25^\circ\text{C}}(T - 25^\circ\text{C}). \quad (11)$$

其中 $\alpha = (11.21 \times 10^{-3}/^\circ\text{C})$.

相比较而言,在一般情况下,电感参数 L_s, L_m, L_r 变化较小,以下讨论 R_s, R_r 时变的情况,先给出结论.

定理 3 对交流感应电机电磁子系统, $\forall \omega_1, \omega_s \in \mathbb{R}$, 若满足 $1 + L_{\max} \xi_{\min} > 0$, 其中

$$L_{\max} = \max(L_s, L_r), \quad \xi_{\min} = \min\left(\frac{dR_s(t)}{R_s^2(t)}, \frac{dR_r(t)}{R_r^2(t)}\right),$$

则零解 $x = [i_{sd} \quad i_{sq} \quad i_{rd} \quad i_{rq}]^T = 0$ 是全局一致渐近稳定的.

证 考虑电阻参数时变,改写式(5)如下:

$$A \frac{dx}{dt} + (B(\omega_1, \omega_s, t) + R(t))x = u. \quad (12)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} L_s I & L_m I \\ L_m I & L_r I \end{bmatrix}, \quad R(t) = \begin{bmatrix} R_s(t) I & 0 \\ 0 & R_r(t) I \end{bmatrix},$$

$$B(\omega_1, \omega_s, t) = \begin{bmatrix} \omega_1 L_s J & \omega_1 L_m J \\ \omega_s L_m J & \omega_s L_r J \end{bmatrix},$$

$$I = \text{diag}(1, 1), \quad J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$N = AR^{-2}(t)R^1(t)A = \begin{bmatrix} L_s^2 \xi_s + L_m^2 \xi_r & 0 & L_s L_m \xi_s + L_r L_m \xi_r & 0 \\ 0 & L_s^2 \xi_s + L_m^2 \xi_r & 0 & L_s L_m \xi_s + L_m L_r \xi_r \\ L_s L_m \xi_s + L_r L_m \xi_r & 0 & L_m^2 \xi_s + L_r^2 \xi_r & 0 \\ 0 & L_s L_m \xi_s + L_m L_r \xi_r & 0 & L_m^2 \xi_s + L_r^2 \xi_r \end{bmatrix},$$

得 $\frac{dV}{dt} = -x^T D x$. 其中

$$D = \begin{bmatrix} 2L_s + L_s^2 \xi_s + L_m^2 \xi_r & 0 & 2L_m + L_s L_m \xi_s + L_r L_m \xi_r & 0 \\ 0 & 2L_s + L_s^2 \xi_s + L_m^2 \xi_r & 0 & 2L_m + L_s L_m \xi_s + L_m L_r \xi_r \\ 2L_m + L_s L_m \xi_s + L_r L_m \xi_r & 0 & 2L_r + L_m^2 \xi_s + L_r^2 \xi_r & 0 \\ 0 & 2L_m + L_s L_m \xi_s + L_m L_r \xi_r & 0 & 2L_r + L_m^2 \xi_s + L_r^2 \xi_r \end{bmatrix}.$$

由条件 $1 + L_{\max} \xi_{\min} > 0$ 得

$$\begin{cases} 2L_s + L_s^2 \xi_s + L_m^2 \xi_r > 0, \\ 2L_r + L_m^2 \xi_s + L_r^2 \xi_r > 0, \\ 2L_s + L_s^2 \xi_s + L_m^2 \xi_r \geq 2L_m + L_s L_m \xi_s + L_r L_m \xi_r, \\ 2L_s + L_s^2 \xi_s + L_m^2 \xi_r \geq 2L_m + L_s L_m \xi_s + L_r L_m \xi_r, \end{cases}$$

即

$$\frac{dV}{dt} = -x^T D x < 0. \quad (16)$$

命题得证.

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [i_{sd} \quad i_{sq} \quad i_{rd} \quad i_{rq}]^T,$$

$$u = [u_1, u_2, u_3, u_4]^T = [u_{sd} \quad u_{sq} \quad u_{rd} \quad u_{rq}]^T.$$

由式(12)得

$$\frac{dx}{dt} = -A^{-1}[B(\omega_1, \omega_s, t) + R(t)]x. \quad (13)$$

构造能量函数

$$V = x^T AR^{-1}(t)Ax. \quad (14)$$

得

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{R_s(t)}(L_s x_1 + L_m x_3)^2 + \frac{1}{R_r(t)}(L_m x_1 + L_r x_3)^2 + \\ &\quad \frac{1}{R_s(t)}(L_s x_2 + L_m x_4)^2 + \frac{1}{R_r(t)}(L_m x_2 + L_r x_4)^2 \geq 0. \end{aligned} \quad (15)$$

知, V 在 G_H 上正定且具有无穷小上界.

又有

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= 2x^T AR^{-1}(t)A \frac{dx}{dt} + x^T A \frac{dR^{-1}(t)}{dt} Ax = \\ &\quad -2x^T Ax - x^T AR^{-2}(t)R'(t)Ax. \end{aligned} \quad (16)$$

令

$$\xi_s = \frac{dR_s}{dt} = -\frac{dR_s^{-1}(t)}{dt}, \quad \xi_r = \frac{dR_r}{dt} = -\frac{dR_r^{-1}(t)}{dt},$$

又令

$$\begin{bmatrix} L_s^2 \xi_s + L_m^2 \xi_r & 0 & L_s L_m \xi_s + L_r L_m \xi_r & 0 \\ 0 & L_s^2 \xi_s + L_m^2 \xi_r & 0 & L_s L_m \xi_s + L_m L_r \xi_r \\ L_s L_m \xi_s + L_r L_m \xi_r & 0 & L_m^2 \xi_s + L_r^2 \xi_r & 0 \\ 0 & L_s L_m \xi_s + L_m L_r \xi_r & 0 & L_m^2 \xi_s + L_r^2 \xi_r \end{bmatrix},$$

同理可得定理 4, 推论 3, 推论 4.

定理 4 对三相感应电机电磁子系统, $\forall \omega_1, \omega_s \in \mathbb{R}$, 若满足 $1 + L_{\max} \xi_{\min} > 0$, 其中

$$L_{\max} = \max(L_s, L_r), \quad \xi_{\min} = \min\left(\frac{dR_s(t)}{R_s^2(t)}, \frac{dR_r(t)}{R_r^2(t)}\right),$$

且 x_1, x_3 同号, x_2, x_4 同号, 则零解 $x = [i_{sd} \quad i_{sq} \quad i_{rd} \quad i_{rq}]^T = 0$ 是指稳定的.

推论 3 对于电流参考值 x_{ref} , 如果选取控制律

$$u = A \frac{dx}{dt} + (B(\omega_1, \omega_s, t) + R(t))x,$$

则交流感应电机电磁子系统一致渐近稳定于 x_{ref} .

推论 4 对于转速参考值 ω_{ref} , 电流参考值 x_{ref} , 选取控制律

$$u = A \frac{dx}{dt} + (B(\omega_1, \omega_s, t) + R(t))x,$$

且有负载转矩 T_L 一次可导且有界, 则交流感应电机转速一致渐近稳定于 ω_{ref} .

5 结论(Conclusion)

本文讨论三相感应电机在参数时变情况下的稳定性, 一方面为自适应控制方法、智能控制理论与方法应用于交流调速系统提供稳定性方面的依据, 另一方面, 可以在此基础上研究和探讨新的控制策略. 所研究的结果推广了 R. Ortega, 陈峰等人的研究结果中对电机参数定常的限制, 从而将电机电磁子系统的稳定性推广到更普遍的情况. 换一个角度来说, 从一个系统的稳定性出发, 一般可得到一个可行的控制方法. 在这个基础上, 如果加上一些限制条件, 如本文中关于指数稳定性的结论, 有可能得到高性能低成本的控制方法.

参考文献(References)

- [1] Guo Lei, Xie Liangliang. An asymptotic optimal non-parameter adaptive controller [J]. Science in China (Series E), 2000, 30(3) 250 - 257 (in Chinese)
- [2] Xia Chaoying. Adaptive Control on AC and DC Drive System [M]. Beijing: China Machine Press, 1999 (in Chinese)

- [3] Ortega R, Espinosa G. Torque regulation of induction motors [J]. Automatica, 1993, 29(3): 621 - 633
- [4] Ortega R, Nicklasson P J, Espinosa-Perez G. On speed control of induction motors [J]. Automatica, 1996, 32(31): 455 - 460
- [5] Chen Feng, XU Wenli, Wang Xu. Nonlinear scalar control of the induction motor based on the Lyapunov stability of the electromagnetic subsystem [J]. Proceedings of the Chinese Society of Electrical Engineering, 2000, 20(6): 53 - 57 (in Chinese)
- [6] Chen Feng, XU Wenli, Wang Xu. Sensorless nonlinear control of the induction motor based on the Lyapunov-stability [J]. Electrical Drive, 2000, 30(2): 18 - 22 (in Chinese)
- [7] Chen Boshi, Chen Minxun. AC Variable Speed System [M]. Beijing: China Machine Press, 1999 (in Chinese)
- [8] Liao Xiaoxin. Absolute Stability of Nonlinear Control Systems [M]. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1993
- [9] Liao Xiaoxin. Theory and Application of Stability for Dynamical Systems [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2000 (in Chinese)
- [10] Liao Xiaoxin. Theory Methods and Application of Stability [M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 1999 (in Chinese)

本文作者简介

谢庆国 1972 年生. 博士, 华中科技大学控制科学与工程系讲师, IEEE 会员. 主要研究方向为电力传动自动化, 智能控制理论与应用. Email: xqg@computer.org

赵金 1967 年生. 博士, 华中科技大学控制科学与工程系副教授. 主要研究方向为电力传动自动化, 智能控制理论与应用.

万淑芸 1940 年生. 华中科技大学控制科学与工程系教授, 博士生导师, 电力电子与运动控制研究所所长. 主要研究方向为电力传动自动化, 智能控制理论与应用.

沈轶 1967 年生. 博士. 在华中科技大学控制科学与工程系做博士后研究工作. 主要研究方向为随机稳定性, 神经网络.