

关于“多时滞系统 H_∞ 鲁棒控制”一文的商榷

冯俊娥, 程兆林

(山东大学 数学与系统科学学院, 山东 济南 250100)

摘要: “多时滞系统 H_∞ 鲁棒控制”一文给出了多时滞系统满足 H_∞ 性能指标的充分条件及带不确定性 Riccati 不等式具有鲁棒性的充要条件, 并在此基础上提出了带不确定性多时滞被控对象经状态反馈后满足 H_∞ 鲁棒设计指标的充分条件. 然而该文在给出带不确定性 Riccati 不等式具有鲁棒性的必要性的证明中有一些关键性的错误, 导致其必要性是不成立的. 指出这些错误的同时, 给予了相应的修改, 最后还进一步讨论了该文中的不确定性.

关键词: 多时滞; 不确定性; Riccati 不等式; 鲁棒性

中图分类号: TP13

文献标识码: A

Comments on “ H_∞ robust control for multi-time delay systems”

FENG Jun'e, CHENG Zhao-lin

(School of Mathematics and System Science, Shandong University, Shandong Jinan 250100, China)

Abstract: Paper “ H_∞ robust control for multi-time delay systems” proposed a method of designing H_∞ state feedback controller. Furthermore, the above literature gave a necessary and sufficient condition for a Riccati inequality with parameter perturbances to have robustness. However, there are some serious mistakes in the proof of the literature. Here, the authors pointed out these mistakes and gave the corresponding modification. Additional, the authors discussed the uncertainties.

Key words: multi-time delay; uncertainty; Riccati inequality; robustness

1 问题描述 (Problem statement)

贵刊 1999 年 12 月第 16 卷第 6 期屈百达, 黄小原的“多时滞系统 H_∞ 鲁棒控制”^[1]一文(英文稿)给出了多时滞系统满足 H_∞ 性能指标的充分条件及带不确定性 Riccati 不等式具有鲁棒性的充要条件, 并在此基础上提出了带不确定性多时滞被控对象经状态反馈后满足 H_∞ 鲁棒设计指标的充分条件. 作者认为文[1]存在以下几个问题. 为了方便, 以下讨论均采用文[1]的记号.

首先文[1]在定理 3.1 中关于 Riccati 不等式(3.4)具有鲁棒性的必要性的证明中有以下两个问题:

1) 文[1]中(3.9)式为:

$$\begin{aligned} & \xi^T S \xi + 2\xi^T X E_0 \Sigma F_0 \xi + 2 \sum_{i=1}^m \xi^T X E_i \Sigma F_i A_i^T X \xi < \\ & - \sum_{i=1}^m \xi^T X E_i \Sigma \Sigma^T E_i^T X \xi \leq \\ & - \sum_{i=1}^m \xi^T X E_i E_i^T X \xi, \quad \forall \Sigma \in \Omega. \end{aligned}$$

由于文[1]中式(3.3)假设 $\Sigma^T \Sigma \leq I$, 所以有 $\Sigma \Sigma^T \leq I$, 则有

$$- \sum_{i=1}^m \xi^T X E_i \Sigma \Sigma^T E_i^T X \xi \geq - \sum_{i=1}^m \xi^T X E_i E_i^T X \xi,$$

所以式(3.9)中的后一个不等号显然是不成立的.

2) 文[1]在式(3.10)与(3.11)中都应用了引理 3.1, 可是两式中的 Σ_m 不一定相同. 并且在式(3.13)中存在同样的错误.

由于以上两个原因, 故得不到

$$S + \sum_{i=1}^m X E_i E_i^T X < 0,$$

因此必要性的证明是不正确的.

另外还有两点:

1) 文[1]中规定不确定性 Σ 满足式(3.3):

$$\Sigma = \Sigma^T \in \Omega = \{\Sigma: \Sigma^T \Sigma \leq I\}.$$

作者认为“ Σ 对称”这一条件完全没有必要, 况且若加上这一对称条件, 则不能应用引理 3.1, 因为在引理 3.1 中只要求不确定性 Σ 满足 $\Sigma^T \Sigma \leq I$, 并没有要求 Σ 对称, 所以在假设(3.3)下不一定存在 $\Sigma_m = \Sigma_m^T \in \Omega$ 满足:

$$\begin{aligned} \max_{\Sigma \in \Omega} \{\xi^T X E F \xi\}^2 &= (\xi^T X E \Sigma_m F \xi)^2 = \\ & \xi^T X E E^T X \xi \xi^T F^T F \xi. \end{aligned}$$

2) 文[1]中的假设式(3.2):

$$F_i^T F_i = I, i = 1, 2, \dots, m,$$

但在式(3.6)中作者却利用了 $F_i F_i^T = I$.

2 主要结果(Main results)

首先给出一个有用的引理.

引理 1^[2] 给定矩阵 $E, F, \Sigma(t), \Sigma^T(t)\Sigma(t) \leq I$ 和对称矩阵 Q , 则对任意的 $\Sigma(t): \Sigma^T(t)\Sigma(t) \leq I$, 不等式

$$Q + E\Sigma F + F^T \Sigma^T E^T < 0$$

成立当且仅当存在 $\epsilon > 0$, 有

$$Q + \epsilon E E^T + \epsilon^{-1} F^T F < 0.$$

下面给出 $\Delta A_i = 0, i = 1, \dots, m$ 时, 与文[1]中定理 3.1 相应的结论.

定理 存在正定矩阵 X 满足

$$(A_0 + \Delta A_0)^T X + X(A_0 + \Delta A_0) + \gamma^{-2} X B B^T X + C^T C + \sum_{i=1}^m (X A_i A_i^T X + I_i) < 0, \forall \Sigma \in \Omega. \quad (1)$$

当且仅当存在 $\lambda^2 \neq 0$ 时, 有

$$A_0^T X + X A_0 + X(\gamma^{-2} B B^T + \lambda^2 E_0 E_0^T) X + C^T C + \lambda^{-2} F_0^T F_0 + \sum_{i=1}^m (X A_i A_i^T X + I_i) < 0. \quad (2)$$

证 由文[1]中定理 3.1 的充分性的证明知该定理的充分性是成立的. 下面证明必要性. 将 $\Delta A_0 = E_0 \Sigma F_0$ 代入式(1)得

$$S + F_0^T \Sigma^T E_0^T X + X E_0 \Sigma F_0 < 0, \forall \Sigma \in \Omega, \quad (3)$$

其中

$$S = A_0^T X + X A_0 + \gamma^{-2} X B B^T X + C^T C + \sum_{i=1}^m (X A_i A_i^T X + I_i).$$

由这里的引理 1 知存在 $\lambda^2 \neq 0$, 满足

$$S + \lambda^2 X E_0 E_0^T X + \lambda^{-2} F_0^T F_0 < 0$$

即式(2)成立.

下面进一步讨论不确定性矩阵 $\Delta A_i, i = 0, 1, \dots, m$.

在条件式(3.2)与式(3.3)下, 有

$$(\Sigma F_i)^T (\Sigma F_i) = F_i^T \Sigma^T \Sigma F_i \leq F_i^T F_i = I,$$

所以不确定性 ΔA_i 完全可设为 $\Delta A_i = E_i \Sigma_i$ (即设 $\Sigma F_i = \Sigma_i$), E_i 为常数, 不确定性矩阵 Σ_i 仍满足 $\Sigma_i^T \Sigma_i \leq I$. 当然这里不再有公共的不确定性 Σ , 所有与此相关的结论都要做相应的改动. 由文[1]定理 3.1 的充分性的证明可以看到在这一假设下定理 3.1 的充分性仍然成立, 必要性仍然是不成立的; 且在这一假设下, 本文给出的定理仍然成立, 只需将定理中相应的 F_0 改为单位阵 I 即可; 另外在这一假设下, 本文也不再需要假设(3.2)了, 否则应将假设(3.2)改为 $F_i F_i^T = I, i = 1, \dots, m$.

参考文献(References):

- [1] QU Baida, HUANG Xiaoyuan. H_∞ robust control for multi-time delay systems [J]. *Control Theory & Applications*, 1999, 16(6): 836-841.
- [2] XIE L. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty [J]. *Int J Control*, 1996, 63(4): 741-750.

作者简介:

冯俊娥 (1971 —), 女, 现于山东大学数学与系统科学学院攻读博士学位, 从事时滞系统研究. E-mail: thefengs@163.com;

程兆林 (1939 —), 男, 山东大学数学与系统科学学院教授, 博士生导师, 从事多变量控制理论与应用, 非线性系统, 时滞系统的研究.