

带白色和有色观测噪声系统解耦 Wiener 状态估值器

孙书利^{1,2}, 崔平远¹

(1. 哈尔滨工业大学 深空探测基础研究中心, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 黑龙江大学 自动化系, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 基于经典稳态 Kalman 滤波理论, 对带白色和有色观测噪声系统提出了设计最优 Wiener 状态估值器的新方法. 通过稳态 Kalman 滤波器建立 ARMA 新息模型, 由稳态最优非递归 Kalman 状态估值器的递归变形引出 Wiener 状态估值器, 可统一处理滤波、预报和平滑问题. 它们具有状态解耦的 ARMA 递归形式, 且具有渐近稳定性和最优性. 仿真结果表明了算法的有效性.

关键词: Kalman 滤波器; Wiener 状态估值器; ARMA 新息模型; 解耦; 有色噪声

中图分类号: O211.64 **文献标识码:** A

Decoupling Wiener state estimators for systems with white and colored observation noises

SUN Shu-li^{1,2}, CUI Ping-yuan¹

(1. Deep Space Exploration Research Center, Harbin Institute of Technology, Heilongjiang Harbin 150001, China;

2. Department of Automation, Heilongjiang University, Heilongjiang Harbin 150080, China)

Abstract: Based on classical steady-state Kalman filtering theory, a new approach of designing optimal Wiener state estimators is presented for the system with white and colored observation noises. The autoregressive moving average (ARMA) innovation model is yielded by steady-state Kalman filter, and the recursive versions of non-recursive steady-state optimal Kalman state estimators yield the Wiener state estimators, which can solve the filtering, prediction and smoothing problems in a unified framework. They have the state-decoupling ARMA recursive forms, and have asymptotic stability and optimality. Simulation results show their effectiveness.

Key words: Kalman filter; Wiener state estimators; ARMA innovation model; decoupling; colored noise

1 引言 (Introduction)

经典 Kalman 滤波方法不能在统一框架下处理状态滤波、预报和平滑问题, 特别是 Kalman 平滑器计算较为复杂. 虽然文献[1]采用时域上的现代时间序列分析方法, 对完全可观系统提出了一种统一的稳态 Kalman 估值器, 可统一处理滤波、预报和平滑问题. 但其缺点是估值器是非渐近稳定的, 要求计算最优初值. 文献[2,3]用频域上的多项式方法设计了 Wiener 去卷滤波器, 要求解 Diophantine 方程, 且为了保证其渐近稳定性, 通常要求解两个耦合的 Diophantine 方程. 文献[4]用现代时间序列分析方法提出了解耦 Wiener 状态估值器, 其中采用 Gevers-Wouters 算法建立 ARMA 新息模型, 并要求伪交换和伪逆的计算, 计算较复杂. 本文基于经典 Kalman 滤波理论, 对带白色和 ARMA 有色观测噪声系统提出了一种递归的解耦 Wiener 状态估值器, 可统一处

理预报、滤波和平滑问题. 不同于文献[1,4], 本文直接基于 Kalman 滤波器建立 ARMA 新息模型, 避免了用 Gevers-Wouters 算法建立 ARMA 新息模型, 避免了求解 Diophantine 方程与伪交换和伪逆的计算, 且 Wiener 状态估值器具有渐近稳定性, 从而避免了最优初值的计算, 减少了计算负担. 克服了经典 Kalman 滤波方法不能在统一框架下处理状态滤波、预报和平滑问题的缺点. 将本文算法应用到自主小车位置和速度的估计中, 收到了较好的效果.

考虑离散定常线性随机系统

$$x(t+1) = \Phi_1 x(t) + \Gamma_1 w(t), \quad (1)$$

$$y(t) = H_1 x(t) + \eta(t) + v(t), \quad (2)$$

$$A(q^{-1})\eta(t) = C(q^{-1})e(t). \quad (3)$$

其中状态 $x(t) \in \mathbb{R}^{n_1}$, 观测 $y(t) \in \mathbb{R}^m$, 白噪声 $w(t) \in \mathbb{R}^r$, $v(t) \in \mathbb{R}^m$ 和 $e(t) \in \mathbb{R}^m$; 有色噪声 $\eta(t) \in \mathbb{R}^m$, $A(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ 是形如 $X(q^{-1}) = X_0 + X_1 q^{-1} +$

$\cdots + X_{n_x} q^{-n_x}$ 的矩阵多项式. 系数阵 Φ_1, Γ_1, H_1 是适当维数的常阵.

假设 1 $w(t), v(t)$ 和 $e(t)$ 是带零均值、方差阵各为 $Q_w > 0, Q_v > 0$ 和 $Q_e > 0$ 的相互独立的白噪声.

假设 2 (Φ_1, H_1) 为完全可观对, (Φ_1, Γ_1) 为完全可控对.

假设 3 $(A(q^{-1}), C(q^{-1}))$ 左素, 且 $n_a \geq n_c, C_0 = 0$.

假设 4 Φ_1 与 $\bar{A}$ 无公共特征值, 其中 $\bar{A}$ 如式(4)中定义.

问题是基于观测 $(y(t+N), y(t+N-1), \cdots)$, 求状态 $x(t)$ 的解耦 Wiener 状态估值器 $\hat{x}(t|t+N)$, 它们具有以 $y(t+N)$ 作为输入的传递矩阵表达式形式, 对 $N=0, N>0$ 或 $N<0$, 分别称其为 Wiener 状态滤波器、平滑器或预报器.

2 问题转化与预备引理(Problem transformation and preliminary lemmas)

ARMA 有色观测噪声模型式(3)等价如下状态空间模型

$$\alpha(t+1) = \bar{A}\alpha(t) + \bar{C}e(t), \quad (4)$$

$$\eta(t) = H_2\alpha(t). \quad (5)$$

其中

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -A_1 & & & \\ \vdots & I_{(n_a-1)m} & & \\ -A_{n_a} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_{n_a} \end{bmatrix},$$

$$H_2 = [I_m, 0, \cdots, 0], \quad C_i = 0 (i > n_c).$$

结合式(1)与式(4), 式(2)与式(5), 于是有增广系统

$$z(t+1) = \Phi z(t) + \Gamma \bar{w}(t), \quad (6)$$

$$y(t) = H z(t) + v(t). \quad (7)$$

其中, 令

$$n = n_1 + n_a m, \quad z(t) = [x(t)^T, \alpha(t)^T]^T,$$

$$\bar{w}(t) = [w(t)^T, e(t)^T]^T, \quad H = [H_1, H_2],$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1 & 0 \\ 0 & \bar{A} \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & 0 \\ 0 & \bar{C} \end{bmatrix}, \quad Q_w = \begin{bmatrix} Q_w & 0 \\ 0 & Q_e \end{bmatrix}.$$

系统(6), (7)是一般的离散线性随机系统, 由假设 2~假设 4 可证明增广系统(6), (7)是完全可观、完全可控的.

引理 1^[5] 基于有限观测数据 $(y(t+N), y(t+N-1), \cdots, y(t_0))$, 增广系统(6), (7)有最优 Kalman 滤波器

$$\hat{z}(t+1|t+1) = \hat{z}(t+1|t) + K(t+1)\varepsilon(t+1), \quad (8)$$

$$\hat{z}(t+1|t) = \Phi \hat{z}(t|t), \quad (9)$$

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - H \hat{z}(t+1|t), \quad (10)$$

$$K(t+1) = P(t+1|t)H^T[HP(t+1|t)H^T + Q_v]^{-1}, \quad (11)$$

$$P(t+1|t) = \Phi P(t|t)\Phi^T + \Gamma Q_w \Gamma^T, \quad (12)$$

$$P(t+1|t+1) = [I_n - K(t+1)H]P(t+1|t), \quad (13)$$

$$\hat{x}(0|0) = \mu_0, \quad P(0|0) = P_0. \quad (14)$$

其中 $P(i|i)$ 为滤波误差方差阵, $P(i+1|i)$ 为一步预报误差方差阵, $K(i+1)$ 为滤波增益.

基于无限观测数据 $(y(t+N), y(t+N-1), \cdots)$, 增广系统(6), (7)有稳态最优 Kalman 滤波器

$$\hat{z}(t|t) = \Psi_f \hat{z}(t-1|t-1) + K y(t). \quad (15)$$

其中 $\Psi_f = (I_n - KH)\Phi$ 是稳定矩阵, K 为稳态滤波增益, 且 $K = \Sigma H^T [H \Sigma H^T + Q_v]^{-1}$. Σ 是稳态一步预报误差方差阵, 且是如下 Riccati 方程的唯一正定解

$$\Sigma = \Phi [\Sigma - \Sigma H^T (H \Sigma H^T + Q_v)^{-1} H \Sigma] \Phi^T + \Gamma Q_w \Gamma^T. \quad (16)$$

引理 2 增广系统(6), (7)有 ARMA 新息模型

$$\Lambda(q^{-1})y(t) = D(q^{-1})\varepsilon(t). \quad (17)$$

其中

$$D(q^{-1}) = \psi(q^{-1})I_m, \quad (18)$$

$$\psi(q^{-1}) = \sum_{i=0}^n p_i q^{-i}, \quad (19)$$

$$\Lambda(q^{-1}) = D(q^{-1}) - H \Phi \left(\sum_{i=0}^{n-1} F_i q^{-i-1} \right) K. \quad (20)$$

其中 q^{-1} 为单位滞后算子, 即 $q^{-1}z(t) = z(t-1)$, Ψ_f 的定义同引理 1, 且 $\psi(q^{-1})$ 是稳定的. 标量系数 p_i 和系数矩阵 F_i 可递推计算为

$$p_i = -\frac{1}{i} \text{tr}(\Psi_f F_{i-1}), \quad i = 1, \cdots, n, \quad (21)$$

$$F_i = \Psi_f F_{i-1} + p_i I_n, \quad i = 1, \cdots, n-1, \quad (22)$$

$$F_0 = I_n, \quad p_0 = 1. \quad (23)$$

证 由式(15)有

$$\hat{z}(t|t) = (I_n - \Psi_f q^{-1})^{-1} K y(t). \quad (24)$$

将式(24)代入式(9)有

$$\hat{z}(t+1|t) = \Phi (I_n - \Psi_f q^{-1})^{-1} K y(t). \quad (25)$$

再将式(25)代入式(10)有

$$\varepsilon(t) = y(t) - H \Phi (I_n - \Psi_f q^{-1})^{-1} K q^{-1} y(t). \quad (26)$$

令 $(I_n - \Psi_f q^{-1})^{-1} = \sum_{i=0}^{n-1} F_i q^{-i} / \sum_{i=0}^n p_i q^{-i}$, 标量系数

p_i 和系数矩阵 F_i 可由矩阵求逆的 Leverrier-Fadeeva 算法(21)~(23)计算,于是式(26)可化为

$$\psi(q^{-1})\varepsilon(t) = [\psi(q^{-1})I_m - H\Phi(\sum_{i=0}^{n-1} F_i q^{-i-1})K]y(t). \quad (27)$$

这引出式(17)~式(20)成立.由文献[6]可知 $\Psi_f = (I_n - KH)\Phi$ 是稳定矩阵,从而 $\psi(q^{-1})$ 是稳定的.

证毕.

引理 3 增广系统(6),(7)对 $N > 0$ 有稳态最优非递推平滑器

$$\hat{z}(t | t + N) = \hat{z}(t | t) + \sum_{i=1}^N M(i)\varepsilon(t + i). \quad (28)$$

其中

$$M(i) = \Sigma[(I_n - KH)^T \Phi^T]^i \Sigma^{-1} K \quad (i \geq 1). \quad (29)$$

证 取有限初始时刻 t_0 ,则由文献[5]知在由有限观测数据 $(y(t_0), y(t_0+1), \dots, y(t+N))$ 生成的线性流形上有最优非递推平滑器

$$\hat{z}(t | t + N) = \hat{z}(t | t) + \sum_{i=1}^N M(t | t + i)\varepsilon(t + i), \quad (30)$$

$$M(t | t + i) = \prod_{j=1}^{i-1} A(j)K(t + i), \quad (31)$$

$$A(j) = P(j | j)\Phi^T P^{-1}(j + 1 | j). \quad (32)$$

其中 $P(j | j)$ 为滤波误差方差阵, $P(j + 1 | j)$ 为一步预报误差方差阵, $K(t + i)$ 为滤波增益.

由于增广系统(6),(7)是完全可观、完全可控的,所以当 $t_0 \rightarrow -\infty$ 时,有 $P(j | j), P(j + 1 | j), K(t + i)$ 分别收敛于相应的稳态值 P, Σ, K , 于是 $A(j), M(t | t + i)$ 有相应的稳态值 $A, M(i)$, 即

$$A = P\Phi^T \Sigma^{-1}, \quad (33)$$

$$M(i) = (P\Phi^T \Sigma^{-1})^i K \quad (i \geq 1). \quad (34)$$

其中由式(13)知稳态 Kalman 滤波误差方差阵 $P = (I_n - KH)\Sigma$, 所以由方差阵的对称性有

$$P = \Sigma(I_n - KH)^T. \quad (35)$$

将式(35)代入式(34)有

$$M(i) = \Sigma[(I_n - KH)^T \Phi^T]^i \Sigma^{-1} K. \quad (36)$$

这引出式(28)和(29)成立. 证毕.

3 解耦 Wiener 状态估值器 (Decoupling Wiener state estimators)

定理 对增广系统(6),(7)有如下渐近稳定的

ARMA 递推解耦 Wiener 状态估值器

$$\psi(q^{-1})\hat{z}_i(t | t + N) = K_i^N(q^{-1})y(t + N). \quad (37)$$

其中多项式 $K_i^N(q^{-1})$ 为 $K^N(q^{-1}) = [(K_1^N(q^{-1}))^T, \dots, (K_i^N(q^{-1}))^T, \dots, (K_n^N(q^{-1}))^T]^T$ 的第 i 个 $1 \times m$ 多项式分量,而 $K^N(q^{-1})$ 如下确定

a) 当 $N \leq 0$ 时,

$$K^N(q^{-1}) = \Phi^{-N}(\sum_{i=0}^{n-1} F_i q^{-i})K. \quad (38)$$

b) 当 $N > 0$ 时,

$$K^N(q^{-1}) = (\sum_{i=0}^{n-1} F_i q^{-i-N})K + L_N(q^{-1})\Lambda(q^{-1}). \quad (39)$$

其中 $\psi(q^{-1}), F_i$ 由式(21)~式(23)计算. $L_N(q^{-1})$ 如下定义

$$L_N(q^{-1}) = \sum_{i=1}^N \Sigma[(I_n - KH)^T \Phi^T]^i \Sigma^{-1} K q^{i-N}. \quad (40)$$

证 由式(24)有

$$\psi(q^{-1})\hat{z}(t | t) = [(\sum_{i=0}^{n-1} F_i q^{-i})K]y(t). \quad (41)$$

a) 当 $N \leq 0$ 时,由式(9)迭代有

$$\hat{z}(t | t + N) = \Phi^{-N}\hat{z}(t + N | t + N). \quad (42)$$

将式(41)代入式(42)有

$$\psi(q^{-1})\hat{z}(t | t + N) = \Phi^{-N}(\sum_{i=0}^{n-1} F_i q^{-i})Ky(t + N). \quad (43)$$

从而引出式(38)成立.

b) 当 $N > 0$ 时,由引理 3 有

$$\hat{z}(t | t + N) = \hat{z}(t | t) + L_N(q^{-1})\varepsilon(t + N). \quad (44)$$

其中 $L_N(q^{-1})$ 由式(40)定义.

注意到式(17)和式(41),则式(44)可化为

$$\psi(q^{-1})\hat{z}(t | t + N) = [(\sum_{i=0}^{n-1} F_i q^{-i-N})K + L_N(q^{-1})\Lambda(q^{-1})]y(t + N). \quad (45)$$

这引出式(39)成立.将式(43)和式(45)右端的系数阵分块即得解耦 Wiener 状态估值器式(37)成立.

由引理 2 知 $\varphi(q^{-1})$ 是稳定的,所以解耦 Wiener 状态估值器式(37)是渐近稳定的.由前面引理和以上证明过程可知式(37)具有最优性.

证毕.

注1 解耦 Wiener 状态估值器式(37)是状态解耦,如果只需求状态 $z(t)$ 的某个或某些分量的估值,可通过式(37)求得所需的状态估值,而避免其它状态估值的计算,从而可减少计算量。

注2 本文的解耦 Wiener 状态估值器式(37)实现了在统一框架下处理状态滤波、预报和平滑问题。其主要优点是避免了计算最优初值,特别是平滑器。而且已有的平滑器式(30)~式(32)要求计算 $n \times n$ 的逆矩阵 $P^{-1}(i+1|i)$,而本文的式(37)只要求计算 $m \times m$ 的逆矩阵 Σ^{-1} ,通常 $m < n$,因而本文的式(37)可减小计算量。

4 仿真例子(Simulation example)

本文采用文献[7]中定位车辆的模型作为本文自主小车的运动模型(见图1)。小车在运动中不断地受到发动机的驱动力(在短时间内可近似认为是常数)和道路表面的随机波折所产生的阻力的作用,加速度的变化过程可以近似认为满足随机游动过程。其运动可分解为横向和纵向的运动,通过采集安装在其上的接收机(如GPS)测得的数据,估计出作为接收机载体的小车所走过的路径、当前位置和速度或预测将来运动情况。假设只对其位置进行观测,所测得的数据受到白色和有色噪声的干扰。它在横向和纵向的运动方程均可描述如下:

$$x(t+1) = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t), \quad (46)$$

$$y(t) = [1 \ 0 \ 0]x(t) + \eta(t) + \xi(t), \quad (47)$$

$$\eta(t) = -0.9\eta(t-1) + e(t-1). \quad (48)$$

其中状态 $x(t) = [s(t), v(t), a(t)]^T$, $s(t)$, $v(t)$, $a(t)$ 分别表示小车横向或纵向的位置、速度和加速度, $w(t)$, $\xi(t)$ 和 $e(t)$ 分别为近似服从零均值、方差分别为 Q_w , Q_ξ 和 Q_e 的白噪声, $\eta(t)$ 为有色噪声。设方差分别为 $Q_w = 0.1$, $Q_\xi = 5$, $Q_e = 0.1$, 初值 $x(0) = [0, 0, 0]^T$, 求位置 $s(t)$ 和速度 $v(t)$ 的解耦 Wiener 预报器 $\hat{s}(t|t-2)$ 和 $\hat{v}(t|t-2)$, 滤波器 $\hat{s}(t|t)$ 和 $\hat{v}(t|t)$, 平滑器 $\hat{s}(t|t+1)$ 和 $\hat{v}(t|t+1)$ 。

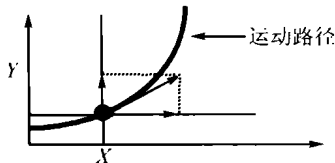


图1 自主小车运动情况示意

Fig. 1 The motion diagram of an autonomous vehicle

以上方程可写成式(6),(7)的形式

$$z(t+1) = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.9 \end{bmatrix} z(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(t) \\ e(t) \end{bmatrix}, \quad (49)$$

$$y(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 1]z(t) + \xi(t). \quad (50)$$

其中新状态 $z(t) = [s(t), v(t), a(t), \eta(t)]^T$, 假设采样周期 $T = 0.1$ s, 易验证系统是完全可观、完全可控的, 且为不稳定系统。

由式(37)知解耦 Wiener 状态估值器为

$$\varphi(q^{-1})\hat{s}(t|t+N) = K_1^N(q^{-1})y(t+N), \quad (51)$$

$$\varphi(q^{-1})\hat{v}(t|t+N) = K_2^N(q^{-1})y(t+N). \quad (52)$$

由引理2可求得 ARMA 新息模型的系数多项式为

$$\begin{aligned} \Lambda(q^{-1}) &= 1 - 2.2027q^{-1} + 0.6518q^{-2} + \\ &\quad 1.3068q^{-3} - 0.7559q^{-4}, \\ D(q^{-1}) &= 1 - 1.9426q^{-1} + 0.2630q^{-2} + \\ &\quad 1.3478q^{-3} - 0.6659q^{-4}. \end{aligned}$$

任取初值

$$\begin{aligned} (\hat{s}(0|N), \hat{s}(1|1+N), \hat{s}(2|2+N), \hat{s}(3|3+N)) &= \\ [10, 10, 10, 10], \\ (\hat{v}(0|N), \hat{v}(1|1+N), \hat{v}(2|2+N), \hat{v}(3|3+N)) &= \\ [10, 10, 10, 10]. \end{aligned}$$

由式(37)~式(39)可求得相应于 $N = -2, 0, 1$ 的多项式 $K_i^N(q^{-1})$ ($i = 1, 2$) 分别为

$$\begin{aligned} K_1^{-2}(q^{-1}) &= 0.2402 - 0.2394q^{-1} - \\ &\quad 0.1934q^{-2} + 0.1950q^{-3}, \\ K_2^{-2}(q^{-1}) &= 0.2417 - 0.2537q^{-1} - \\ &\quad 0.1946q^{-2} + 0.2066q^{-3}, \\ K_1^0(q^{-1}) &= 0.1943 - 0.1914q^{-1} - \\ &\quad 0.1564q^{-2} + 0.1558q^{-3}, \\ K_2^0(q^{-1}) &= 0.2174 - 0.2270q^{-1} - \\ &\quad 0.1751q^{-2} + 0.1847q^{-3}, \\ K_1^1(q^{-1}) &= 0.1731 - 0.1871q^{-1} - 0.0785q^{-2} + \\ &\quad 0.0698q^{-3} + 0.0249q^{-4}, \\ K_2^1(q^{-1}) &= 0.2052 - 0.2347q^{-1} - 0.0932q^{-2} + \\ &\quad 0.0931q^{-3} + 0.0296q^{-4}. \end{aligned}$$

仿真结果如图2~7所示。由图可看出对任意选取的初值, 采用本文算法收到了较好的估计效果。

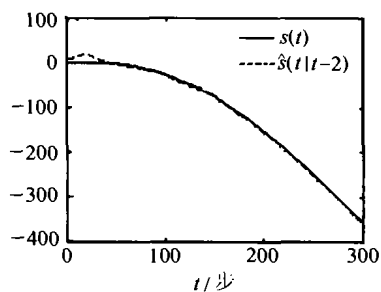


图2 位置 $s(t)$ 和 Wiener 预报器 $\hat{s}(t|t-2)$
Fig. 2 Position $s(t)$ and Wiener predictor $\hat{s}(t|t-2)$

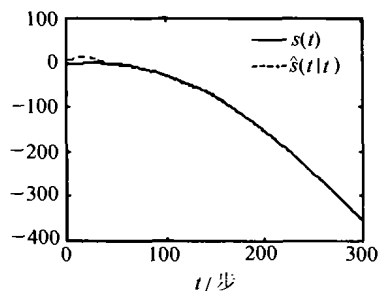


图4 位置 $s(t)$ 和 Wiener 滤波器 $\hat{s}(t|t)$
Fig. 4 Position $s(t)$ and Wiener filter $\hat{s}(t|t)$

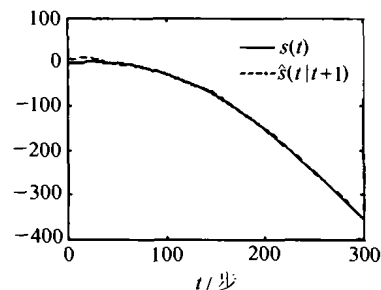


图6 位置 $s(t)$ 和 Wiener 平滑器 $\hat{s}(t|t+1)$
Fig. 6 Position $s(t)$ and Wiener smoother $\hat{s}(t|t+1)$

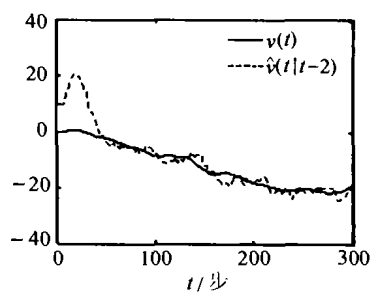


图3 速度 $v(t)$ 和 Wiener 预报器 $\hat{v}(t|t-2)$
Fig. 3 Velocity $v(t)$ and Wiener predictor $\hat{v}(t|t-2)$

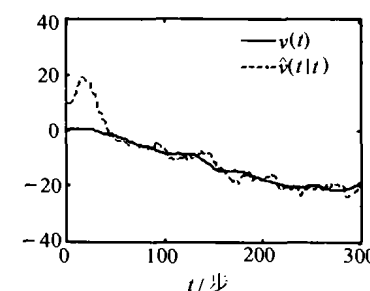


图5 速度 $v(t)$ 和 Wiener 滤波器 $\hat{v}(t|t)$
Fig. 5 Velocity $v(t)$ and Wiener filter $\hat{v}(t|t)$

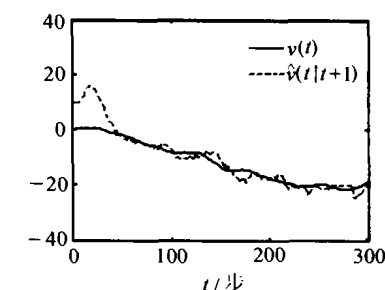


图7 速度 $v(t)$ 和 Wiener 平滑器 $\hat{v}(t|t+1)$
Fig. 7 Velocity $v(t)$ and Wiener smoother $\hat{v}(t|t+1)$

4 结论(Conclusion)

本文应用 Kalman 滤波理论,对带白色和有色观测噪声的完全可观、完全可控系统提出了一种具有 ARMA 递推形式的解耦 Wiener 状态估值器,可统一处理稳定或不稳定系统的预报、滤波和平滑问题,克服了经典 Kalman 滤波方法不能在统一框架下处理状态滤波、预报和平滑问题的缺点。算法基于 Kalman 滤波器建立 ARMA 新息模型,避免了求解 Diophantine 方程,也避免了伪交换和伪逆的计算,且所提出的解耦 Wiener 状态估值器可根据实际需要求得所需的估值,避免不必要的计算,并且估值器具有渐近稳定性,从而避免了最优初值的计算,减少了计算量。

参考文献(References):

[1] 邓自立,刘玉梅.一种统一的稳态 Kalman 估值器[J].信息与控

制,1999,28(4):249-253.

(DENG Zili, LIU Yumei. A unified steady-state Kalman estimator [J]. Information and Control, 1999, 28(4): 249-253.)

[2] CHISCI L, MOSCA E. Polynomial equations for the linear MMSE state estimation [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1992, 37(5): 623-626.

[3] AHLEN A, STERNAD M. Wiener filter design using polynomial equations [J]. IEEE Trans on Signal Process, 1991, 39(11): 2387-2398.

[4] 邓自立.解耦 Wiener 状态估值器[J].中国学术期刊文摘,2000, 6(8):336-341.

(DENG Zili. Decoupling Wiener state estimators [J]. Chinese Science Abstracts, 2000, 6(8): 336-341.)

[5] 邓自立.最优滤波理论及其应用——现代时间序列分析方法[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2000.

(DENG Zili. Optimal Filtering Theory and Its Application, Modern Time Series Analysis Method [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2000.)

[6] 中国科学院数学研究所概率组.离散时间系统滤波的数学方法[M].北京:国防工业出版社,1975.

(Probability Group, Institute of Mathematics Research, Chinese Academy of Sciences. *Mathematical Methods of Discrete Time System Filtering* [M]. Beijing: National Defense and Industry Press, 1975.)

- [7] 徐宁寿. 随机信号估计与系统控制[M]. 北京: 北京工业大学出版社, 2001.

(XU Ningshou. *Stochastic Signal Estimate and System Control* [M]. Beijing: Beijing Industry University Press, 2001.)

作者简介:

孙书利 (1971—), 男, 1996年毕业于黑龙江大学数学系, 1999年获该校控制理论与控制工程专业硕士学位, 现为哈尔滨工业大学在职博士生. 研究方向为状态估计, 信息融合等. E-mail: sunsl@hlju.edu.cn;

崔平远 (1961—), 男, 哈尔滨工业大学博士生导师. 研究方向为深空探测, 机器人控制, 智能控制等.

(上接第370页)

(YANG Chengwu, ZOU Yun. *2-D Linear Discrete Systems* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1995.)

- [2] DAI Liyi. *Singular Control Systems* [M]. New York: Springer-Verlag, 1989: 275 – 283.
- [3] MARSZAYEK W L, SADECKI J. Dynamic programming for 2-D discrete linear systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1989, 34(2): 181 – 184.
- [4] ZOU Yun, CAMPBELL S L. The jump behavior and stability analysis for 2-D singular systems [J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2000, 11(2): 321 – 338.
- [5] 邹云, 杜春玲, 杨成梧. 2-D 奇异系统的正则观测器设计[J]. 应用数学学报, 1998, 21(4): 497 – 504.
(ZOU Yun, DU Chunling, YANG Chengwu. Design of regular observers for 2-D singular systems [J]. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica*, 1998, 21(4): 497 – 504.)
- [6] KACZOREK T, SWIERKOSZ M. General model of n -D system with variable coefficients and its reduction to 1-D system with variable structure [J]. *Int J Control*, 1988, 48(5): 609 – 623.
- [7] KACZOREK T. General response formula and minimum energy control for the general singular model of 2-D system [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1990, 35(4): 433 – 436.

- [8] 赵胜民, 唐万生, 李光泉. 2-D 正线性系统的实现问题[J]. 控制理论与应用, 2000, 17(5): 647 – 650.

(ZHAO Shengmin, TANG Wansheng, LI Guangquan. The realization problem of 2-D positive linear systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(5): 647 – 650.)

- [9] LARSON R E, CARSTEA J L. 动态规划原理[M]. 陈伟基, 王永县, 杨家本, 译. 北京: 清华大学出版社, 1984.

(LARSON R E, CARSTEA J L. *The Principle of Dynamic Programming* [M]. CHEN Weiji, WANG Yongxian, YANG Jiaben, translated. Beijing: Tsinghua University Press, 1984.)

作者简介:

王为群 (1964—), 女, 1988年在西北工业大学获得硕士学位, 现为南京理工大学副教授. 主要研究兴趣为离散系统和奇异系统.

E-mail: swangyix@mail.njust.edu.cn;

殷明慧 (1978—), 男, 2002年在南京理工大学获硕士学位. 主要研究兴趣为电力系统分析;

邹云 (1962—), 男, 1990年在南京理工大学获博士学位, 现为南京理工大学教授, 博士生导师. 主要研究兴趣为广义系统和电力系统的稳定性分析.