

基于精确线性化的 MIMO 双线性系统预测函数控制

张智焕^{1,2}, 王树青¹, 荣 冈¹

(1. 浙江大学 工业控制技术国家重点实验室, 先进控制研究所, 浙江 杭州 310027;

2. 宁波大学信息科学与工程学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 针对典型多输入多输出双线性系统, 提出了基于非线性过程精确反馈解耦线性化的预测函数控制方法. 这是一种分层的控制策略, 首先设计一个静态的非线性状态反馈, 使得闭环系统是输入输出解耦和线性的; 然后设计一组单输入单输出预测函数控制器. 下层为上层预测函数控制提供一组单输入单输出模型, 而上层预测函数控制以其固有的鲁棒性来补偿参数变化和解耦线性化的近似性, 并以纸机加压网前箱为例进行了仿真实验, 结果是令人满意的.

关键词: 多输入多输出双线性系统; 精确线性化; 预测函数控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Predictive function control based on global feedback linearization for MIMO bilinear system

ZHANG Zhi-huan^{1,2}, WANG Shu-qing¹, RONG Gang¹

(1. National Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Advanced Process Control, Zhejiang University, Zhejiang Hangzhou 310027, China;

2. Faculty of Information Science and Technology, Ningbo University, Zhejiang Ningbo 315211, China)

Abstract: The predictive function control (PFC) strategy is developed for MIMO bilinear system. It is a kind of double layer control strategy and based on global feedback linearization of nonlinear system. The geometric tool needed here includes the input-output linearization theory. This methodology relies upon the exact cancellation of nonlinear term using state feedback, and closed loop model of the MIMO bilinear system is linearized and decoupled. Based on the input-output decoupled and linearized model, the predictive function controller is designed. The SISO models are given in the lower layer, the parameter varies and decoupled approximation are overcome by robust of PFC in the higher layer. Simulation result shows that the performance of the derived control strategy is satisfying.

Key words: global feedback linearization; predictive function control (PFC); MIMO bilinear system

1 引言(Introduction)

双线性系统模型具有较多的优点: 一方面, 它比一般的非线性系统结构简单, 便于算法实现; 另一方面, 它是一种描述对象的近似程度比线性系统要高得多的表示方法. 而且双线性模型可应用于描述化工等工业领域的实际工业对象^[1]. 对双线性系统的研究最早可追溯到 20 世纪 60 年代初期, 其研究为核反应器控制方面的问题. 自 20 世纪 70 年代中后期, 其研究达到了高潮. 应该看到, 双线性系统控制理论现在仍属于一个正在研究和发展的领域, 尽管在建模、控制、结构、辨识等方面已做了大量的工作, 并且有些领域也相当成熟, 但是在多变量解耦预测控制领域至今讨论得很少, 并且没有十分完善的结果.

2 系统描述及定义(System formulation and definition)

考虑多输入-多输出非线性系统

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{j=1}^m g_j(x) u_j, \quad (1)$$

$$y_i = h_i(x), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (2)$$

其中

$$u = [u_1, u_2, \dots, u_m],$$

$$y = [y_1, y_2, \dots, y_m],$$

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$$

分别为系统的控制变量、输出变量和状态变量, $f(x)$ 为 $\mathbb{R}^n$ 上的光滑向量场, g_i 也为 $\mathbb{R}^n$ 上的光滑向量场, $h_1(x), \dots, h_m(x)$ 为 $\mathbb{R}^n$ 上的光滑标量场, 且输

人和输出的维数相同以及 $m \leq n$.

定义 1 对于式(1),(2)所示系统,称第 i 个输出 y_i 有相对阶 r_i ,是指如果有

$$L_{g_j} L_f^k h_i(x) = 0, j = 1, 2, \dots, m, k = 0, 1, \dots, r_i - 2, \quad (3)$$

而下述行向量

$$L_{g_j} L_f^{r_i-1} h_i(x) \neq 0. \quad (4)$$

也就是说,输出 y_i 具有相对阶 r_i ,是指能使下式成立的最小整数

$$\begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & L_{g_2} L_f^{r_2-1} h_2(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

由定义 1,有

$$\begin{cases} \frac{d^k y_i}{dt^k} = L_f^k h_i(x), k = 1, 2, \dots, r_i - 1, \\ \frac{d^{r_i} y_i}{dt^{r_i}} = L_{g_j} L_f^{r_i-1} h_i(x) u_j. \end{cases} \quad (6)$$

因此, r_i 是依赖于控制 u 的 y_i 的最小导数阶次.

定义 2 如果式(1),(2)所示系统的每个输出 y_i 都具有相对阶 r_i ,那么矩阵

$$C(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(x) \\ \vdots & & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_m(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (7)$$

被称为特征矩阵.

3 双线性系统及反馈线性化解耦 (Bilinear system and feedback linearization decoupling)

考虑时不变多变量双线性系统

$$\dot{x} = Ax + \sum_{j=1}^m N_j x u_j + Bu, \quad (8)$$

$$y = Cx. \quad (9)$$

其中, $x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^m$ 分别为状态、控制及输出向量; A, N_j, B, C 为维数适当的常数矩阵.

为了与式(1),(2)对应,将式(8),(9)变为

$$\dot{x} = Ax + \sum_{j=1}^m (b_j + N_j x) u_j, \quad (10)$$

$$y_i = c_i x, i = 1, 2, \dots, m. \quad (11)$$

其中 $B = [b_1, b_2, \dots, b_m], C = [c_1, c_2, \dots, c_m]^T$.

将式(10),(11)与式(1),(2)进行比较,易知

$$f(x) = Ax, \quad (12)$$

$$g_j(x) = b_j + N_j x, \quad (13)$$

$$h_i(x) = c_i x. \quad (14)$$

引理 1^[2] 多变量双线性系统(8),(9)可解耦的充分必要条件为

1) 对每一个输出 y_i ,存在一个 r_i ,能使得下式成立

$$\begin{bmatrix} c_1 A^{r_1-1} (b_1 + N_1 x) & \dots & c_m A^{r_m-1} (b_m + N_m x) \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \neq \quad (15)$$

2) 矩阵

$$C(x) = \begin{bmatrix} c_1 A^{r_1-1} (b_1 + N_1 x) & \dots & c_m A^{r_m-1} (b_m + N_m x) \\ \vdots & & \vdots \\ c_m A^{r_m-1} (b_1 + N_1 x) & \dots & c_m A^{r_m-1} (b_m + N_m x) \end{bmatrix} \quad (16)$$

非奇异.

考虑到判别 $C(x)$ 的奇异性较为困难,下面给出一个判定定理.

引理 2^[2] 多变量双线性系统(8),(9)可解耦的充分必要条件为

1) 对每一个输出均具有相对阶 r_i ;

2) 矩阵

$$C'(x) = \begin{bmatrix} c_1 A^{r_1-1} b_1 & \dots & c_m A^{r_m-1} b_m \\ \vdots & & \vdots \\ c_m A^{r_m-1} b_1 & \dots & c_m A^{r_m-1} b_m \end{bmatrix} \quad (17)$$

非奇异.

如果将输入 u 作如下变换

$$u = [\beta C(x)]^{-1} \left\{ v - \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{r_1-1} \beta_{1k} L_f^k h_1(x) \\ \vdots \\ \sum_{k=0}^{r_m-1} \beta_{mk} L_f^k h_m(x) \end{bmatrix} \right\} = \quad (18)$$

$$[\beta C(x)]^{-1} \left\{ v - \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{r_1-1} \beta_{1k} c_1 A^k x \\ \vdots \\ \sum_{k=0}^{r_m-1} \beta_{mk} c_m A^k x \end{bmatrix} \right\}.$$

其中

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_{1r_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \beta_{mr_{m1}} \end{bmatrix},$$

$$v = [v_1 \quad \dots \quad v_m]^T,$$

可等价变换为

$$\sum_{k=0}^{r_1-1} \beta_{1k} \frac{d^k y_1}{dt^k} = v_1, \quad (19)$$

$$\sum_{k=0}^{r_m} \beta_{mk} \frac{d^k y_m}{dt^k} = v_m. \quad (20)$$

显然,输入-输出在这里得到了完全解耦,且解耦后的子系统是线性的.

4 分层预测函数控制 (Multiple layer predictive function control)

4.1 双线性系统预测函数控制 (Predictive function control for bilinear system)

多输入多输出(MIMO)双线性系统预测函数控制方框图如图1所示.MIMO双线性系统通过静态状态反馈解耦转换成多个SISO系统.

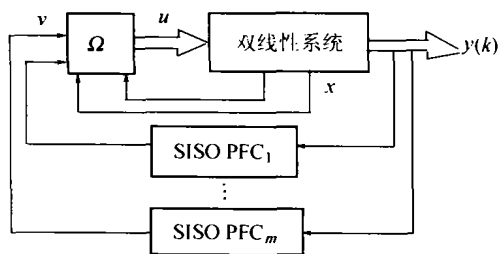


图1 双线性系统预测控制方框图

Fig. 1 Schematic diagram of predictive function control for bilinear system

对于SISO模型

$$\sum_{k=0}^{r_i} \beta_{ik} \frac{d^k y_i}{dt^k} = v_i, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (21)$$

当 $r_i = 1$ 时,其传递函数为

$$G_i(s) = \frac{y_i(s)}{v_i(s)} = \frac{1}{\beta_{i1}s + \beta_{i0}}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (22)$$

选取优化指标

$$J = \min (y_m(k+H) + e(k) - y_r(k+H))^2.$$

其中, $e(k) = y(k) - y_m(k)$ 为第 k 步模型输出值与实际过程值的偏差, H 为预测时域.则单值预测函数控制器为

$$v_i(k) = \frac{(c_i - y(k))(1 - \alpha_i^H)}{k_{mi}(1 - \alpha_{mi}^H)} + \frac{y_m(k)}{k_{mi}}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (23)$$

其中, $\alpha_{mi} = \exp(-T_s/T_i)$, $T_i = \beta_{i1}/\beta_{i0}$, $k_{mi} = 1/\beta_{i0}$, $\alpha_i = \exp(-T_s/T_{ir})$; c_i 为第 i 个对象设定值, $y(k)$ 为对象输出, $y_m(k)$ 为模型输出, T_s 为采样时间, T_{ir} 为第 i 个对象的参考轨迹时间常数, β_{i0} , β_{i1} 为第 i 个模型参数, k_{mi} 为第 i 个对象的放大系数.

4.2 稳定性分析 (Stability analysis)

定理 假设双线性系统满足精确反馈解耦线性化条件,同时反馈线性化后的被控对象与模型匹配

时,则稳定性的充分条件式(24)成立.

$$\beta_{i1} > 0, \quad \beta_{i0} + \frac{\alpha_{mi}^H - \alpha_i^H}{k_{mi}(1 - \alpha_{mi}^H)} > 0. \quad (24)$$

证 假设双线性系统满足精确反馈解耦线性化条件,则MIMO转化为 m 个SISO系统.解耦后的第 i 个对象参考轨迹

$$y_{ri}(k+H) = \alpha_i^H y(k) + (1 - \alpha_i^H) c_i. \quad (25)$$

由式(22)得超前 H 步模型预测

$$y_{mi}(k+H) = \alpha_{mi}^H y_m(k) + k_{mi}(1 - \alpha_{mi}^H) u(k). \quad (26)$$

由优化指标,采用单值预测函数控制,当模型匹配时,即 $y(k) = y_m(k)$,则

$$v_i(k) = \frac{(1 - \alpha_i^H) c_i + \alpha_i^H y(k) - \alpha_{mi}^H y_m(k)}{k_{mi}(1 - \alpha_{mi}^H)} = \frac{(1 - \alpha_i^H) c_i + (\alpha_i^H - \alpha_{mi}^H) y(k)}{k_{mi}(1 - \alpha_{mi}^H)}. \quad (27)$$

式(27)代入式(22)

$$\frac{y_i(s)}{c_i(s)} = \frac{(1 - \alpha_i^H)/k_{mi}(1 - \alpha_{mi}^H)}{\beta_{i1}s + \beta_{i0} + \frac{\alpha_{mi}^H - \alpha_i^H}{k_{mi}(1 - \alpha_{mi}^H)}}. \quad (28)$$

因此,只要 $\beta_{i1} > 0$, $\beta_{i0} + \frac{\alpha_{mi}^H - \alpha_i^H}{k_{mi}(1 - \alpha_{mi}^H)} > 0$ 就能保证闭环系统稳定.

5 仿真研究 (Simulation study)

纸机加压网前箱的模型^[2]在工作点处可双线性化为

$$\dot{x} = Ax + \sum_{j=1}^2 N_j x u_j + Bu, \quad (29)$$

$$y = Cx. \quad (30)$$

其中, $x = [L, P_0]^T$, 分别为网前箱液位和箱顶压力; $u = [u_1, u_2]^T$, 分别为浆门和气阀的开度; $y = [L, P]^T$, 分别为网前箱液位和箱底总压.模型参数为

$$A = \begin{bmatrix} 0.69 \times 10^{-4} & -0.7 \times 10^{-3} \\ -0.18 \times 10^{-3} & -0.163 \times 10^{-1} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.56 \times 10^{-4} & 0 \\ 0.14 \times 10^{-3} & 0.215 \times 10^{-2} \end{bmatrix},$$

$$N_1 = \begin{bmatrix} -0.22 \times 10^{-5} & -0.22 \times 10^{-4} \\ 0.26 \times 10^{-3} & 0.45 \times 10^{-5} \end{bmatrix},$$

$$N_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.43 \times 10^{-2} & 0.97 \times 10^{-5} \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.098 & 1 \end{bmatrix}.$$

容易验证,系统(29),(30)的相对阶 $r_1 = r_2 = r = 1$.

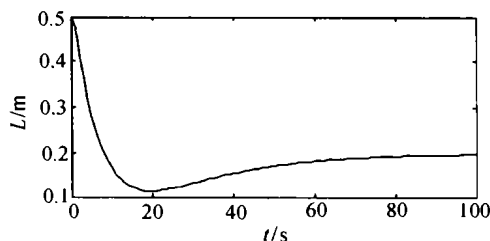
由引理2知,由于矩阵

$$CA^{-1}B = CB = \begin{bmatrix} 0.56 \times 10^{-4} & 0 \\ 0.146 \times 10^{-3} & 0.215 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

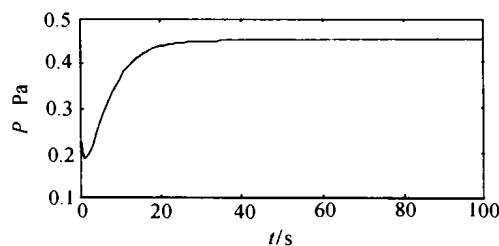
为非奇异,故系统(29),(30)可解耦,其变换

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11}c_1(b_1 + N_1x) & \beta_{11}c_1(b_2 + N_2x) \\ \beta_{21}c_2(b_1 + N_1x) & \beta_{21}c_2(b_2 + N_2x) \end{bmatrix}^{-1} \times \left\{ \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_{10}c_1x + \beta_{11}c_1Ax \\ \beta_{20}c_2x + \beta_{21}c_2Ax \end{bmatrix} \right\}.$$

将系统(29),(30)变换为



(a) 网前箱液位输出响应



(b) 网前箱箱底总压输出响应

图2 基于MIMO反馈线性化预测函数控制仿真结果

Fig. 2 Simulation result of PFC based on MIMO feedback linearization

6 结论(Conclusion)

对多输入多输出双线性系统,结合输入输出反馈线性化,提出了一种新的预测函数控制方法,该控制方法具有较强的鲁棒性及满意的性能。

参考文献(References):

- [1] 华向明. 双线性系统的建模与控制[M]. 上海:华东化工学院出版社,1990.
(HUA Xiangming. *Modelling and Control for Bilinear Systems* [M]. Shanghai: the East China Chemical Engineering College Press, 1990.)
- [2] 曹永岩,毛维杰,孙优贤,冯旭著. 现代控制理论的工程应用[M]. 杭州:浙江大学出版社,2000.
(CAO Yongyan, MAO Weijie, SUN Youxian, et al. *The Application of Modern Control Theory in Engineering* [M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2000.)
- [3] ISIDORI A, KRENER A J, GORI-GIORGI C, et al. Nonlinear decoupling via feedback: a differential geometric approach [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1981, 26(2): 331 - 345.

$$\beta_{11} \frac{dL}{dt} + \beta_{10}L = v_1, \quad (31)$$

$$\beta_{21} \frac{dP}{dt} + \beta_{20}P = v_2. \quad (32)$$

仿真时,采用PFC算法,采样周期 $T = 2s$,取 $\beta_{10} = 1, \beta_{11} = 20, \beta_{20} = 1, \beta_{21} = 4$. 网前箱液位和箱底总压初始值[0.5, 0.22], 目标值[0.2, 0.45]. 图2给出了双线性控制的仿真曲线. 尤其由图2(a),(b)仿真结果可知,多输入多输出双线性系统已完全解耦且有较好的性能指标。

- [4] CAO Yongyan, SUN Youxian, MAO Weijie. A new necessary and sufficient condition for static output feedback stabilizability and comments on "Stabilization via static output feedback" [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(8): 1110 - 1111.
- [5] KUNTZE H B, JACUBASCH A, RICHLET J, et al. On the predictive function control of an elastic industrial robot [A]. *Proc of the 25th IEEE Conference on Decision and Control* [C]. New York: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1986: 1877 - 1881.

作者简介:

张智焕 (1964—),男,浙江大学博士,副教授. 目前主要从事过程建模与预测控制,非线性控制,智能控制和计算机集成控制技术等方面的研究工作. E-mail: zhzhang6486@163.com 或 zhanghong3@hbip.net;

王树青 (1939—),男,现为浙江大学教授,博士生导师,1985年4月至1986年7月在英国拉夫堡大学作访问学者. 研究领域为工业过程建模与优化,非线性控制,预测控制,计算机综合集成控制及其在工业生产过程中的应用;

荣网 (1963—),男,现为浙江大学控制科学与工程系教授,博士生导师. 研究方向为自适应控制,预测控制,模糊控制,计算机集成控制等.