

不确定 Delta 算子系统的鲁棒 H_∞ 重构控制

向峥嵘, 陈庆伟, 胡维礼

(南京理工大学 自动化系, 江苏 南京 210094)

摘要: 讨论一类含有参数不确定和执行器故障的 Delta 算子系统鲁棒 H_∞ 重构控制设计问题. 通过利用故障检测与隔离(FDI)技术, 在考虑不可检测故障执行器输入为能量有界的干扰信号情形下, 基于 H_∞ 干扰抑制的思想, 给出了系统可鲁棒 H_∞ 镇定的充分条件. 所设计的控制器可使闭环系统鲁棒稳定, 而且对可允许的不确定性和执行器故障具有一定的 H_∞ 性能. 数值例子说明了本文设计方法的有效性.

关键词: 参数不确定性; 执行器故障; 重构控制; 鲁棒 H_∞ 控制; Riccati 不等式

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Robust H_∞ reconfigurable control of a class of uncertain Delta operator systems with actuator failure

XIANG Zheng-rong, CHEN Qing-wei, HU Wei-li

(Department of Automation, Nanjing University of Science & Technology, Jiangsu Nanjing 210094, China)

Abstract: The problem of robust H_∞ reconfigurable control for a class of Delta operator systems with parameter uncertainties and actuator failures was discussed. Under the assumption that the outputs of undetectable faulty actuator were arbitrary energy-bounded signals, a sufficient condition for robust stabilization and a method for the design of corresponding controllers were given. The controller could not only stabilize the controlled systems, but also guarantee H_∞ properties against all admissible uncertainties and actuator failure. A numerical example was given to show the effectiveness of the designed method.

Key words: parametric uncertainties; actuator failure; reconfigurable control; robust H_∞ control; Riccati inequalities

1 引言(Introduction)

传统的 z 变换离散化方法在采样周期很小时, 将导致采样系统的所有极点位于稳定边界上, 在有限字长的计算机中实现时, 会引起系统失去稳定性. 此外, 有限字长还引入非线性, 导致极限环振荡和死带. 为此, Goodwin 等人^[1]建议采用 Delta 算子来离散化系统, 既避免 z 变换方法引起的数值不稳定问题, 又使得传统的用于连续域的各类设计方法可直接用于离散域设计. 如今有关 Delta 算子系统的研究已引起了许多学者的广泛重视, 并在许多方面取得了研究成果^[2,3].

本文在文献[3]的基础上, 通过使用故障检测与隔离(FDI)技术, 在将不可检测故障输入信号视为平方可积干扰信号的情形下, 基于 H_∞ 干扰抑制的思想研究了一类具有执行器故障的参数不确定 Delta 算子系统的鲁棒重构控制设计问题. 最后给出数值例子说明了本文设计方法的有效性.

2 问题描述及预备知识(Problem statement and preliminaries)

考虑下列 Delta 算子系统

$$\begin{cases} \delta x(t) = [A + \Delta A(t)]x(t) + Bu(t) + Gv(t), \\ z(t) = Cx(t) + Du(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中 δ 表示 Delta 算子, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态变量, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 为控制输入, $v(t) \in \mathbb{R}^q$ 为平方可积的外界干扰输入向量, $z(t) \in \mathbb{R}^p$ 为控制输出向量, A, B, G, C, D 是具有适当维数的已知常数矩阵, $D^T C = 0, D^T D = R > 0, \Delta A(t)$ 为系统的时变不确定性, 且满足 $\Delta A(t) = HF(t)E$, 其中 $H \in \mathbb{R}^{n \times i}$ 和 $E \in \mathbb{R}^{i \times n}$ 是已知的常数矩阵, $F(t) \in \mathbb{R}^{i \times j}$ 满足

$$F^T(t)F(t) \leq I.$$

本文目的是对系统(1)设计状态反馈控制器 $u = -Kx(t)$, 使得下列条件满足:

1) 当 $v(t) = 0$ 时, 闭环系统渐近稳定;

2) 在零初始条件下,对任意的干扰输入 $v(t) \in L_2[0, \infty)$,被控输出 $z(t)$ 满足

$$\|z(t)\|_2 \leq \gamma \|v(t)\|_2.$$

其中 $\gamma > 0$ 为给定的 H_∞ 性能指标, $\|\cdot\|_2$ 为 $L_2[0, \infty)$ 范数,定义为

$$\|v(t)\|_2 = \left[\int_{t=0}^{\infty} v^T(t)v(t)dt \right]^{1/2},$$

这里 $\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$ 表示信号 $f(t)$ 连续情形的 Riemann 积分与离散情形的 Riemann 和.

引理 1^[4] 令 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}, H \in \mathbb{R}^{n \times i}, E \in \mathbb{R}^{i \times n}$ 和 $Q = Q^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是给定矩阵,假定存在对称正定矩阵 P 使得:

- 1) $H^T P H < I$;
- 2) $A^T(P^{-1} - HH^T)^{-1}A + E^T E + Q < 0$.

则对所有满足 $F^T(t)F(t) \leq I$ 的 $F(t)$ 有下列不等式成立:

$$[A + HF(t)E]^T P [A + HF(t)E] + Q < 0.$$

引理 2^[5] 考虑如下 Delta 算子系统

$$\begin{cases} \delta x(t) = A_c x(t) + G_c v(t), \\ z(t) = C_c x(t). \end{cases} \quad (2)$$

若对给定的 H_∞ 性能指标 $\gamma > 0$, 下列 Riccati 不等式

$$(TA_c + I)^T P G_c (\gamma^2 I - TG_c^T P G_c)^{-1} G_c^T P (TA_c + I) + A_c^T P + PA_c + TA_c^T P A_c + C_c^T C_c < 0 \quad (3)$$

具有正定对称解阵 P , 且满足条件

$$\gamma^2 I - TG_c^T P G_c > 0, \quad (4)$$

则系统(2)渐近稳定,且满足

$$\|z(t)\|_2 \leq \gamma \|v(t)\|_2.$$

3 鲁棒 H_∞ 重构控制 (Robust H_∞ reconfigurable control)

令 $\Omega \subseteq \{1, \dots, m\}$ 表示所有可能发生故障的执行器集合,假定故障执行器输入信号属于 $L_2[0, \infty)$ 范数有界的信号集合,这时可将故障输入信号看作是类似 $v(t)$ 的平方可积的干扰信号.令 $\bar{\Omega}$ 表示 Ω 的补集,照这样分类,输入矩阵 B 和 D 可以分解为^[6,7]

$$B = [B_{\bar{\Omega}} \ B_{\Omega}], \ D = [D_{\bar{\Omega}} \ D_{\Omega}]. \quad (5)$$

状态反馈增益阵 K , 权矩阵 $R = D^T D > 0$ 和控制输入阵 u 可以分解为

$$K = \begin{bmatrix} K_{\bar{\Omega}} \\ K_{\Omega} \end{bmatrix}, \ R = \begin{bmatrix} R_{\bar{\Omega}} & 0 \\ 0 & R_{\Omega} \end{bmatrix}, \ u = \begin{bmatrix} u_{\bar{\Omega}} \\ u_{\Omega} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

令 ω 表示 Ω 中发生故障的一个集合, $\bar{\omega}$ 表示 ω 的补集, $\eta \subseteq \Omega - \omega$ 表示不可检测故障的集合,

$u_\eta^F(t)$ 表示相应的不可检测故障执行器输入信号,当执行器发生故障时,可以通过故障检测与隔离 (FDI) 技术,来重构系统的结构.重构后的闭环系统为

$$\begin{cases} \delta x(t) = [A + \Delta A(t)]x(t) + B_{\bar{\omega}} u_{\bar{\omega}}(t) + B_\eta u_\eta^F(t) + Gv(t), \\ z_\omega(t) = Cx(t) + D_{\bar{\omega}} u_{\bar{\omega}}(t). \end{cases} \quad (7)$$

定理 1 对预先给定的性能指标 $r > 0$, 如果存在正常数 $\varepsilon > 0$, 使得下列 Riccati 不等式

$$(TA + I)^T (P^{-1} + TB_{\bar{\omega}} R_{\bar{\omega}}^{-1} B_{\bar{\omega}}^T - \gamma^{-2} T (GG^T + B_{\Omega-\omega} B_{\Omega-\omega}^T) - \varepsilon THH^T)^{-1} (TA + I) - P + \varepsilon^{-1} TEE^T + TC^T C < 0 \quad (8)$$

有正定对称解矩阵 P , 且满足

$$P^{-1} - \gamma^{-2} T (GG^T + B_{\Omega-\omega} B_{\Omega-\omega}^T) - \delta THH^T > 0, \quad (9)$$

则有

- 1) 当 $\begin{pmatrix} v(t) \\ u_\eta^F(t) \end{pmatrix} = 0$ 时, 闭环系统渐近稳定;
- 2) 在零初始条件下,对任意的干扰输入, $v(t) \in L_2[0, \infty)$, 被控输出 $z_\omega(t)$ 满足

$$\|z_\omega(t)\|_2 \leq \gamma \left\| \begin{pmatrix} v(t) \\ u_\eta^F(t) \end{pmatrix} \right\|_2.$$

此时状态反馈控制器为

$$\begin{cases} u = \begin{pmatrix} u_{\bar{\omega}}(t) \\ u_{\omega}(t) \end{pmatrix}, \ u_{\bar{\omega}}(t) = -K_{\bar{\omega}} x(t), \ u_{\omega}(t) = 0, \\ K_{\bar{\omega}} = R_{\bar{\omega}}^{-1} B_{\bar{\omega}}^T (P^{-1} + TB_{\bar{\omega}} R_{\bar{\omega}}^{-1} B_{\bar{\omega}}^T - \gamma^{-2} T (GG^T + B_{\Omega-\omega} B_{\Omega-\omega}^T) - \varepsilon THH^T)^{-1} (TA + I). \end{cases} \quad (10)$$

证 令

$$\begin{aligned} \bar{H} &= (T \cdot \varepsilon)^{1/2} H, \\ \bar{E} &= (T/\varepsilon)^{1/2} E, \ \bar{A} = A - B_{\bar{\omega}} K_{\bar{\omega}}, \\ \bar{P} &= (P^{-1} - \gamma^{-2} T (GG^T + B_\eta B_\eta^T))^{-1}, \\ \bar{Q} &= -P + TC^T C + TK_{\bar{\omega}}^T R_{\bar{\omega}} K_{\bar{\omega}}. \end{aligned}$$

由式(9)可得

$$(\bar{H}^T)^{-1} \bar{H}^{-1} > (P^{-1} - \gamma^{-2} T (GG^T + B_\eta B_\eta^T))^{-1}. \quad (11)$$

利用关系 $B_\eta B_\eta^T = B_{\Omega-\omega} B_{\Omega-\omega}^T$ 及式(8), 经过推导可得:

$$\begin{aligned} &(\bar{T}\bar{A} + I)^T (P^{-1} - \gamma^{-2} T (GG^T + B_\eta B_\eta^T) - \varepsilon THH^T)^{-1} (\bar{T}\bar{A} + I) - P + \\ &\varepsilon^{-1} TEE^T + TC^T C + TK_{\bar{\omega}}^T R_{\bar{\omega}} K_{\bar{\omega}} < 0. \end{aligned} \quad (12)$$

由式(11), (12)及引理 1 可得

$$(TA_c + I)^T(P^{-1} - \gamma^{-2}TB_c^TB_c^T)^{-1}(TA_c + I) - P + TC_c^TC_c < 0. \quad (13)$$

其中

$$A_c = A + HF(t)E - B_\omega K_\omega, \\ B_c = (G \ B_\eta), C_c = C - D_\omega K_\omega.$$

由引理 2 可推得定理 1 成立.

4 例子(Example)

考虑下列不确定 Delta 算子系统

$$\delta x(t) = \left\{ \begin{bmatrix} 15 & -20 & 5 \\ 5 & 0 & -5 \\ -5 & 20 & -15 \end{bmatrix} + \Delta A(t) \right\} x(t) + \begin{bmatrix} 3.33 & 1.67 & -0.33 \\ -1.67 & 1.67 & 0.67 \\ 3.33 & -2.33 & 3.67 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0.001 \\ 0.001 \\ 0.001 \end{bmatrix} v(t), \\ z(t) = \begin{bmatrix} 0.0167 & 0.0667 & 0.1667 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + r^{1/2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} u(t). \quad (14)$$

其中 $r = 0.01$, 参数不确定 $\Delta A(t)$ 满足

$$\Delta A(t) = HF(t)E = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & f(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0.1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

这里, $\|f(t)\| \leq 1$.

假定 $\Omega = \{u_2, u_3\}$ 是可能发生故障的执行器集合, 取采样周期 T 为 0.005 s, $f(t) = \sin(0.3t)$, 系统初始状态为,

$$x(0) = [0.002, 0, -0.001]^T, \gamma = 0.1,$$

由定理 1 可求得

$$K_\omega = [0.656, -1.196, 0.546].$$

经检验, 闭环系统稳定, 且满足 H_∞ 性能指标要求.

参考文献(References):

- [1] MIDDLETON R H, GOODWIN G C. *Digital Control and Estimation: a Unified Approach* [M]. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1990.
- [2] 张端金, 杨成梧. 反馈控制系统 Delta 算子理论的研究与发展 [J]. 控制理论与应用, 1998, 15(2): 153 - 160.
(ZHANG D J, YANG C W. Research and development of feedback control Delta operator theory [J]. *Control Theory & Applications*, 1998, 15(2): 153 - 160.)
- [3] 向峥嵘, 陈庆伟, 胡维礼. 具有执行器故障的不确定 Delta 算子系统鲁棒 H_∞ 控制 [J]. 控制与决策, 2001, 16(4): 491 - 493.
(XIANG Z R, CHEN Q W, HU W L. Robust H_∞ control of uncertain Delta operator systems with actuator failure [J]. *Control and Decision*, 2001, 16(4): 491 - 493.)
- [4] de SOUZA C E, FU M, XIE L. H_∞ analysis and synthesis of discrete-time systems time-varying uncertainty [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1993, 38(3): 459 - 462.
- [5] SHOR M H, PERKINS W R. Reliable control in the presence of sensor/actuator failures: a unified discrete/continuous approach [A]. *Proc of 30th IEEE Conf Decision and Control* [C]. Brighton: [s. n.], 1991: 1601 - 1606.
- [6] SEO C J, KIM B K. Robust and reliable H_∞ controllers for linear systems with parameter uncertainty and actuator failure [J]. *Automatica*, 1996, 32(3): 465 - 467.
- [7] VEILLETTE R J, MEDANIC J V, PERKINS W R. Design of reliable control systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(2): 290 - 304.

作者简介:

向峥嵘 (1969—), 男, 副教授, 博士. 研究方向为非线性系统, 鲁棒控制, 故障诊断等. E-mail: xiangzr@mail.njust.edu.cn;

陈庆伟 (1963—), 男, 教授. 研究方向为故障诊断, 智能控制, 计算机控制等;

胡维礼 (1941—), 男, 教授, 博士生导师. 研究方向为智能控制, 故障诊断, 自适应控制, 非线性控制等.