

离散对象的降阶 H_∞ 控制器设计

曾建平^{1,2}, 林 都²

(1. 北京大学 力学与工程系 系统与控制研究中心, 北京 100871; 2. 华北工学院 自动控制系, 山西 太原 030051)

摘要: 基于 LMI 方法, 考虑了离散对象的阶数不超过广义对象阶的降阶 H_∞ 控制器存在性问题. 通过 3LMIs 可解性条件的等价变换, 给出了一个降阶控制器的上界. 该上界可适用于奇异和非奇异对象两种情形, 且在奇异情形不为已有结果蕴涵. 证明是构造性的, 当降阶控制器存在时, 可以设计出这种控制器. 最后给出了两个简单的算例, 说明文中方法的可行性.

关键词: 离散系统; H_∞ 控制; 降阶控制器; LMI

中图分类号: TP271.6 **文献标识码:** A

Design of reduced-order H_∞ controllers for discrete-time plants

ZENG Jian-ping¹, LIN Du²

(1. Center for System and Control, Department of Mechanics and Engineering Science, Peking University, Beijing 100871, China;

2. Department of Automatic Control, North China Institute of Technology, Shanxi Taiyuan 030051, China)

Abstract: The existence of reduced-order H_∞ controllers with order not greater than that of generalized plants was studied, based on LMI for discrete-time plants. An upper bound of order for the controllers was obtained via equivalent 3LMIs, and was applicable to both singular and non-singular plants. Moreover, the bound was not implied by the previous one for singular plants. Finally, two examples were given to show the feasibility of the method.

Key words: discrete-time systems; H_∞ control; reduced-order controllers; LMI

1 引言 (Introduction)

DGKF 方法和 LMI 方法通常可得到阶数为广义对象阶的所谓全阶控制器, 阶数小于广义对象阶的降阶控制器的构造是 H_∞ 控制领域具有挑战性的问题之一. 几个学者研究了奇异对象的降阶控制器设计问题, 如文[1~3]及其参考文献. 文[4]在统一框架内考虑了连续和离散系统, 其方法尽管可用于非奇异对象, 但在这种情形其结果实际上退化为全阶控制器的平凡情形. 在连续情形, 文[5]给出了一个降阶控制器阶的上界, 适用于一般 H_∞ 控制问题. 文[5]的结果不适用于离散对象, 在此情形下, 文[5]方法所能得出的结果等价于文[4], 对非奇异离散对象其降阶控制器退化为全阶控制器. 因此, 一个令人感兴趣的问题是, 对非奇异离散对象是否存在降阶控制器. 本文考虑一般的离散对象降阶控制器存在性问题, 给出了一个降阶控制器阶数的上界, 该界可适用于奇异和非奇异对象两种情形.

2 预备 (Preparation)

给定矩阵 $E \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $F \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $Q = Q^T \in \mathbb{R}^{m \times m}$, 考虑如下 LMI:

$$ERF + (ERF)^T + Q < 0, R > 0. \quad (1)$$

若 E 或 F^T 不列满秩, 则 LMI(1)中部分矩阵变量是自由的, 可以删除这些自由变量, 减少矩阵变量的维数. 设

$$r = \text{rank } E < \min \{m, n\}, E = U \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^T$$

为 E 的奇异值分解, 其中, $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 和 $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是酉矩阵, $\Sigma \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 为对角正定矩阵. 令

$$Y = V^T R V = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{12}^T & Y_{22} \end{bmatrix}, Y_{11} \in \mathbb{R}^{r \times r},$$

并代入式(1), 记

$$\text{Sym}(E, R, F) := ERF + (ERF)^T,$$

则有如下结论成立:

命题 1 LMI(1)可解,当且仅当 $\exists Y_{12}$ 和 $Y_{11} \succ 0$ 满足如下 LMI:

$$\begin{aligned} & \text{Sym} \left(U \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix}, Y_{11}, [I \ 0] V^T F \right) + \\ & \text{Sym} \left(U \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix}, Y_{12}, [I \ 0] V^T F \right) + Q < 0. \quad (2) \end{aligned}$$

注意到 LMI (2) 中 Y_{12} 无约束,进一步利用矩阵变量删除的标准方法可将其去掉^[6],记 $A^\perp$ 为具有如下特征的矩阵: $\ker(A^\perp) = R(A)$ 且 $A^\perp A^{\perp T} > 0$, $\ker(A)$ 和 $R(A)$ 分别表示 A 的核和值域空间,则

推论 1 LMI (1) 可解, 当且仅当 $[0 \ I] U^T Q U [0 \ I]^T < 0$, 且 $\exists Y_{11} > 0$ 满足

$$\begin{aligned} & \text{Sym} \left(\left(F^T V \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \right)^\perp U \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix}, Y_{11}, [I \ 0] V^T F \left(F^T V \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \right)^\perp \right) + \\ & \left(F^T V \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \right)^\perp Q \left(F^T V \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \right)^\perp < 0. \quad (3) \end{aligned}$$

LMI (3) 的矩阵变量 Y_{11} 已降低为 $r \times r$ 矩阵. 当 F 行不满秩时, 同样可采取上述方法, 降低矩阵变量的维数. 另外, 矩阵变量删除处理后, 其等价条件形式不变, 故这一过程可以重复进行, 直到形如(1)的 LMI 中 E 和 F^T 列满秩为止. 有算例表明这种情形是存在的.

3 主要结果(Main results)

考虑 n_p 阶离散广义被控对象:

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = P(\sigma) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} := C(\sigma I - A)^{-1} B + D,$$

σ 表示 z -变换算子. $z \in \mathbb{R}^{n_z}$, $y \in \mathbb{R}^{n_y}$, $w \in \mathbb{R}^{n_w}$ 和 $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ 分别表示广义对象的控制输出, 测量, 外部输入和控制信号, 各矩阵具有相容的维数. 对广义对象

(4) 假定: 1) (A, B_2, C_2) 为可稳可检对.

引理 1 对离散对象(4), 如下陈述等价:

- 1) 存在一个 H_∞ 控制器;
- 2) 存在阶数不超过 n_d 的控制器, 其中

$$\begin{aligned} n_d &= \min (n_p - \text{rank} \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix} + \text{rank} D_{12}, \\ & n_p - \text{rank} [C_2 \ D_{21}] + \text{rank} D_{21}); \quad (5) \end{aligned}$$

- 3) $L_G \neq \emptyset$, 其中

$$L_G := \{(R, S) \in \mathbb{R}^{n_p \times n_p} \times \mathbb{R}^{n_p \times n_p}; R \in L_E,$$

$$S \in L_F, \begin{bmatrix} R & I \\ I & S \end{bmatrix} \geq 0\},$$

$$L_E := \left\{ R > 0; \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^\perp \right\}.$$

$$\begin{bmatrix} ARA^T - R + B_1 B_1^T & ARC_1^T + B_1 D_{11}^T \\ C_1 RA^T + D_{11} B_1^T & C_1 RC_1^T + D_{11} D_{11}^T - I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp T} < 0\}, \quad (7)$$

$$L_F := \left\{ S > 0; \begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \end{bmatrix}^\perp \right\}.$$

$$\begin{bmatrix} A^T SA - S + C_1^T C_1 & A^T SB_1 + C_1^T D_{11} \\ B_1^T SA + D_{11}^T C_1 & B_1^T SB_1 + D_{11}^T D_{11} - I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \end{bmatrix}^{\perp T} < 0\}. \quad (8)$$

若 $L_G \neq \emptyset$, 则存在一个阶数 $n_d \leq \text{rank}(R - S^{-1})$ 的 H_∞ 控制器.

Gahinet 和 Apkarian 证明了 1) 和 3) 的等价性^[6], 也给出了由 $(R, S) \in L_G$, 构造阶数为 $n_d = \text{rank}(R - S^{-1})$ 的控制器的方法^[6,7]. 1) 和 2) 的等价性由文[4]给出.

记

$$[M_E, N_E] := \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^\perp \begin{bmatrix} A \\ C_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$Q_E := \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^\perp \begin{bmatrix} B_1 B_1^T & B_1 D_{11}^T \\ D_{11} B_1^T & D_{11} D_{11}^T - I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp T},$$

则 L_E 中 LMI 即为

$$M_E R M_E^T - N_E R N_E^T + Q_E < 0. \quad (9)$$

将式(9)改写为

$$\text{Sym}(M_E + N_E, R, M_E^T - N_E^T) + 2Q_E < 0, \quad (10)$$

则 LMI(10)具有式(1)的形式, 即

$$E = M_E + N_E, F = M_E^T - N_E^T.$$

利用命题 1, 参考文献[4]中方法, 可以证明以下结果:

定理 1 对离散对象(4), 若 H_∞ 控制问题可解, 则存在阶数

$$r_c \leq$$

$$\min \left\{ \text{rank} \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^\perp \begin{bmatrix} A+I \\ C_1 \end{bmatrix}, \text{rank} \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{21} \end{bmatrix}^\perp \begin{bmatrix} A-I \\ C_1 \end{bmatrix} \right\} \quad (11)$$

的降阶控制器.

证 采用命题1中符号,定义两个集合

$$\tilde{L}_E := \{Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{12}^T & Y_{22} \end{bmatrix} > 0: Y_{11} \text{ 和 } Y_{12} \text{ 满足 LMI (2)}\}, \quad (12)$$

$$\tilde{L}_G := \left\{ (Y, S): Y \in \tilde{L}_E, S \in L_F, \begin{bmatrix} Y & V^T \\ V & S \end{bmatrix} \geq 0 \right\}. \quad (13)$$

显然

$$R \in L_E \Leftrightarrow Y = V^T R V \in \tilde{L}_E,$$

$$(R, S) \in L_G \Leftrightarrow (V^T R V, S) \in \tilde{L}_G.$$

由 H_∞ 控制问题可解, 则 $L_G \neq \emptyset \Rightarrow \tilde{L}_G \neq \emptyset$. $\forall (Y, S) \in \tilde{L}_G$, 令 $Z = Y - V^T S^{-1} V \geq 0$, 并按 Y 分块划分

$$\dot{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{12}^T & Z_{22} \end{bmatrix},$$

其中 $Z_{11} \in \mathbb{R}^{r \times r}$. 构造 $\tilde{Y}$:

$$\tilde{Y} := \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{12}^T & \tilde{Y}_{22} \end{bmatrix}, \quad \tilde{Y}_{22} := Y_{22} - Z_{22} + Z_{12}^T Z_{11}^+ Z_{12}, \quad (14)$$

其中, Z_{11}^+ 为 Z_{11} 的 Moore-Penrose 逆. 由 Z 半正定, 故有 $Z_{11} Z_{11}^+ Z_{12} = Z_{12}^{[8]}$, 从而

$$\tilde{Y} - V^T S^{-1} V = \tilde{Y} - Y + Y - V^T S^{-1} V = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{12}^T & Z_{12}^T Z_{11}^+ Z_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ Z_{12}^T Z_{11}^+ \end{bmatrix} Z_{11} \begin{bmatrix} I & Z_{11}^+ Z_{12} \end{bmatrix} \geq 0. \quad (15)$$

因 $\tilde{Y} \geq V^T S^{-1} V > 0$, 故 $\tilde{Y} \in \tilde{L}_E$. 又由式(15)知

$$\begin{bmatrix} \tilde{Y} & V^T \\ V & S \end{bmatrix} \geq 0,$$

故 $(\tilde{Y}, S) \in \tilde{L}_G$, 且

$$\text{rank } Z_{11} = \text{rank } (\tilde{Y} - V^T S^{-1} V) \leq r = \text{rank } E.$$

由此就有 $(\tilde{Y} V^T, S) \in L_G$, 且

$$\text{rank } (\tilde{Y} V^T - S^{-1}) =$$

$$\text{rank } (\tilde{Y} - V^T S^{-1} V) \leq \text{rank } E,$$

由引理1知, 存在阶数不超过 $\text{rank } E$ 的降阶控制器, 参照 Gahinet 等的方法^[6,7] 不难构造出这种控制器. 同理可证(11)中后一不等式. 证毕.

对偶的, 可将 L_F 中 LMI 改写为

$$\text{Sym}(M_F + N_F, S, M_F^T - N_F^T) + 2Q_F < 0, \quad (16)$$

其中

$$[M_F, N_F] := \begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \end{bmatrix}^\perp \begin{bmatrix} A^T \\ B_1^T \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$Q_F := \begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \end{bmatrix}^\perp \begin{bmatrix} C_1^T C_1 & C_1^T D_{11} \\ D_{11}^T C_1 & D_{11}^T D_{11} - I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \end{bmatrix}^{\perp T}.$$

同定理1, 可证明降阶控制器阶数

$$r_c \leq \begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \end{bmatrix}^\perp \begin{bmatrix} A^T \pm I \\ B_1^T \end{bmatrix}.$$

综上所述, 得到本文的主要结果:

定理2 对离散对象(4), 如下陈述等价:

1) H_∞ 控制问题可解;

2) 存在阶数

$$n_c \leq$$

$$\min \left\{ \text{rank} \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^\perp \begin{bmatrix} A \pm I \\ C_1 \end{bmatrix}, \text{rank} \begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \end{bmatrix}^\perp \begin{bmatrix} A^T \pm I \\ B_1^T \end{bmatrix} \right\}$$

的降阶控制器.

对定理2中降阶控制器上界, 以下结论可给出一个几何上的解释:

命题2^[8] 对矩阵 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 和 $B \in \mathbb{R}^{n \times l}$, 有 $\text{rank } AB = \text{rank } B - \dim(\ker(A) \cap R(B))$. (17)

证 记 $AR(B) := \{x: x = Ay, y \in R(B)\}$, 又

$$AR(B) = \{x: x = ABz, z \in \mathbb{R}^l\} = R(AB),$$

故有

$$\text{rank } AB = \dim(R(AB)) = \dim(AR(B)).$$

令 $R(B) = V_0 \oplus (\ker(A) \cap R(B))$, 则 $V_0 \cap \ker(A) = \emptyset$. 由此 $AR(B) = AV_0$, 易见 A 是从 V_0 到 $AR(B)$ 的一个同构映射, 即 $AR(B)$ 与 V_0 同构, 故 $\dim(AR(B)) = \dim(V_0)$. 考虑到

$$\dim R(B) = \dim(V_0) + \dim(\ker(A) \cap R(B)),$$

即知式(15)成立. 证毕.

注意到

$$\ker \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^\perp = R \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix},$$

$$\ker \begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \end{bmatrix}^\perp = R \begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \end{bmatrix},$$

由命题2即有

$$\text{rank} \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^\perp \begin{bmatrix} A \pm I \\ C_1 \end{bmatrix} =$$

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A \pm I \\ C_1 \end{bmatrix} - \dim \left\{ R \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix} \cap R \begin{bmatrix} A \pm I \\ C_1 \end{bmatrix} \right\}, \quad (18a)$$

$$\text{rank} \begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \end{bmatrix}^\perp \begin{bmatrix} A \pm I \\ B_1^T \end{bmatrix} =$$

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A^T \pm I \\ B_1^T \end{bmatrix} - \dim \left\{ R \left(\begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \end{bmatrix} \right) \cap R \left(\begin{bmatrix} A^T \pm I \\ B_1^T \end{bmatrix} \right) \right\}, \quad (18b)$$

由此,定理2中降阶控制器阶数基本上决定于式(18)右边两个值域空间的交空间大小.

注 直接对式(9)中 N_E 和式(16)中 N_F 做奇异值分解,沿用定理1的方法可证明降阶控制器的一个上界为:

$$n_d = \min \left\{ \text{rank} \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^\perp \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}, \text{rank} \begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \end{bmatrix}^\perp \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \right\}.$$

可以证明这个上界等价于引理1中的界(5).从命题2给出的几何解释来看,对奇异对象,上界(5)与定理2的结果一般互不包含,设计中应取两者的最小值.

不失一般性,可设对象(4)中 $[B_2^T \ D_{12}^T]$ 和 $[C_2 \ D_{21}]$ 行满秩,否则,分别表明具有冗余执行机构和传感器,通过变换可将其从式(4)中删除.由定理2知,在以下情况下降阶控制器必存在.

推论2 1) 设 $[B_2^T \ D_{12}^T]$ 行满秩,则当 $n_u > n_z$ 时,必存在阶数 $n_c \leq n_p + n_z - n_u$ 的降阶控制器;2) 设 $[C_2 \ D_{21}]$ 行满秩,则当 $n_y > n_w$ 时,必存在阶数 $n_c \leq n_p + n_w - n_y$ 的降阶控制器.

证 1) 注意到

$$2E = \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^\perp \begin{bmatrix} A + I \\ C_1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n_p+n_z-n_u) \times n_p},$$

由 $n_u > n_z$, 则 $\text{rank } E \leq n_p + n_z - n_u$, 据定理1可知结论成立.2)的证明相同,略. 证毕.

4 算例(Example)

例1 考虑对象 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0.2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. 经验证其 H_∞

控制问题可解,这时上界(5)退化为全阶控制器.由

$$R \left(\begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix} \right) \cap R \left(\begin{bmatrix} A + I \\ C_1 \end{bmatrix} \right) = \text{span} \{ [1 \ 0 \ 1]^T \},$$

据定理1可得到一阶的降阶控制器.

例2 给定对象

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_1^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_2^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$D_{11} = 0, D_{12} = D_{21} = 1.$$

可验证其 H_∞ 控制问题可解,上界(5)不能得到降阶控制器.由定理1可得到二阶控制器.

5 结论(Conclusions)

本文基于 LMI 的等价变换,得到了一种离散对

象的降阶控制器设计方法.该方法可适用于非奇异对象的 H_∞ 控制问题,并给出了算例予以说明.这表明非奇异对象也可以有降阶控制器,降阶控制器的存在性本质上并不由被控对象的奇异性决定.

类似于文[9]的工作,本文所用方法可用于离散情形的正实控制、混合 H_2/H_∞ 控制、镇定控制、协方差上界控制、LQG 控制、 L_∞ 控制、鲁棒 H_2 控制、鲁棒 L_∞ 控制和鲁棒 H_∞ 控制等一类控制问题,给出相应的降阶控制器设计结果.

参考文献(References):

- [1] KIMURA H, LU Y, KAWATANI R J. On the structure of H_∞ control systems and related extensions [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1991, 36(6): 653 - 667.
- [2] STOOVOGEL A A, SABERI A, CHEN B M. Reduced-order observer based control design for H_∞ -optimization [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(2): 355 - 360.
- [3] 忻欣, 冯纯伯. 非标准 H_∞ 控制问题的降阶控制器[J]. 自动化学报, 1996, 22(6): 641 - 647.
(XIN xin, FENG Chunbo. Reduced-order controllers of non-standard H_∞ control problems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1996, 22(6): 641 - 647.)
- [4] XIN X, GUO L, FENG C B. Reduced-order controllers for continuous and discrete-time singular H_∞ control problems based on LMI [J]. *Automatica*, 1996, 32(11): 1581 - 1585.
- [5] 曾建平, 程鹏. 一类控制问题的降阶控制器设计[J]. 自动化学报, 2002, 28(2): 267 - 271.
(ZENG Jianping, CHENG Peng. Design reduced-order controllers for a class of control problems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2000, 28(2): 267 - 271.)
- [6] GAHINET P, APKARIAN P. A linear matrix inequality approach to H_∞ control [J]. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 1994, 4(1): 421 - 448.
- [7] GAHINET P, APKARIAN P. An LMI-based parameterization of all H_∞ controllers with applications [A]. *Proc of the 32nd Conf on Decision and Control* [C]. San Antonio, TX, 1993: 656 - 661.
- [8] 黄琳. 系统与理论中的线性代数[M]. 北京: 科学出版社, 1990.
(HUANG Lin. *Linear Algebra in System and Control Theory* [M]. Beijing: Science Press, 1990.)
- [9] 郭雷, 忻欣, 冯纯伯. 基于 LMI 的一种统一的降阶控制器设计方法[J]. 中国科学(E), 1997, 27(4): 353 - 361.
(GUO Lei, XIN Xin, FENG Chunbo. A uniform method of reduced-order controllers design LMI-based [J]. *Science in China (Series E)*, 1997, 27(4): 353 - 363.)

作者简介:

曾建平 (1966—), 男, 分别于 1989, 1992 和 2000 年在东北大学, 太原机械学院, 北京航空航天大学获学士, 硕士和博士学位. 目前感兴趣的研究领域是: 线性系统, 鲁棒控制, H_∞ 控制等. E-mail: jpzeng2002@163.com;

林都 (1957—), 男, 分别于 1982, 1984 在太原机械学院获学士, 硕士学位, 1998 年在南京理工大学获博士学位. 现为华北工学院教授, 目前感兴趣的研究领域: 鲁棒控制, H_∞ 控制, 计算机仿真技术等. E-mail: lindu@ncust.edu.cn.