文章编号：1000－8152(2002)06－0960－03

一类具有不确定性的复杂系统的鲁棒与反馈容错

张颖伟，王福利，张嗣瀛
（东北大学 信息科学与工程学院，沈阳 110004）

摘要：讨论受非线性扰动的线性相似子系统经非线性互联形成的组合大系统的鲁棒反馈镇定问题.首先给出其可用结构相似非光滑控制器进行镇定的鲁棒分散控制器设计方案，然后给出当执行器失效时控制器的设计方案.这种控制器不仅使正常系统保持稳定，当执行器失效时，也能使系统保持稳定.

关键词：相似组合系统；鲁棒镇定；分散控制

中图分类号：TP13　　　　**文献标识码**：A

Robust feedback fault-tolerance for a class of complex systems with similarity

ZHANG Ying-wei, WANG Fu-li, ZHANG Si-ying
(School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: The problem of decentralized feedback stabilization for a class of nonlinear uncertain interconnected systems with similar subsystems is considered. The resulting closed-loop nonlinear systems are stable that they provide guaranteed local stability and H_∞ performance not only all actuators are operational, but also when any one, actuator experiences fault.

Key words: similar interconnected systems; robust stabilization; decentralized control

1 引言(Introduction)

不确定系统的镇定是控制系统研究的一个重要问题.一般说来，系统的镇定通常包括状态反馈镇定和输出反馈镇定，两种镇定都取得了许多研究成果[1-5].前者需要借助于系统的全部状态信息，适用于系统的状态变量可直接测量的情况；后者一般只能利用系统的部分信息，适用于状态信息不易量测或估计状态与系统的真实状态有较大差距的情况.但对于组合大系统，这方面的成果比较少，至于非线性组合大系统，由于其中既有系统的非线性特性，又有子系统之间的互联作用，再加之系统的不确定性及高维性，使得其研究非常困难.

对于组合大系统，本文讨论了受非线性扰动的线性相似子系统经非线性互联而形成的组合大系统的鲁棒反馈镇定.

“鲁棒容错控制”是要求较高的一类容错控制问题，它不仅要求系统在一定的容错目标下对考虑的故障具有容错能力，而且还要求当被控对象的模型特性发生一定程度的变化时这种容错性能依然成立.容错控制问题的理论研究，人们普遍用一个增益参数来描述执行器的故障.本文研究的是两状态增益参数鲁棒容错控制问题，对执行器故障情况，设计了容错的鲁棒状态反馈控制器.

2 系统描述及定义(System description and definition)

考虑下述具有不确定性的非线性组合大系统：

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i(u_i + H_i(x)) \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} d_{ij}(x_j). \qquad (1)$$

其中 $x_i \in \mathbb{R}^n, y_i, u_i \in \mathbb{R}^m$ 分别是第 i 个子系统的状态、输出和输入；A_i, B_i 分别是常值阵；

$$H_i(x) \in V_n^\omega(\Omega),\ \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} d_{ij}(x_j) \in V_n^\omega(\Omega).$$

$V_n^\omega(\Omega)$ 为定义在 Ω 上的光滑向量场，非匹配互联项和结构不确定的匹配互联项；$\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} d_{ij}(x_j)$ 是非线性互联项，再由

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} d_{ij}(x_j) \in V_n^\omega(\Omega),\ d_{ij}(0) = 0,$$
$$i \neq j, i, j = 1, 2, \cdots, N$$

收稿日期：2000－11－21；收修改稿日期：2002－04－20.

知道,存在 Ω_j 上的光滑函数矩阵 $\eta_{ij}(x_j)$, 使得

$$d_{ij}(x_j) = \eta_{ij}(x_j)x_j,\ i,j = 1,2,\cdots,N, i \neq j. \tag{2}$$

Ω_i 是 $x_i = 0$ 的某邻域, $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 \times \cdots \times \Omega_N$ 是 $x = 0$ 的邻域, $x = \mathrm{col}(x_1, x_2, \cdots, x_N)$. 不失一般性,假设

$$d_{ij}(0) = 0,\ i \neq j, i,j = 1,2,\cdots,N.$$

定义 1　如果存在 $m \times n$ 阶矩阵 F_i 和 n 阶非奇异矩阵 T_i 使得

$$\begin{cases} T_1^{-1}(A_1 + B_1F_1)T_1 = T_2^{-1}(A_2 + B_2F_2)T_2 = \\ \cdots = T_N^{-1}(A_N + B_NF_N)T_N, \\ T_1^{-1}B_1 = T_2^{-1}B_2 = \cdots = T_N^{-1}B_N, \end{cases} \tag{3}$$

则称系统(1)为相似组合大系统,并称 (T_i, F_i) 为第 i 个子系统的相似参量.

3　鲁棒控制器设计(Robust controller design)

考虑组合系统(1),对系统(1)做如下假设:

假设 1　(A_i, B_i) 都是能控对.

假设(A_i, B_i)都是能控对,且 $m = 1$,则知道[5],存在相似参量$(T_i, F_iT_i^{-1})$ 使得

$$\begin{aligned} &T_i^{-1}(A_i + B_iF_i)T_i = A, \\ &T_i^{-1}B_i = B,\ i = 1,2,\cdots,N. \end{aligned} \tag{4}$$

其中 (A, B) 能控,则系统(1) 是相似组合大系统且存在矩阵 K 使矩阵$(A + BK)$ 是 Hurwitz 稳定的,所以对任一正定矩阵 Q, 下述 Lyapunov 方程

$$(A + BK)^{\mathrm{T}}P + P(A + BK) = -Q \tag{5}$$

有唯一正定矩阵 P.

定理 1　在假设1下,如果 $W^{\mathrm{T}}(x) + W(x)$ 是区域 Ω 上的正定阵,其中

$$W(x) = (\omega_{ij}(x_j))_{N\times N},$$

$$\omega_{ij}(x_j) = \begin{cases} 1, & j = i, \\ -(2a_{ij} + b_{ij}), & j \neq i, \end{cases}$$

$$a_{ij} = \lambda_M((Q^{-\frac{1}{2}})^{\mathrm{T}}PT_i^{-1}\eta_{ij}(x_j)Q^{-\frac{1}{2}}),$$

$$b_{ij} = \upsilon_{ij}\lambda_M((Q^{-\frac{1}{2}})^{\mathrm{T}}(P^2 + I)Q^{-\frac{1}{2}}),$$

则系统(1)可用控制器鲁棒镇定.

证　设计如下的控制器:

$$u_i = (F_iT_i^{-1} + KT_i^{-1})x_i + u_i^a(x),\quad i = 1,2,\cdots,N.$$

其中 $F_i, T_i(i = 1,2,\cdots,N)$ 满足式(4).

$$u_i^a = \begin{cases} -\lambda(x), & (T_i^{-1}x_i)PB \geqslant 0, \\ \lambda(x), & (T_i^{-1}x_i)PB < 0. \end{cases} \tag{6}$$

其中 P 由式(5)决定,

$$B = (0\ \ 0\ \ \cdots\ \ 1)^{\mathrm{T}},$$

$$\lambda(x) = \max\{H_i(x)\}.$$

由系统(1)与控制器构成的闭环系统:

$$\dot{x}_i = (A_i + B_iF_iT_i^{-1} + B_iKT_i^{-1})x_i + B_i(u_i^a(x) + H_i(x)) + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} d_{ij}(x_j).$$

构造正定函数

$$V(x_1, x_2, \cdots, x_N) = \sum_{i=1}^{N} x_i^{\mathrm{T}}[(T_i^{-1})^{\mathrm{T}}PT_i^{-1}]x_i.$$

$$\begin{aligned} &\dot{V}(x_1, x_2, \cdots, x_N) = \\ &\sum_{i=1}^{N}\{x_i^{\mathrm{T}}(T_i^{-1})^{\mathrm{T}}[(T_i^{-1}(A_i + B_iF_i)T_i + \\ &T_i^{-1}B_iK)P + P(T_i^{-1}(A_i + \\ &B_iF_i)T_i + T_i^{-1}B_iK)]T_i^{-1}x_i + \\ &2x_i^{\mathrm{T}}(T_i^{-1})^{\mathrm{T}}PT_i^{-1}[B_i(u_i^a(x) + \\ &H_i(x)) + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} d_{ij}(x_j)]\} = \\ &-\frac{1}{2}Y^{\mathrm{T}}(W^{\mathrm{T}}(x) + W(x))Y. \end{aligned}$$

其中

$$Y = (\|Q^{\frac{1}{2}}T_1^{-1}x_1\|, \|Q^{\frac{1}{2}}T_2^{-1}x_2\|, \cdots, \|Q^{\frac{1}{2}}T_N^{-1}x_N\|)^{\mathrm{T}}.$$

由 $W^{\mathrm{T}}(x) + W(x)$ 在区域 Ω 上的正定性及 $T_i(i = 1, 2, \cdots, N)$ 非奇异性得 $\dot{V}$ 是区域 Ω 上的负定函数,所以系统(1) 在区域 Ω 上关于 $x = 0$ 渐近稳定.

4　容错控制(Fault-tolerant control)

对于标称子系统设计如下:令 $\Omega_a \subset \{1,2,\cdots,m\}$ 为易于失效的执行器的可选择的子集.则所考虑问题为:执行器失效容错控制器设计问题:假定方程(1) ~ (3) 的线性不确定系统 Σ 和一个正的常数 γ, 寻找下述形式的控制器:

$$\dot{\xi}_i = F\xi_i,\ u_i = E\xi_i,\ \xi_i \in \mathbb{R}^v \tag{7}$$

使对于任何 $\omega_a \subset \Omega_a$ 的执行器失效,所得闭环系统是局部渐近稳定的且 H_∞ 范数不大 γ.

设 $\omega_a \subset \Omega_a$, $\bar{\omega}_a$ 定义为集合$\{1,2,\cdots,m\} - \omega_a$, 相应的集合为 $\bar{\Omega}_a$. 记

$$u_i = u_{i\omega_a} + u_{i\bar{\omega}_a},$$

将方程(5)的控制器应用到方程(1) ~ (3)表示的线性不确定系统 Σ,则分别对于 $\omega_a \subset \Omega_a$ 的执行器失效,考虑的问题为选择 F 和 E 使系统是局部渐近稳定的.

控制器的设计:

令 P 和 Q 是对称矩阵且记

$$L_s(P) = A^{\mathrm{T}}P + PA + C_{10}^{\mathrm{T}}C_{10} + (1/\gamma^2)PB_{10}B_{10}^{\mathrm{T}}P - PBB^{\mathrm{T}}P,$$

$$L_0(Q) = \bar{A}^{\mathrm{T}}Q + Q\bar{A} + K^{\mathrm{T}}K - \gamma^2C^{\mathrm{T}}R_1^{-1}C + (1/\gamma^2)QB_{10}B_{10}^{\mathrm{T}}Q.$$

其中

$$\begin{cases} \bar{A} = A + B_{10}K_1,\ K_1 = (1/\gamma^2)B_{10}^{\mathrm{T}}P, \\ K = -B^{\mathrm{T}}P,\ R_1 = I + \gamma^2C_{10}C_{10}^{\mathrm{T}}, \\ B_{10} = [B \quad \gamma B_{\Omega_a}]. \end{cases} \tag{8}$$

定理 2 考虑方程(1)~(3)的线性不确定系统,存在正定对称矩阵 P 和 Q 使得 $L_s(P) < 0$, $L_0(Q) < 0$. 则容错的鲁棒控制器为

$$\dot{\xi}_i = F\xi_i,\ u_i = E\xi_i. \tag{9}$$

其中

$$F = A + BK - EC,\ E = -R_1^{-1}B^{\mathrm{T}}P.$$

5 小结(Conclusion)

以前结果研究的是不具有非匹配不确定互联项的非线性相似组合大系统,本节讨论的是具有非匹配不确定互联项的不确定系统的镇定问题.特别,本文给出的控制器的分段形式的非线性部分类似于“砰砰”控制结构,此控制器所要求的假设条件非常宽松,在工程上易于实现.如果要让分段形式变为连续,就要以增加大量的约束条件为代价,使得适用范围变窄.

参考文献(References)

[1] Wan W T. Stabilization of large-scale systems with nonlinear perturbations via local feedback [J]. Int. J. System Science, 1989,20(6):1003 - 1010

[2] Martin J Corless, Georgeleitmann. Continues state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1981,26(5):1139 - 1144

[3] Li Z H, Chai T Y, Wen C Y. Systematic design of robust controllers for nonlinear uncertain systems [J]. Int. J. Control, 1995,62(4):871 - 892

[4] Gu G X. Stability condition of multivariable uncertain systems via output feed-back control [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1990,35(8):925 - 927

[5] Hsu K C. Decentralized variable-structure control design for uncertain large-scale systems with series nonlinearities [J]. Int. J. Control, 1997,68(6):1231 - 1240

本文作者简介

张颖伟 1969年生.东北大学信息学院博士.研究方向为复杂系统控制理论.

王福利 1957年生.东北大学信息学院院长.研究方向为智能控制理论.

张嗣瀛 见本刊2002年第3期第430页.