

输入力矩受限的机器人鲁棒自适应跟踪控制

黄春庆^{1,2}, 王兴贵², 王祖光²

(1. 上海交通大学 自动化系, 上海 20030; 2. 军械工程学院 一系 火炮教研室, 河北 石家庄, 050003)

摘要: 在输入力矩受限的情况下, 提出一种全新的简单鲁棒自适应跟踪控制算法. 当参数的估计范围包含其真实值时, 证明了闭环系统的渐近稳定跟踪; 当有干扰存在, 常规参数估计自适应控制算法不能实现稳定控制时, 本算法仍然使系统稳定. 在本算法中, 所估计的参数在跟踪控制律前馈项中表现为非线性, 这是区别于常规参数估计自适应算法的一个最重要特征. 因此本算法控制器的设计更有灵活性, 另一方面获得更好的控制品质和鲁棒性, 特别是对参数域估计误差即参数范围估计错误的强鲁棒性, 均为仿真算例所验证.

关键词: 机器人; 跟踪控制; 参数不确定; 鲁棒自适应控制; 输入力矩受限

中图分类号: TP271

文献标识码: A

Robust-adaptive tracking control of robot manipulators with bounded torque inputs

HUANG Chun-qing^{1,2}, WANG Xing-gui², WANG Zu-guang²

(1. Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 20030, China;

2. Mechanical Department, College of Mechanical Engineering, Hebei Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: Based on input constraints, a novel robust-adaptive tracking control algorithm is proposed for robot manipulators since stability of the standard adaptive control systems is problematic when some disturbance exists. The proposed controller stabilizes the system with some disturbance and guarantees asymptotic stability in the case of non-disturbance. Robust-adaptive algorithm can be received as the extension of the conventional adaptive scheme. The estimated parameters enter the controller nonlinearly and the resulting closed-loop system. The algorithm (where saturated function can be used) provides further flexibility for adaptive controller design and better transient performance and robustness to disturbance and error of estimated parameter-region especially. Simulation results demonstrate its effectiveness.

Key words: robot manipulator; tracking control; parametric uncertainties; robust-adaptive; torque input constraint

1 前言 (Introduction)

迄今为止, 几乎所有控制器设计都建立在关节驱动器能产生任意力矩的基础上; 而实际上受物理条件限制, 驱动器的输出力矩是有限的, 这样的控制器可能导致控制失败或控制品质的恶化. 因此控制器的设计必须考虑到关节驱动器的有限驱动能力^[1-4].

对于诸如搬运作业的机器人, 有些参数是不确定或者不可知的, 基于估计参数自适应控制是处理此类问题的主要控制策略之一——利用机器人动力学方程的线性参数化性质, 通过一个积分运算估计机器人参数. 由于积分环节的作用, 在持续干扰条件

下, 控制系统不容易稳定. 因此适当限制或调整积分环节的作用是实现自适应控制系统稳定的一个有效手段. 最早由 Lozano 和 Brogliato^[5]提出投影算法 (projection algorithm)^[6], 能够把估计参数限制在所规定的范围 (包含参数真实值) 内, 从而提高了自适应控制系统的鲁棒性. 但这种算法由 6 个开关组成, 略嫌复杂, 而且当真实参数不在所规定的范围内时, 它不能给出系统控制品质及鲁棒性等信息. 考虑关节驱动器的有限驱动力矩的定点控制 (setpoint control) 问题, 利用投影算法, 文献[3]研究了基于精确数学模型的全局状态反馈控制器和输出反馈自适应控制器; 而对于轨迹跟踪问题, 文献[1]研究了未知

参数情况下全状态反馈(full-state feedback)的自适应控制问题和基于精确模型的输出反馈(output feedback)的自适应控制问题.

本文提出一种简单的鲁棒自适应控制算法,当估计参数域包含参数真实值时,闭环系统实现渐近稳定跟踪;当存在干扰或估计参数域不包含参数真实值即有估计误差时,系统是有界稳定的.

文献[7]给出机器人动力学方程的几个重要性质,利用这些性质改进控制律,提高实时性.

2 预备知识(Preliminaries)

2.1 连续可导递增函数(A continuous differentiable increasing function)

定义 $\mathcal{F}(m, \rho, \varepsilon, x)$ 表示为连续可导递增函数向量 $s(x)$ 的集合

$$s(x) = [s_1(x_1) \ s_2(x_2) \ \cdots \ s_n(x_n)]^T$$

及参数集

$$m = [m_1 \ m_2 \ \cdots \ m_n], \ m_i > 0,$$

$$\rho = [\rho_1 \ \rho_2 \ \cdots \ \rho_n], \ \rho_i > 0,$$

$$\varepsilon = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \cdots \ \varepsilon_n], \ \varepsilon_i > 0, \ i = 1, \cdots, n,$$

并满足下列条件

$$\cdot \rho_i |x_i| \geq |s_i(x_i)|, \ \forall x_i \in \mathbb{R};$$

$$\cdot \rho_i \varepsilon_i \geq |s_i(x_i)|, \ \forall x_i \in \mathbb{R};$$

$$\cdot \rho_i |x_i| \geq |s_i(x_i)| \geq m_i |x_i|, \ \forall x_i \in \mathbb{R};$$

$$|x_i| < \varepsilon_i;$$

$$\cdot \rho_i \varepsilon_i \geq |s_i(x_i)| \geq m_i \varepsilon_i, \ \forall x_i \in \mathbb{R}; |x_i| \geq \varepsilon_i;$$

$$\cdot 0 \leq \frac{d}{dx_i} s_i(x_i) \leq \rho_i, \ \forall x_i \in \mathbb{R}.$$

其中 $x \in \mathbb{R}^n$, $|\cdot|$ 表示绝对值. 为简单起见, 假设

$$\begin{cases} m_i = m_j = m, \ \rho_i = \rho_j = \rho, \\ \varepsilon_i = \varepsilon_j = \varepsilon, \ s_i = s_j, \end{cases} \quad i, j = 1, \cdots, n,$$

即函数向量由 3 个标量参数 m, ρ, ε 决定, 仍记为 $\mathcal{F}(m, \rho, \varepsilon, x)$, 这是文献[7]中所介绍的一个函数集. 连续可导递增函数^[7~9]如 Arimoto 正弦函数、正切双曲函数、归一化函数和饱和函数等.

2.2 关于机器人的动力学方程(Robot dynamics)

不考虑摩擦和外加干扰, n 个回转关节机器人的动力学方程为

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau. \quad (1)$$

其中 q 是 n 维的关节角向量, $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是机器人的惯性矩阵, $C(q, \dot{q})\dot{q}$, $G(q)$ 和 $\tau \in \mathbb{R}^n$ 分别表示离心科氏力、重力和控制输入.

本文仅考虑回转关节的机器人系统, 具有如下几个特性^[7, 10]:

P1) 惯性矩阵 $M(q)$ 是正定对称的, 并满足

$$\lambda_m \|M(q)\| I \leq M(q) \leq \lambda_M \|M(q)\| I, \text{ 任意 } q \in \mathbb{R}^n, \quad (2)$$

$$\|M(q_2) - M(q_1)\| \leq k_M \|q_2 - q_1\|, \text{ 任意 } q_1, q_2 \in \mathbb{R}^n. \quad (3)$$

其中 $\lambda_m \|\cdot\|$ ($\lambda_M \|\cdot\|$) 表示最小(最大) 矩阵特征值, k_M 是一个正的常数.

P2) 适当定义矩阵 $C(q, \dot{q})$ 可使矩阵 $(\dot{M} - 2C)$ 是斜对称(skew-symmetric), 即

$$x^T [\dot{M} - 2C] x = 0, \ \forall x \in \mathbb{R}^n,$$

或

$$\dot{M}(q) = C(q, \dot{q}) + C^T(q, \dot{q}). \quad (4)$$

P3) 对于所有的 $v, w, x, y, z \in \mathbb{R}^n$, 存在正的常数 c_1, c_2 , 使得

$$\|C(x, y)z\| \leq c_1 \|y\| \cdot \|z\|, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \|C(x, y)w - C(y, v)w\| \leq \\ c_1 \|z - v\| \cdot \|w\| + c_2 \|z\| \cdot \|x - y\| \cdot \|w\|. \end{aligned} \quad (6)$$

P4) 存在正的常数 g_1, g_2 , 使得

$$\|G(x) - G(y)\| \leq g_1 \|x - y\|, \text{ 任意 } x, y \in \mathbb{R}^n, \quad (7)$$

$$\|G(x)\| \leq g_2 \text{ 对于任意 } x \in \mathbb{R}^n. \quad (8)$$

P5) 存在连续可导的递增函数向量

$$s_M(\bar{q}) \in \mathcal{F}(k_M, \rho_M, \varepsilon_M, \bar{q}), \quad (9)$$

$$s_C(\bar{q}) \in \mathcal{F}(m_C, \rho_C, \varepsilon_C, \bar{q}), \quad (10)$$

$$s_G(\bar{q}) \in \mathcal{F}(g_1, \rho_G, \varepsilon_G, \bar{q}). \quad (11)$$

其中

$$\rho_M = k_M + \delta_M, \ \rho_C = m_C + \delta_C, \ \rho_G = g_1 + \delta_G.$$

对于所有 $\bar{q} = q - q_d \in \mathbb{R}^n$, 使得

$$\|[M(q) - M(q_d)]\dot{q}_d\| \leq \|\dot{q}_d\|_M \cdot \|s_M(\bar{q})\|, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \|[C(q, \dot{q}) - C(q_d, \dot{q}_d)]\dot{q}_d\| \leq \\ c_1 \|\dot{q}_d\|_M \cdot \|\dot{q}\| + c_2 \|\dot{q}_d\|_M^2 \|s_C(\bar{q})\|, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\|G(q) - G(q_d)\| \leq \|s_G(\bar{q})\|. \quad (14)$$

其中 $\delta_M, \delta_C, \delta_G \geq 0$, 并有

$$\varepsilon_M = \frac{\lambda_M \|M\|}{\sqrt{nk_M}}, \ \varepsilon_C = \frac{c_1}{\sqrt{nc_2}}, \ \varepsilon_G = \frac{g_2}{\sqrt{ng_1}}. \quad (15)$$

不失一般性, 可选择 $\delta_M, \delta_C, \delta_G = 0$.

命题 假设函数向量 $s(\cdot) \in \mathcal{F}(m, \rho, \varepsilon, \cdot)$, 如果有

$$\begin{cases} m \geq \max \{\rho_M, \rho_C, \rho_G\}, \\ m\varepsilon \geq \max \{\rho_M \varepsilon_M, \rho_C \varepsilon_C, \rho_G \varepsilon_G\}, \end{cases} \quad (16)$$

则(见附录)

$$\|s(\cdot)\| \geq \max \{\|s_M(\cdot)\|, \|s_C(\cdot)\|, \|s_G(\cdot)\|\}. \quad (17)$$

P6) 对于所有的向量 $v, w \in \mathbb{R}^n$ 有

$$M(q)v + C(q, w)w + G(q) = \Phi(v, w, q)\theta_0 + \Delta(v, w, q, \theta^*). \quad (18)$$

其中

$\Delta(v, w, q, \theta^*) = M^*(q)v + C^*(q, w)w + G^*(q)$.
 $\Delta(v, w, q)$ 是包含已知参数 θ^* 的动力学方程的一部分; $\Phi(v, w, q) \in \mathbb{R}^{n \times p}$ 为回归阵; $\theta_0 \in \mathbb{R}^p$ 表示未知或不确定的机器人参数. 显然可以有以下假设:

假设 假定参数估计域 Ξ 为

$$\Xi = \{\varphi, \varphi \in \mathbb{R}^p \mid \underline{\theta}_i \leq \varphi_i \leq \bar{\theta}_i, i = 1, 2, \dots, p\}.$$

注1 惯性矩阵的有界性即 $\lambda_M \|M(q)\| < \infty$ 仅对于回转关节机器人是成立的, 性质 P5) 亦然.

3 鲁棒自适应控制算法 (Robust-adaptive control algorithm)

本文的状态反馈鲁棒自适应控制律如下:

$$\tau = -K_p s(\bar{q}) - K_v s_r(\dot{\bar{q}}) + \Phi(\ddot{q}_d, \dot{q}_d, q_d) \text{sat}_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}) + M^*(q_d)\ddot{q}_d + C^*(q_d, \dot{q}_d)\dot{q}_d + G^*(q_d), \quad (19)$$

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(0) - \frac{1}{\gamma} \int_0^t \Phi^T(\ddot{q}_d, \dot{q}_d, q_d) [\dot{\bar{q}}(\zeta) + \alpha s(\bar{q}(\zeta))] d\zeta. \quad (20)$$

其中关节角误差 $\bar{q} = q - q_d$, q_d 表示期望关节轨迹, α, γ 均为正的常数, K_p, K_v 为正定的对角矩阵, $M^*(\cdot), C^*(\cdot, \cdot), G^*(\cdot)$ 是已知参数 θ^* 的动力学方程部分; 向量 $\text{sat}_{\bar{\theta}}(\bar{\theta})$ 如图1所示, $s(\cdot)$ 及 $s_r(\cdot)$ 为连续可导的递增函数向量, 即

$$s(\cdot) \in \mathcal{F}(m, \rho, \varepsilon, \cdot), \quad (21)$$

$$s_r(\cdot) \in \mathcal{F}(m_r, \rho_r, \varepsilon_r, \cdot), \quad (22)$$

$$\text{sat}_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}) = s_{\bar{\theta}}(\bar{\theta} - \hat{\theta}(0)) + \pi. \quad (23)$$

其中

$$s_{\bar{\theta}} \in \mathcal{F}(m_{\bar{\theta}}, \rho_{\bar{\theta}}, \varepsilon_{\bar{\theta}}, \cdot). \quad (24)$$

定常向量 π 使得 $\theta_0 \in \Xi$, 即(近似为)

$$\begin{cases} \underline{\theta}_i = \pi_i - (m_{\bar{\theta}})_i (\varepsilon_{\bar{\theta}})_i, \\ \bar{\theta}_i = \pi_i + (m_{\bar{\theta}})_i (\varepsilon_{\bar{\theta}})_i, \end{cases} i = 1, \dots, p. \quad (25)$$

注2 可以看出, 设计鲁棒自适应控制器时, 适当选择式(23)中的参数 π 的前提条件是参数 θ_0 的估计域 Ξ , 也就是参数 θ_0 的大致变化范围.

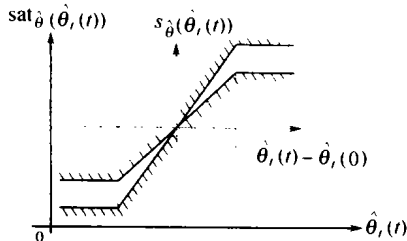


图1 估计参数的函数 $\text{sat}_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}_i)$ 示意图

Fig. 1 Element $\text{sat}_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}_i)$ of parameter estimated function

从式(20), (23)看出, 初始参数 $\hat{\theta}(0)$ 可以是任意的. 不妨选择 $\pi = \hat{\theta}(0)$, 因为通常认为初始参数 $\hat{\theta}(0)$ 在其真实值 θ_0 附近的一个邻域. 只要 $(m_{\bar{\theta}})_i (\varepsilon_{\bar{\theta}})_i$ 足够大, 总能让 $\theta_0 \in \Xi$ 成立. 当 $(m_{\bar{\theta}})_i (\varepsilon_{\bar{\theta}})_i \rightarrow \infty$ 时, 等同于普通自适应控制算法.

为表述方便, 假定 $K_p = k_p I$, $K_v = k_v I$.

利用性质 P6), 控制律(19)可写为

$$\begin{aligned} \tau = & -K_p s(\bar{q}) - K_v s_r(\dot{\bar{q}}) + \\ & \Phi(\ddot{q}_d, \dot{q}_d, q_d) [\text{sat}_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}) - \theta_0] + \\ & M(q_d)\ddot{q}_d + C(q_d, \dot{q}_d)\dot{q}_d + G(q_d). \end{aligned} \quad (26)$$

得到闭环系统的动力学方程

$$\begin{aligned} M(q)\ddot{\bar{q}} + C(q, \dot{\bar{q}})\dot{\bar{q}} - H(\dot{\bar{q}}, \bar{q}) = \\ -K_p s(\bar{q}) - K_v s_r(\dot{\bar{q}}) + \Phi(\ddot{q}_d, \dot{q}_d, q_d) [\text{sat}_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}) - \theta_0]. \end{aligned} \quad (27)$$

其中

$$\begin{aligned} H(\dot{\bar{q}}, \bar{q}) = & [M(q_d) - M(q)]\ddot{q}_d + G(q_d) - G(q) + \\ & [C(q_d, \dot{q}_d) - C(q, \dot{\bar{q}})]\dot{q}_d, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\Psi(\bar{\theta}) = \text{sat}_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}) - \theta_0, \quad (29)$$

$$\bar{\theta} = \bar{\theta} - \theta, \text{ 且 } \theta \text{ 满足 } \text{sat}_{\bar{\theta}}(\theta) = \theta_0. \quad (30)$$

由于 $s_{\bar{\theta}}(\cdot)$ 是连续可导递增函数向量, 可见 $\Psi(\bar{\theta})$ 也是; 但 $\Psi(\bar{\theta})$ 可能不满足定义中所有的条件, 除非 $\pi = \theta_0$. 在不等式(25)的条件下, 存在一正定的标量函数 $U_{\bar{\theta}}(\bar{\theta})$, 使得

$$\Psi(\bar{\theta}) = \nabla_{\bar{\theta}} U_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}). \quad (31)$$

同样地, 定义另一正定标量函数 $U_{\bar{q}}(\bar{q})$:

$$\nabla_{\bar{q}} U_{\bar{q}}(\bar{q}) = K_p s(\bar{q}). \quad (32)$$

显然

$$U_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}) > 0 \text{ if } \bar{\theta} \neq 0, U_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}) = 0 \text{ if } \bar{\theta} = 0, \quad (33)$$

$$U_{\bar{q}}(\bar{q}) > 0 \text{ if } \bar{q} \neq 0, U_{\bar{q}}(\bar{q}) = 0 \text{ if } \bar{q} = 0. \quad (34)$$

定理 考虑机器人的动力学方程(1), 假设存在正的常数 α, γ , 常向量 π 及函数向量 $s(\bar{q}), s_r(\dot{\bar{q}}), \text{sat}_{\bar{\theta}}(\bar{\theta})$ (式(21), (22)和(23))满足不等式(16), (25)及下列3个条件

$$\textcircled{1} k_p > \max \{ \eta, \rho \alpha^2 \lambda_M \|M(q)\| \};$$

$$\textcircled{2} 4\alpha(k_p - \eta)[k_v \beta - \alpha\rho(\lambda_M \|M\| + c_1 \varepsilon \sqrt{n}) - c_1 \|\dot{q}_d\|_M] > [\alpha\rho k_r + \eta + 2\alpha c_1 \|\dot{q}_d\|_M]^2;$$

$$\textcircled{3} \dot{\bar{q}}(t) \text{ 限定在区域 } \Omega \text{ 定义为}$$

$$\Omega = \{ \dot{\bar{q}}(t) \mid k_r \dot{\bar{q}}^T s_r(\dot{\bar{q}}) \geq \beta \|\dot{\bar{q}}\|^2 \}, \beta > 0,$$

则对于任意 $t > 0$, $\bar{q}(t), \dot{\bar{q}}(t)$ 均是有界的, 并且

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\dot{\bar{q}}^T \bar{q}^T\| = 0.$$

其中 $\eta = \|\dot{q}_d\|_M + c_2 \|\dot{q}_d\|_M^2 + 1$.

证 证明过程分两个步骤.

1) 构造李雅普诺夫函数及其正定性证明.

构造以下的李雅普诺夫函数

$$V(\dot{\bar{q}}, \bar{q}, \bar{\theta}) = \frac{1}{2} \dot{\bar{q}}^T M(q) \dot{\bar{q}} + \alpha \dot{\bar{q}}^T M(q) s(\bar{q}) + U_{\bar{q}}(\bar{q}) + \gamma U_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}), \quad (35)$$

即

$$V = \frac{1}{2} [\dot{\bar{q}} + \alpha s(\bar{q})]^T M(q) [\dot{\bar{q}} + \alpha s(\bar{q})] - \frac{\alpha^2}{2} s^T(\bar{q}) M(q) s(\bar{q}) + U_{\bar{q}}(\bar{q}) + \gamma U_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}). \quad (36)$$

其中 $U_{\bar{\theta}}(\bar{\theta})$ 和 $U_{\bar{q}}(\bar{q})$ 分别是由式(31)和式(32)所定义的函数.

由于

$$\begin{aligned} U_{\bar{q}}(\bar{q}) - \frac{\alpha^2}{2} s^T(\bar{q}) M(q) s(\bar{q}) &\geq \\ U_{\bar{q}}(\bar{q}) - \frac{\alpha^2}{2} \lambda_M \{M(q)\} s^T(\bar{q}) s(\bar{q}) &= \\ k_p \sum_{i=1}^n \int s_i(\bar{q}_i) d\bar{q}_i - \alpha^2 \lambda_M \{M(q)\} \sum_{i=1}^n \int s_i(\bar{q}_i) ds_i(\bar{q}_i) &\geq \\ [k_p - \rho \alpha^2 \lambda_M \{M(q)\}] \cdot \sum_{i=1}^n \int s_i(\bar{q}_i) d\bar{q}_i. \end{aligned} \quad (37)$$

根据条件①, 可见李雅普诺夫函数是全局正定的, 且是径向无界的.

2) 李雅普诺夫函数时间导数负定的证明.

李雅普诺夫函数的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= [\dot{\bar{q}} + \alpha s(\bar{q})]^T M(q) \ddot{\bar{q}} + \alpha \dot{\bar{q}}^T [\dot{M}(q) s(\bar{q}) + \\ &\quad M(q) \dot{s}(\bar{q})] + \frac{1}{2} \dot{\bar{q}}^T \dot{M}(q) \dot{\bar{q}} + \\ &\quad \dot{\bar{q}}^T \nabla_{\bar{q}} U_{\bar{q}}(\bar{q}) + \gamma \dot{\bar{\theta}}^T \nabla_{\bar{\theta}} U_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}). \end{aligned} \quad (38)$$

由闭环系统(27), 并根据性质 P2) 及参数估计律(20), 得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= [\dot{\bar{q}} + \alpha s(\bar{q})]^T [H(\dot{\bar{q}}, \bar{q}) - C(q, \dot{q}) \dot{\bar{q}} - \\ &\quad K_p s(\bar{q}) - K_v s_v(\dot{\bar{q}}) - \Phi(\dot{q}_d, \dot{q}_d, q_d) \Psi(\bar{\theta})] + \\ &\quad \alpha \dot{\bar{q}}^T [\dot{M} s(\bar{q}) + M \dot{s}(\bar{q})] + \frac{1}{2} \dot{\bar{q}}^T \dot{M} \dot{\bar{q}} + \\ &\quad \dot{\bar{q}}^T \nabla_{\bar{q}} U_{\bar{q}}(\bar{q}) + \gamma \dot{\bar{\theta}}^T \nabla_{\bar{\theta}} U_{\bar{\theta}}(\bar{\theta}) = \\ &\quad [\dot{\bar{q}} + \alpha s(\bar{q})]^T [H(\dot{\bar{q}}, \bar{q}) - K_p s(\bar{q}) - K_v s_v(\dot{\bar{q}})] + \\ &\quad \alpha \dot{\bar{q}}^T [C^T(q, \dot{q}) s(\bar{q}) + M \dot{s}(\bar{q})] + \dot{\bar{q}}^T \nabla_{\bar{q}} U_{\bar{q}}(\bar{q}). \end{aligned} \quad (39)$$

为叙述方便, 先给出下列几个不等式

$$\begin{aligned} s^T(\bar{q}) C^T(q, \dot{q}) \dot{\bar{q}} &\leq \\ \rho \epsilon c_1 \sqrt{n} \|\dot{\bar{q}}\|^2 + c_1 \|\dot{q}_d\|_M \|s(\bar{q})\| \cdot \|\dot{\bar{q}}\|, \\ \dot{\bar{q}}^T M(q) \dot{s}(\bar{q}) &\leq \rho \lambda_M \{M\} \|\dot{\bar{q}}\|^2, \\ -s(\bar{q}) K_v s_v(\dot{\bar{q}}) &\leq \rho_v k_v \|s(\bar{q})\| \cdot \|\dot{\bar{q}}\|, \\ [\dot{\bar{q}} + \alpha s(\bar{q})]^T H(\dot{\bar{q}}, \bar{q}) &\leq \\ [\|\dot{\bar{q}}\| + \alpha \|s(\bar{q})\|] \cdot \|\eta\| \|s(\bar{q})\| + \\ c_1 \|\dot{q}_d\|_M \cdot \|\dot{\bar{q}}\|. \end{aligned}$$

其中用到不等式(16), 动力学方程的性质 P1), P4), P5) 及连续可导递增函数的两个性质. 进一步可得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \\ -k_v \dot{\bar{q}}^T s_v(\dot{\bar{q}}) - \alpha k_p \|s(\bar{q})\|^2 + \\ \alpha \rho_v k_v \|s(\bar{q})\| \cdot \|\dot{\bar{q}}\| + \alpha \rho \lambda_M \{M\} \|\dot{\bar{q}}\|^2 + \\ \alpha \rho c_1 \epsilon \sqrt{n} \|\dot{\bar{q}}\|^2 + \alpha c_1 \|\dot{q}_d\|_M \|s(\bar{q})\| \cdot \|\dot{\bar{q}}\| + \\ [\|\dot{\bar{q}}\| + \alpha \|s(\bar{q})\|] \cdot \|\eta\| \|s(\bar{q})\| + \\ c_1 \|\dot{q}_d\|_M \cdot \|\dot{\bar{q}}\| \\ = k_v \dot{\bar{q}}^T s_v(\dot{\bar{q}}) + [\alpha \rho \lambda_M \{M\} + \alpha \rho c_1 \epsilon \sqrt{n} + \\ c_1 \|\dot{q}_d\|_M] \cdot \|\dot{\bar{q}}\|^2 + [\alpha \rho_v k_v + \eta + 2\alpha c_1 \|\dot{q}_d\|_M] \cdot \|\dot{\bar{q}}\| \cdot \\ \|s(\bar{q})\| - \alpha (k_p - \eta) \cdot \|s(\bar{q})\|^2. \end{aligned} \quad (40)$$

其中的不等号应用了下列两个不等式

$$\|s(\bar{q})\| \leq \rho \epsilon \sqrt{n}, \quad \|\partial s(\bar{q}) / \partial q^T\| \leq \rho. \quad (41)$$

根据不等式(40)和条件③, 有

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \\ -[k_v \beta - \alpha \rho \lambda_M \{M\}] - \alpha \rho c_1 \epsilon \sqrt{n} - \\ c_1 \|\dot{q}_d\|_M \cdot \|\dot{\bar{q}}\|^2 + [\alpha \rho_v k_v + \eta + \\ 2\alpha c_1 \|\dot{q}_d\|_M] \cdot \|\dot{\bar{q}}\| \cdot \|s(\bar{q})\| - \\ \alpha (k_p - \eta) \cdot \|s(\bar{q})\|^2. \end{aligned} \quad (42)$$

对于所有的 $x, y \in \mathbb{R}$ 及正的常数 $a, b, c, a > 0$, 函数

$$a |x|^2 - b |x| \cdot |y| + c |y|^2. \quad (43)$$

正定的条件是 $4ac - b^2 > 0$. 那么条件②意味着

$$\dot{V}(\dot{\bar{q}}, \bar{q}, \bar{\theta}) \leq 0.$$

综上所述, 由李雅普诺夫稳定性定理及 La Salle' 不变集原理, 定理得证.

注 3 控制力矩的上界为

$$\tau_{\max} =$$

$$\rho \varepsilon \sqrt{n} \lambda_M \|K_p\| + \rho_v \varepsilon_r \sqrt{n} \lambda_M \|K_r\| +$$

$$\|\bar{\theta}\| \cdot \|\Phi(\ddot{q}_d, \dot{q}_d, q_d)\| + \|\Lambda(\ddot{q}_d, \dot{q}_d, q_d, \theta^*)\|.$$

注意:在估计参数域包含真实参数值时,虽然投影算法也能保证估计参数的有界性;但是,当上述条件未满足时,就得不到有关闭环系统的如稳定性、鲁棒性信息.另外该算法由6个开关组成,显得复杂.本文的算法很简单,最简单的是应用饱和函数.当 $\theta_0 \notin \Xi$ 时,可把动力学方程看作

$$\Phi(\ddot{q}, \dot{q}, q)\theta_0 = \Phi(\ddot{q}, \dot{q}, q)\theta_1 + d_0(t). \quad (44)$$

其中 $d_0(t) = \Phi(\ddot{q}, \dot{q}, q)(\theta_0 - \theta_1)$, $\theta_0 \leq \theta_1 \leq \bar{\theta}$. 也就是说把参数估计域的误差当作一个干扰 $d_0(t)$.适当地整定控制器的参数,鲁棒自适应控制器仍然使闭环系统稳定,虽然并非渐近稳定的.

注4 在 $\theta_0 \in \Xi$ 条件下, $\Psi(\bar{\theta}) = 0$ 意味着 $\text{sat}_{\bar{\theta}}(\theta) = \theta_0$ 或 $\bar{\theta} = \theta$,并非 $\bar{\theta} = \theta_0$.

由鲁棒自适应控制律(19),可见,估计参数 $\hat{\theta}(t)$ 在前馈项中表现为非线性的,这正是与常规自适应算法的最重要的区别.因此,式(20)中所估计的参数,对闭环系统来说,其本质上不再是一个参数,超出参数辨识自适应算法的概念.函数向量 $\text{sat}_{\bar{\theta}}(\cdot)$ 的不同选择,体现了鲁棒自适应控制器设施的灵活性,使系统的控制品质和鲁棒性的提高成为可能.

4 仿真算例(Numerical example)

本算例是两关节机器人搬运物体,在关节空间内对正弦-余弦(频率 $\mathcal{F} = 1$ Hz,幅值 $A = 2$ rad)轨迹的跟踪控制.机器人如图2,其参数为

连杆质量: $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 10$ kg;

连杆长度: $l_1 = 1$ m, $l_2 = 1$ m.

相应机器人动力学方程的物理参数如下:

$$M(q) = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2)l_1^2 & m_2 l_1 l_2 \cos(q_2 - q_1) \\ m_2 l_1 l_2 \cos(q_2 - q_1) & m_2 l_2^2 \end{bmatrix},$$

$$C(q, \dot{q}) = m_2 l_1 l_2 \sin(q_2 - q_1) \begin{bmatrix} 0 & -\dot{q}_2 \\ -\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} -(m_1 + m_2)l_1 g \sin(q_1) \\ -m_2 l_2 g \sin(q_2) \end{bmatrix}.$$

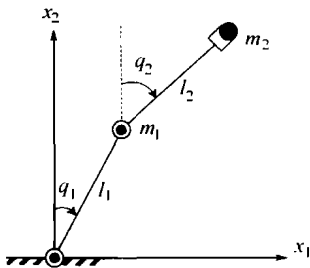


图2 两回转关节机器人示意图

Fig. 2 Two rigid-link manipulator

假设其中参数 m_2 是不确定或未知,真实值10 kg,其它参数均准确可知的.用MATLAB™的

SIMULINK™工具箱,将鲁棒自适应算法与常规自适应算法(即 $\text{sat}_{\bar{\theta}}(\hat{\theta}) = \hat{\theta}$)的结果在干扰存在的情况下进行比较;另外还比较鲁棒自适应算法中的两个不同设计方案(即方案1和方案2)的控制品质(图4,图5),以及二者对参数估计域误差的鲁棒性(图6).

初始状态

$$q(0) = [1 \quad 0.1]^T \text{ rad},$$

$$\dot{q}(0) = [0 \quad 0]^T \text{ rad/s}.$$

参数初始估计值

$$\hat{m}_2(0) = 7 \text{ kg}.$$

干扰为 $d = [d_1 \quad d_2]^T$,其中 $d_1 = 4$, d_2 为幅值2 rad、频率1 Hz的方波.

选择

$$K_p = 2 \times I, K_r = I,$$

$$s(\bar{q}_i) = \begin{cases} 140, & 2 < \bar{q}_i, \\ 70 \times \bar{q}_i, & -2 \leq \bar{q}_i \leq 2, \\ 140, & \bar{q}_i < -2, \end{cases}$$

$$s_r(\dot{\bar{q}}_i) = \begin{cases} 50, & 1 < \dot{\bar{q}}_i, \\ 50 \times \dot{\bar{q}}_i, & -1 \leq \dot{\bar{q}}_i \leq 1, \\ -50, & \dot{\bar{q}}_i < -1. \end{cases}$$

两种不同的控制算法(设计方案):

方案1

i) 当参数估计域 Ξ 为 $[7, 11]$ 时,

$$\text{sat}_{\bar{\theta}}(\hat{\theta}_i) = \begin{cases} 11, & \text{if } 11 < \hat{\theta}_i, \\ \hat{\theta}_i, & \text{if } 7 \leq \hat{\theta}_i \leq 11, \\ 7, & \text{if } \hat{\theta}_i < 7. \end{cases}$$

ii) 当参数估计域 Ξ 为 $[6.4, 9]$ 时,

$$\text{sat}_{\bar{\theta}}(\hat{\theta}_i) = \begin{cases} 9, & \text{if } 9 < \hat{\theta}_i, \\ \hat{\theta}_i, & \text{if } 6.4 \leq \hat{\theta}_i \leq 9, \\ 6.4, & \text{if } \hat{\theta}_i < 6.4. \end{cases}$$

方案2

i) 当参数估计域 Ξ 为 $[7, 11]$ 时,

$$\text{sat}_{\bar{\theta}}(\hat{\theta}_i) = \begin{cases} 11, & \text{if } 2.2 < \hat{\theta}_i, \\ 5 \times \hat{\theta}_i, & \text{if } 1.4 \leq \hat{\theta}_i \leq 2.2, \\ 7, & \text{if } \hat{\theta}_i < 1.4. \end{cases}$$

ii) 当参数估计域 Ξ 为 $[6.4, 9]$ 时,

$$\text{sat}_{\bar{\theta}}(\hat{\theta}_i) = \begin{cases} 9, & \text{if } 1.8 < \hat{\theta}_i, \\ 5 \times \hat{\theta}_i, & \text{if } 1.28 \leq \hat{\theta}_i \leq 1.8, \\ 6.4, & \text{if } \hat{\theta}_i < 1.28. \end{cases}$$

当没有干扰且 $\theta_0 \in \Xi$ 时,鲁棒自适应系统实现渐近稳定跟踪(图4).在干扰 $d(t)$ 的条件下,常规自适应控制系统是不稳定的(图3),而鲁棒自适应

控制系统是稳定的(图5).当存在参数域估计误差时,即 $\Xi = [6.4, 9]$,鲁棒自适应控制两种方案系统均是稳定的(图6).

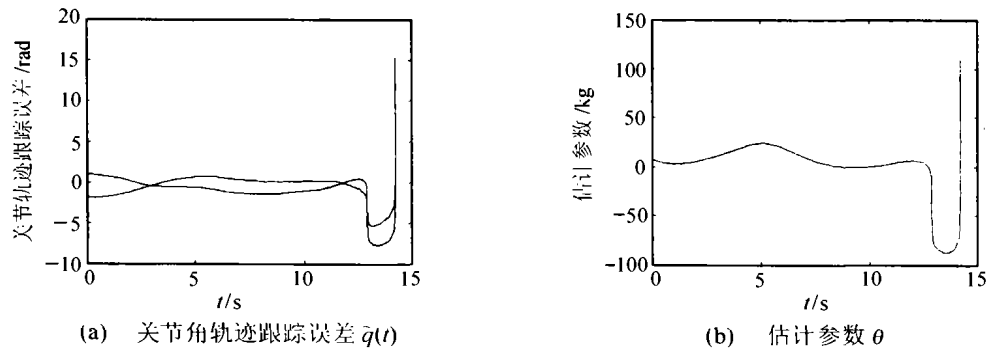


图3 常规自适应控制算法的仿真结果

Fig. 3 Simulation results for conventional adaptive algorithm

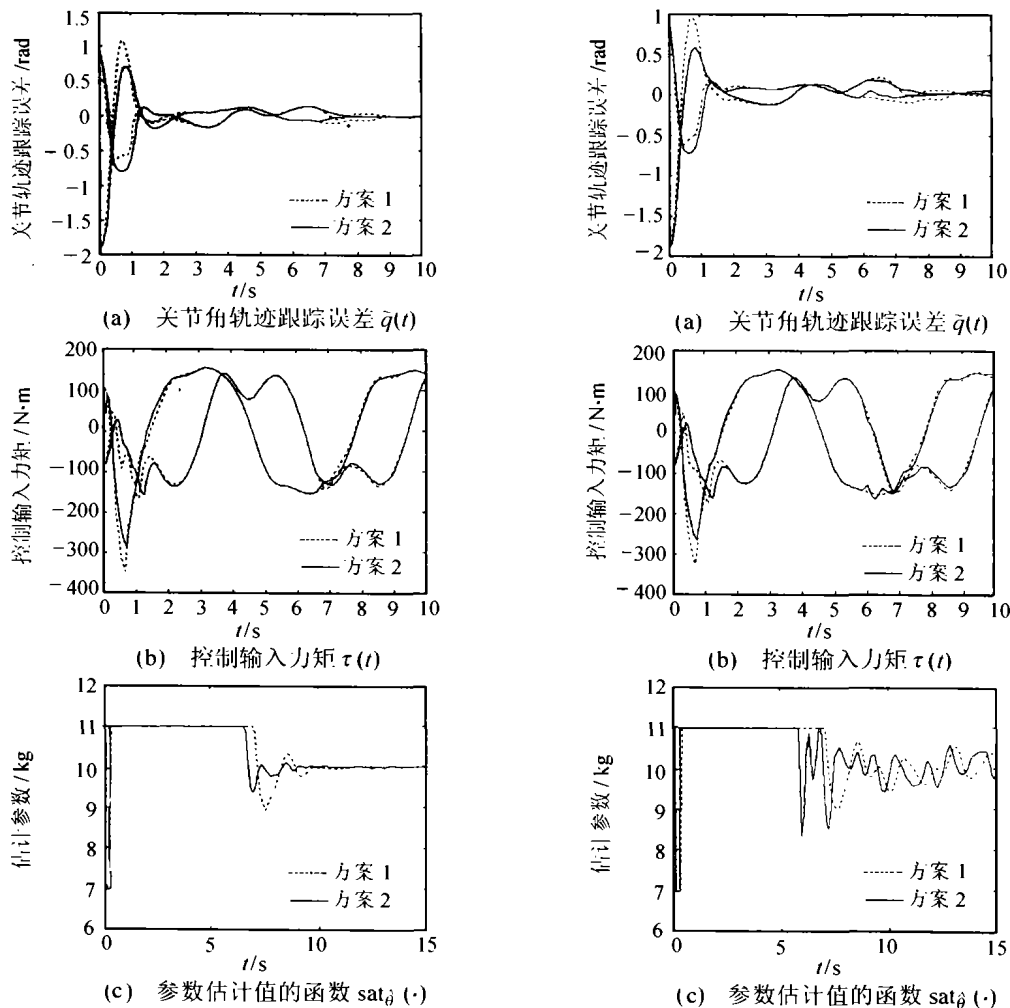


图4 无干扰时不同鲁棒自适应算法的仿真结果比较
Fig. 4 Simulation of different robust scheme without disturbance

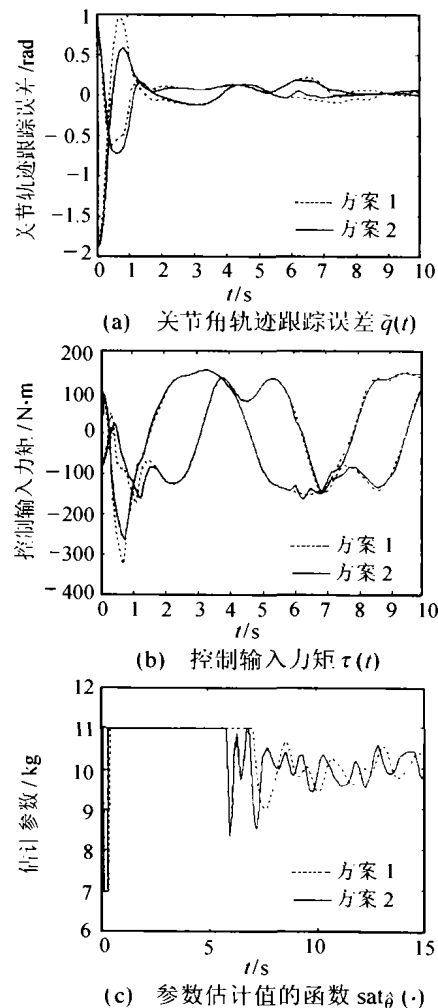


图5 干扰条件下不同鲁棒自适应算法仿真结果比较
Fig. 5 Simulation of different robust scheme with disturbance

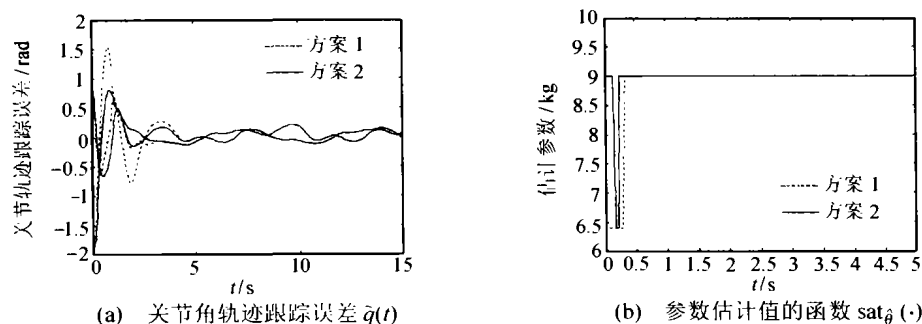


图6 不同鲁棒自适应控制算法的仿真比较, $\Xi = [6.4 \ 9]$

Fig. 6 Simulation comparison between different robust scheme with $\Xi = [6.4 \ 9]$

5 结论(Conclusion)

在考虑有限关节驱动力矩和机器人参数不确定的条件下,本文提出新的鲁棒自适应控制算法.当参数估计域包含真实参数时,闭环系统实现关节空间轨迹的渐近跟踪;当参数估计域不包含真实参数时,闭环系统仍然是有界稳定的.与投影算法相比较,本文的算法简单易行,更具控制器设计的灵活性;同时本算法解决了干扰条件下自适应系统的鲁棒稳定性问题.所有这些在仿真算例中得到验证.

参考文献(References):

- [1] DIXON W E, de QUEIROZ M S, ZHANG F, et al. Tracking control of robot manipulators with bounded torque inputs [J]. *Robotica*, 1999, 17(2): 121–129.
- [2] LAIB A. Adaptive output regulation of robot manipulators under actuator constraints [J]. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 2000, 16(1): 29–35.
- [3] ZERGEROGLU E, DIXON W, BEHAI A, et al. Adaptive set-point control of robotic manipulators with amplitude-limited control inputs [J]. *Robotica*, 2000, 18(2): 171–181.
- [4] LORIA A, NIJMEIJER H. Bounded output feedback tracking control of fully actuated Euler-Lagrange systems [J]. *Systems & Control Letters*, 1998, 33(3): 151–161.
- [5] LOZANO R, BROGLIATO B. Adaptive control of robot manipulators with flexible joints [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(2): 174–181.
- [6] BRIDGES M M, DAWSON D M, ABDALLAH C T. Control of rigid-link, flexible-link robots: a survey of backstepping approaches [J]. *J of Robotic Systems*, 1995, 12(4): 199–215.
- [7] SANTIBANEZ V, KELLY R. Global convergence of the adaptive PD controller with computed feedback for robot manipulators [A]. *Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation* [C]. Detroit: OMNIPRESS, 1999: 1831–1836.
- [8] SANTIBANEZ V, KELLY R. A class of nonlinear PID global regulators for robot manipulators [A]. *Proc of IEEE Int Conf on Robotics*

and Automation [C]. Leuven: OMNIPRESS, 1998: 3601–3606.

- [9] SANTIBANEZ V, KELLY R. Global regulation for robot manipulators under SP-SD feedback [A]. *Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation* [C]. Minneapolis: OMNIPRESS, 1996: 927–932.
- [10] CANUDAS de WIT C, SICILIANO B, BASTIN G. *Theory of Robot control* [M]. 2nd ed. London: Springer-Verlag, 1997: 61–63.

附录(Appendix)

根据定义, 可以给出有关连续可导递增函数向量的两个性质如下:

性质 A1 对于正的常数 $as(x) \in \mathcal{F}(m, \rho, \epsilon, x)$, 则

$$as(x) \in \mathcal{F}(am, a\rho, \epsilon, x). \quad (A1)$$

性质 A2 对于任意的函数向量

$$s_i(x) \in \mathcal{F}(m_i, \rho_i, \epsilon_i, x), \quad i = 1, 2.$$

其中 $x \in \mathbb{R}^n$, m_i, ρ_i, ϵ_i 是定常向量, 当满足

$$(\rho_1)_j \leq (\rho_2)_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (A2)$$

$$\sum_{j=1}^n [(\rho_1)_j (\epsilon_1)_j]^2 \leq \sum_{j=1}^n [(\rho_2)_j (\epsilon_2)_j]^2, \quad j = 1, \dots, n, \quad (A3)$$

则有不等式

$$s_1^T(x) s_1(x) \leq s_2^T(x) s_2(x). \quad (A4)$$

作者简介:

黄春庆 (1972—), 男, 1995年毕业于长春光学精密机械学院, 1998年毕业于华侨大学, 获硕士学位, 2002年于机械工程学院获博士学位, 现在上海交通大学作博士后研究工作. 主要研究兴趣: 机器人鲁棒控制. E-mail: chquang@yahoo.com.cn;

王兴贵 (1961—), 男, 1994年获哈尔滨工业大学一般力学博士学位, 1994年至1996年在国家地震局工程力学研究所作博士后研究工作; 现为机械工程学院火炮工程系教授, 博士生导师, 主要从事多体系统动力学, 航天器对接动力学与控制, 机器人系统动力学与控制, 火炮与自动武器系统动力学与控制的研究工作;

王祖光 (1935—), 男, 1958年毕业于哈尔滨军事工程学院, 中国力学学会第四届理事, 博士生导师, 长期从事有限元、计算固体力学、导弹结构强度和兵器结构动力分析等科研和教学工作. 主要研究兴趣: 兵器结构动力学.