

文章编号: 1000-8152(2003)06-0889-05

## 用采样数据反馈控制统一混沌系统到平衡点

吴晓群<sup>1</sup>, 陆君安<sup>1</sup>, 谢进<sup>1</sup>, 余明辉<sup>2</sup>

(1. 武汉大学 数学与统计学院, 湖北 武汉 430072; 2. 武汉大学 水利水电学院, 湖北 武汉 430072)

**摘要:** 针对最新提出的统一混沌系统, 给出了一种单参数采样数据反馈控制器. 对  $\alpha$  取不同值时的统一系统, 以给定的频率采样输出作为控制信号, 构造离散时间控制算法, 以达到将统一混沌系统控制到平衡点的目的. 通过大量数值试验, 找出了不同  $\alpha$  值的统一系统一致渐近稳定地控制到平衡点的控制参数取值范围, 并且检验了该方法的鲁棒性.

**关键词:** 采样数据反馈; 统一混沌系统; 控制; 平衡点; 鲁棒性

**中图分类号:** O322 **文献标识码:** A

## Control unified chaotic system to equilibrium points using sampled data feedback

WU Xiao-qun<sup>1</sup>, LU Jun-an<sup>1</sup>, XIE Jin<sup>1</sup>, YU Ming-hui<sup>2</sup>

(1. School of Mathematics and Statistics, Wuhan University, Hubei Wuhan 430072, China;

2. School of Water Resources and Hydropower, Wuhan University, Hubei Wuhan 430072, China)

**Abstract:** Control for the unified chaotic system using sampled-data feedback control was proposed. For various values of the parameter  $\alpha$ , the sampled output of the unified chaotic system at a given sampling rate was applied as the controlling signals. Then the sampled data were used to construct a discrete-time feedback control algorithm so that the unified system could be controlled to reach its equilibrium points. Through plenty of numerical experiments, for various values of the controlling parameter  $\alpha$ , the ranges of  $\alpha$  was gotten, for which the corresponding systems could be controlled to reach its equilibrium points with uniform asymptotic stability. Finally the robustness of this method was verified.

**Key words:** sampled-data feedback; unified chaotic system; control; equilibrium; robustness

### 1 引言 (Introduction)

由于混沌系统对初值的极其敏感性和长时间的不可预测性, 混沌控制已成为混沌应用的关键环节. 自从 1987 年 V. V. Alekseev 等人<sup>[1]</sup>, 1989 年 A. Hübler<sup>[2]</sup>发表了控制混沌的论文以及 1990 年 E. Ott 等人提出了 OGY 方法<sup>[3]</sup>以来, 混沌控制的研究已越来越引起广泛关注, 目前文献中提到的常见方法还有很多<sup>[4-7]</sup>, 采样数据反馈控制是其中重要方法之一. 本文利用采样数据反馈方法来控制最近提出的统一混沌系统<sup>[8]</sup>. 这里所构造的控制器只有一个参数, 十分简单, 并且给出了统一混沌系统在不同  $\alpha$  值下一致渐近稳定的控制参数区间, 并对这些区间进行了分析比较. 最后还讨论了这一方法的鲁棒性.

### 2 统一混沌系统 (Unified chaotic system)

1999 年, 陈关荣等人发现了一个类似于 Lorenz

系统但与其不拓扑等价的混沌吸引子<sup>[9]</sup>——Chen 吸引子, 十分有趣的是, 根据 Vaněček 和 Čelikovský 的定义<sup>[10]</sup>, 这两个系统分属于两个不同的类型: Lorenz 系统满足  $a_{12}a_{21} > 0$ ; Chen 系统满足  $a_{12}a_{21} < 0$ . 最近, 吕金虎、陈关荣等人提出了一个新的混沌系统——统一混沌系统<sup>[8]</sup>, 它仅用一个参数将 Lorenz 和 Chen 系统联系起来. 这个新的统一系统表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = (25\alpha + 10)(y - x); \\ \dot{y} = (28 - 35\alpha)x - xz + (29\alpha - 1)y, \\ \dot{z} = xy - \frac{\alpha + 8}{3}z. \end{cases} \quad (1)$$

其中  $\alpha \in [0, 1]$  为参数, 对于  $\alpha \in [0, 1]$  系统均为混沌态,  $\alpha$  由 0 逐渐增加到 1 时, 系统 (1) 也由 Lorenz 系统逐渐过渡到 Chen 系统. 按照<sup>[10]</sup>的定义, 当

$0 \leq \alpha < 0.8$ 时,系统(1)属于广义 Lorenz 系统,满足  $a_{12}a_{21} > 0$ ; 当  $0.8 < \alpha \leq 1$ 时,系统(1)属于广义 Chen 系统,满足  $a_{12}a_{21} < 0$ ; 而  $\alpha = 0.8$ 时,系统(1)满足  $a_{12}a_{21} = 0$ , 具有连接广义 Lorenz 系统和 Chen 系统的重要作用. 这一系统为混沌控制与同步的研究提供了新的数学模型, 有许多问题尚待研究<sup>[11~16]</sup>.

该系统有 3 个平衡点:

$$S_0(0,0,0),$$

$$S_+(\sqrt{(8+\alpha)(9-2\alpha)}, \sqrt{(8+\alpha)(9-2\alpha)}, 27-6\alpha),$$

$$S_-(\sqrt{(8+\alpha)(9-2\alpha)}, -\sqrt{(8+\alpha)(9-2\alpha)}, 27-6\alpha).$$

其中,  $S_+$  和  $S_-$  关于  $z$  轴对称,  $S_0$  为鞍点,  $S_+$  和  $S_-$  为不稳定焦点.

### 3 采样数据反馈控制 (Sampled data feedback control)

设混沌动力系统为

$$\dot{X} = F(X). \tag{2}$$

其中  $X \in \mathbb{R}^n$  是状态变量, 非线性函数  $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  满足  $F(0) = 0$ . 于是受控混沌系统表示为

$$\dot{X}(t) = F(X(t)) + BU(k), \quad t \in [k\Delta, (k+1)\Delta],$$

$$U(k+1) = CU(k) + DX(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \tag{3}$$

其中  $U \in \mathbb{R}^m, B \in \mathbb{R}^{n \times m}, C \in \mathbb{R}^{m \times m}, D \in \mathbb{R}^{m \times n}, t \in \mathbb{R}^+$ .  $k$  是控制器的采样时钟信号 (clock signal), 取  $k = 0, 1, 2, \dots$ , 采样时刻形成一个离散时间序列  $X(k)$ ,  $X(k)$  是  $X(t)$  在  $t = k\Delta$  时刻的采样值.  $\Delta > 0$  为采样间隔. 由于  $F(0) = 0$ , 易知  $(x, u) = (0, 0)$  是式(3)的一个平衡点. 当系数矩阵的特征值实部不为 0 时, 式(3)的这一平衡点的渐近稳定性可以由式(3)的如下线性化方程在原点的稳定性来决定

$$\dot{X}(t) = AX + BU(k), \quad t \in [k\Delta, (k+1)\Delta],$$

$$U(k+1) = CU(k) + DX(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \tag{4}$$

其中矩阵  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , 定义为  $A = \partial F(0)/\partial X$ .

文献[17]给出了受控混沌系统(3)在平衡点  $(x, u) = (0, 0)$  一致渐近稳定的如下充分条件.

**定理 1** 假设  $F \in C^1[\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n]$ ,  $A$  非奇异, 并且

$$T = \begin{bmatrix} e^{A\Delta} & A^{-1}(e^{A\Delta} - I)B \\ D & C \end{bmatrix} \tag{5}$$

的谱半径  $\rho(T)$  满足条件  $\rho(T) < 1$ , 那么受控混沌系统式(3)的平衡点是一致渐近稳定的.

### 4 控制统一混沌系统到平衡点 $S_0$ (Control unified chaotic system to equilibrium point $S_0$ )

本文设计一个采样数据反馈控制系统, 假定受

控的统一系统为

$$\begin{cases} \dot{X} = F(X) + BU(k), & t \in [k\Delta, (k+1)\Delta], \\ U(k+1) = CU(k) + DX(k), & k = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \tag{6}$$

其中  $U(K) = [u_1(k), u_2(k), u_3(k)]^T, B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, C \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, t \in \mathbb{R}^+$ .

为了使控制器尽量简单, 易于操作, 取  $u_1(k) = u_3(k) = 0, u_2(k) \neq 0$ . 而  $B, C, D$  中, 除  $b_{22}, c_{22}, d_{22} \neq 0$  之外, 其余参数均为零. 于是系统(6)变成

$$\begin{cases} \dot{x} = (25\alpha + 10)(y - x), \\ \dot{y} = (28 - 35\alpha)x - xz + \\ \quad (29\alpha - 1)y + b_{22}u_2(k), \\ \dot{z} = xy - \frac{\alpha + 8}{3}z, \\ u_2(k+1) = c_{22}u_2(k) + d_{22}y(k). \end{cases} \tag{7}$$

其中  $\alpha \in [0, 1]$ . 经线性化后, 对应定理 1 矩阵  $T$  中的  $A, B, C, D$  如下

$$A = \left. \frac{\partial F}{\partial X} \right|_{X=0} = \begin{bmatrix} -25\alpha - 10 & 25\alpha + 10 & 0 \\ 28 - 35\alpha & 29\alpha - 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\alpha + 8}{3} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

这里, 为简单起见, 本文进一步取  $b_{22} = 1, d_{22} = -1$ , 于是仅保留一个参数  $c_{22}$ . 当  $\Delta$  取  $1 \times 10^{-3}$ , 对于  $\alpha$  取  $0, 0.1, 0.2, 0.3, \dots, 1$ . 通过数值实验, 可得到在不同的取值  $\alpha$  下, 满足条件  $\rho(T) < 1$  的  $c_{22}$  的取值范围如表 1 所示.

表 1  $\Delta = 1 \times 10^{-3}$  时  $c_{22}$  的取值与  $\alpha$  的关系

Table 1 Relationship between  $c_{22}$  and  $\alpha$  when  $\Delta = 1 \times 10^{-3}$

$\alpha$	$c_{22}$ 的区间	$c_{22}$ 区间长度
0	[0.963, 0.997]	0.034
0.1	[0.963, 0.994]	0.031
0.2	[0.962, 0.991]	0.029
0.3	[0.961, 0.989]	0.028
0.4	[0.960, 0.986]	0.026
0.6	[0.958, 0.981]	0.023
0.8	[0.955, 0.977]	0.022
0.9	[0.954, 0.974]	0.020
1.0	[0.9524, 0.9723]	0.0199

由表1可见,当取  $\Delta = 1 \times 10^{-3}$  时,若  $\alpha$  增大,  $c_{22}$  的取值范围却在缩小,但不是很显著.

当取  $\Delta = 1 \times 10^{-4}$  时,所得结果如表2所示.由表2可见,当  $\alpha$  增大时,  $c_{22}$  的取值范围也在增大,但也不是很显著.

表2  $\Delta = 1 \times 10^{-4}$  时  $c_{22}$  的取值与  $\alpha$  的关系

Table 2 Relationship between  $c_{22}$  and  $\alpha$  when  $\Delta = 1 \times 10^{-4}$

$\alpha$	$c_{22}$ 的区间	$c_{22}$ 区间长度
0	[0.964, 0.999]	0.035
0.1	[0.963, 0.999]	0.036
0.2	[0.962, 0.999]	0.037
0.4	[0.960, 0.998]	0.038
0.6	[0.958, 0.998]	0.040
0.8	[0.956, 0.997]	0.041
0.9	[0.954, 0.997]	0.043
1.0	[0.953, 0.997]	0.044

大量数值试验表明,  $c_{22}$  的取值区间与  $\Delta$  的取

值有关.当  $\Delta \geq 5 \times 10^{-4}$  时,随着  $\alpha$  的增大,  $c_{22}$  的取值范围在缩小,而  $\Delta < 5 \times 10^{-4}$  时,随着  $\alpha$  的增大,  $c_{22}$  的取值范围会增大,但都不是很明显.同时对于给定  $\alpha$  值,取不同的  $\Delta$  值,发现采样区间  $\Delta$  越小,  $c_{22}$  的取值范围越大,当采样区间  $\Delta$  过大时,已找不到符合条件的  $c_{22}$ ,即无论  $c_{22}$  取多少,受控系统都不再稳定.这说明只有当采样足够细,控制参数  $c_{22}$  才有足够的取值范围,才能保证受控系统的稳定性,这与理论上吻合.

图1给出了当  $\alpha = 0.4, \Delta = 1 \times 10^{-3}, c_{22} = 0.97$  时的数值试验结果.从图1可看出,变量  $x(t), y(t), z(t)$  渐近地趋于原点.在试验中,混沌系统的初始条件取为  $(x(0), y(0), z(0)) = (1, 1, 1)$ .控制器的初始条件取为  $u_2(0) = 0$ .在试验中观察到  $u_2(k)$  最终趋于0,这与理论预测相符合.为了显示本控制器的采样保持特征,图2显示了  $u_2(k)$  随  $k$  的变化,从图中可观察到的阶梯特征是典型的采样保持特征.

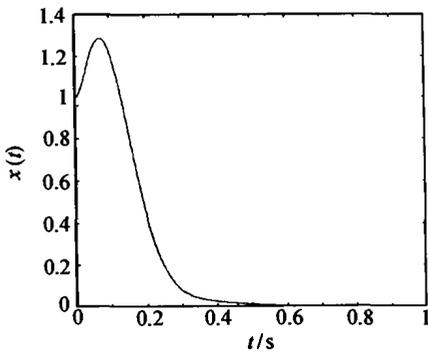


图1(a) 受控状态变量  $x(t)$

Fig. 1(a) State of controlled variant  $x(t)$

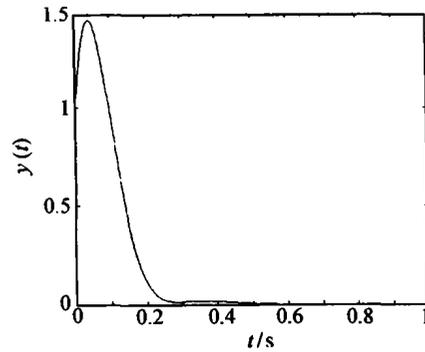


图1(b) 受控状态变量  $y(t)$

Fig. 1(b) State of controlled variant  $y(t)$

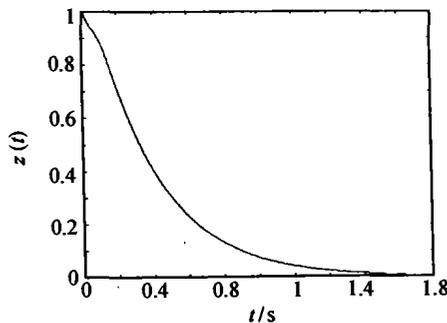


图1(c) 受控状态变量  $z(t)$

Fig. 1(c) State of controlled variant  $z(t)$

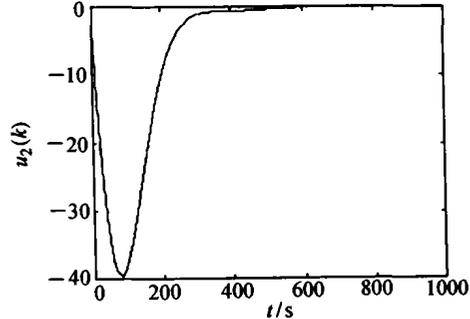


图2 控制变量  $u_2(k)$

Fig. 2 Controlling variant  $u_2(k)$

### 5 控制统一混沌系统到平衡点 $S_+$ (Control unified chaotic system to equilibrium point $S_+$ )

为了方便地将系统控制到平衡点

为了方便地将系统控制到平衡点

$S_+(\sqrt{(8+\alpha)(9-2\alpha)}, \sqrt{(8+\alpha)(9-2\alpha)}, 27-6\alpha)$ , 令  $x_1 = x - q, y_1 = y - q, z_1 = z - p$ , 代入式(1)

中,得

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (25\alpha + 10)(y_1 - x_1), \\ \dot{y}_1 = (1 - 29\alpha)(x_1 - y_1) - qz_1 - x_1z_1, \\ \dot{z}_1 = x_1y_1 + qx_1 + qy_1 - \frac{\alpha + 8}{3}z_1. \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $q = \sqrt{(8 + \alpha)(9 - 2\alpha)}$ ,  $p = 27 - 6\alpha$ . 与以上方法类似, 设计一个采样数据反馈系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (25\alpha + 10)(y_1 - x_1), \\ \dot{y}_1 = (1 - 29\alpha)(x_1 - y_1) - qz_1 - x_1z_1 + b_{22}u_2(k), \\ \dot{z}_1 = x_1y_1 + qx_1 + qy_1 - \frac{\alpha + 8}{3}z_1, \\ u_2(k + 1) = c_{22}u_2(k) + d_{22}y(k). \end{cases} \quad (9)$$

相应的  $A, B, C, D$  如下:

$$A = \begin{bmatrix} -10 - 25\alpha & 10 + 25\alpha & 0 \\ 1 - 29\alpha & 29\alpha - 1 & -q \\ q & q & -\frac{\alpha + 8}{3} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

同样的, 再取  $b_{22} = 1, d_{22} = -1$ . 当  $\Delta$  取  $2 \times 10^{-3}$ , 对于  $\alpha$  取  $0, 0.1, 0.2, 0.3, \dots, 1$ . 通过数值实验, 得到在不同的取值  $\alpha$  下, 满足条件  $\rho(T) < 1$  的  $c_{22}$  的取值范围如表 3 所示.

表 3  $\Delta = 2 \times 10^{-3}$  时  $c_{22}$  的取值与  $\alpha$  的关系

Table 3 Relationship between  $c_{22}$  and  $\alpha$  when  $\Delta = 2 \times 10^{-3}$

$\alpha$	$c_{22}$ 的区间	$c_{22}$ 区间长度
0	[-1.00, 0.998]	1.998
0.1	[0.364, 0.992]	0.628
0.2	[0.615, 0.986]	0.371
0.3	[0.709, 0.980]	0.271
0.4	[0.759, 0.974]	0.215
0.5	[0.792, 0.967]	0.175
0.6	[0.816, 0.961]	0.145
0.7	[0.835, 0.953]	0.118
0.8	[0.852, 0.945]	0.093
0.9	[0.868, 0.935]	0.067
1.0	[0.889, 0.919]	0.030

由表 3 可见, 当  $\Delta = 2 \times 10^{-3}$  时, 若  $\alpha$  增大,  $c_{22}$  的取值范围显著缩小. 取  $\Delta = 1 \times 10^{-3}$  或  $\Delta = 1 \times 10^{-4}$  时情况都相同. 这说明, 无论  $\Delta$  取何值, 随着  $\alpha$  的增大,  $c_{22}$  的可取区间减小, 即系统越来越难控制到  $S_+$ . 当采样区间  $\Delta$  过大时, 已找不到符合条件的  $c_{22}$ , 即无论  $c_{22}$  取多少, 受控系统都不可能控制到  $S_+$ . 这说明只有当采样足够细, 才能保证受控系统的稳定性, 这与理论吻合.

数值试验表明, 按上述控制参数  $c_{22}$  的区间, 可将变量  $x_1(t), y_1(t), z_1(t)$  渐近地控制到原点, 也即  $x(t), y(t), z(t)$  渐近的趋于平衡点

$S_+ (\sqrt{(8 + \alpha)(9 - 2\alpha)}, \sqrt{(8 + \alpha)(9 - 2\alpha)}, 27 - 6\alpha)$ . 这里, 混沌系统的初始条件仍取为  $(x(0), y(0), z(0)) = (1, 1, 1)$ . 控制器的初始条件取为  $u_2(0) = 0$ . 在试验中观察到  $u_2(k)$  最终趋于 0, 这与理论相符合. 为节约篇幅, 这里仅给出  $\alpha = 0.4, c_{22} = 0.97, \Delta = 1 \times 10^{-3}$  时受控系统的相图, 如图 3 所示. 由图可见, 此时受控系统螺旋型的趋近于  $(x_1, y_1, z_1) = (0, 0, 0)$ , 即平衡点  $S_+$ .

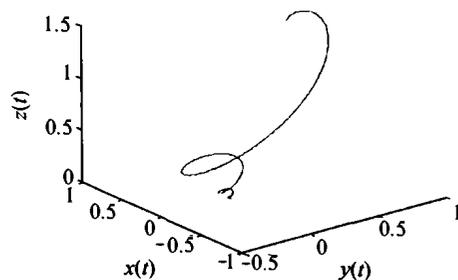


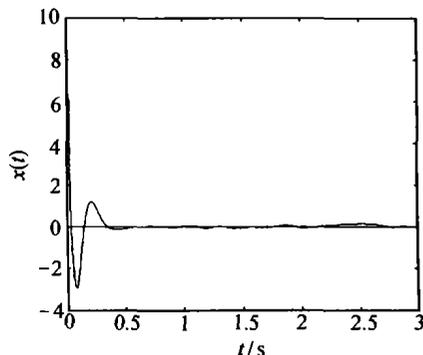
图 3 受控系统相图  
Fig. 3 Controlled system

对于平衡点

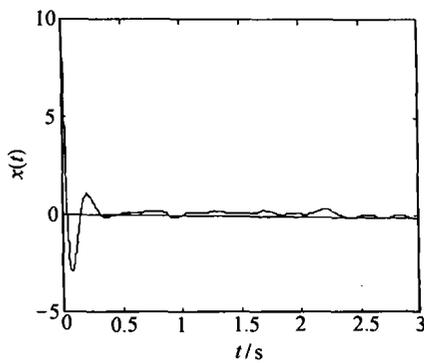
$S_- (-\sqrt{(8 + \alpha)(9 - 2\alpha)}, -\sqrt{(8 + \alpha)(9 - 2\alpha)}, 27 - 6\alpha)$ , 方法类似, 这里不再赘述.

### 6 采样数据反馈控制的抗噪能力 (Robustness of sampled data feedback control)

现实系统中经常存在外部噪声, 为检验采样数据反馈控制方法的抗噪能力, 给受控系统添加一个白噪声. 这里, 在系统(7)的控制方程  $u_2(k + 1) = c_{22}u_2(k) + d_{22}y(k)$  右端添加随机量  $r(k)$ , 该随机量服从正态分布, 其均值为 0. 图 4(a) 和 4(b) 分别是含噪声方差为 0.09 和 0.25 时受控变量  $x(t)$  的图形. 其中,  $\alpha = 0.4, c_{22} = 0.97, \Delta = 1 \times 10^{-3}$ , 初值  $(x(0), y(0), z(0)) = (10, -10, 10)$ .



(a) 噪声方差为 0.09



(b) 噪声方差为 0.25

图 4 含噪声的受控变量  $x(t)$ Fig. 4 Controlled variant  $x(t)$  with noise

与不含噪声时的图 1 进行比较,可发现受控变量仍然趋近于(0,0,0),但有较小的波动,当噪声的方差变大时,波动也有所变大,而方差较小时,几乎没有波动.因此采样数据反馈控制的方法具有一定的鲁棒性.

## 7 结论(Conclusion)

本文针对统一混沌系统如何控制到平衡点提出了一种单参数采样数据控制方法,这种反馈控制器能在控制参数范围内将系统控制到平衡点.数值试验表明单参数采样控制对于控制统一混沌系统到平衡点十分简单有效.采样数据控制方法具有一定的抗扰能力和鲁棒性.统一混沌系统由单参数决定,当参数连续变化时,系统有很大的密钥空间,因此它在保密通讯等方面有广泛的应用.对于统一混沌系统的研究刚刚开始,还有很多问题尚待进一步研究.

## 参考文献(References):

- [1] ALEKSEEV V V, LOSKUTOV A Y. Control of a system with a strange attractor through periodic parametric action [J]. *Soviet Physics Doklady*, 1987, 32(4): 1346 - 1348.
- [2] HÜBLER A W. Adaptive control of chaotic system [J]. *Helvetica Physica Acta*, 1989, 62: 343.
- [3] OTT E, GREBOGI C, YORKE J A. Controlling chaos [J]. *Physical Review Letters*, 1990, 64(11): 1196.
- [4] CHEN G, DONG X. *From chaos to order* [M]. Singapore: World Scientific, 1998.
- [5] 胡岗, 萧井华, 郑志刚. 混沌控制[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 2000.  
(HU Gang, XIAO Jinhua, ZHENG Zhigang. *Chaos Control* [M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House, 2000.)
- [6] 王光瑞, 于熙龄, 陈式刚. 混沌的控制、同步与利用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.

(WANG G, YU X, CHEN S. *Chaos Control, Synchronization and Its Application* [M]. Beijing: National Defense Industry Publishing House, 2001.)

- [7] 吕金虎, 陆君安, 陈士华. 混沌时间序列分析及其应用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2001.  
(LÜ Jinhua, LU Jun'an, CHEN Shihua. *Chaos Time Series Analysis and Its Application* [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2001.)
- [8] LÜ Jinhua, CHEN Guanrong, CHENG Daizhan, et al. Bridge the gap between the Lorenz system and the Chen system [J]. *Int J Bifurcation Chaos*, 2002, 12(12): 2917 - 2926.
- [9] CHEN G, UETA T. Yet another chaotic attractor [J]. *Int J Bifurcation Chaos*, 1999, 9(7): 1465 - 1466.
- [10] VAN ĀČEK, ĀELIKOVSKÝ. *Control Systems: From Linear Analysis to Synthesis of Chaos* [M]. London: Prentice-Hall, 1996.
- [11] LU Jun'an, TAO Chaohai, LÜ Jinhua, et al. The parameter identification and tracking of a unified system [J]. *Chinese Physics Letters*, 2002, 19(5): 632.
- [12] 陶朝海, 陆君安, 吕金虎. 统一混沌系统的反馈同步[J]. 物理学报, 2002, 51(7): 1497 - 1501.  
(TAO Chaohai, LU Jun'an, LÜ Jinhua. The feedback synchronization of a unified chaotic system [J]. *Acta Physica Sinica*, 2002, 51(7): 1497 - 1501.)
- [13] LU Jun'an, WU Xiaoqun, LÜ Jinhua. Synchronization of a unified chaotic system and the application in secure communication [J]. *Physics Letters A*, 2002, 305: 365 - 370.
- [14] LÜ Jinhua, LU Jun'an. Controlling uncertain Lü system using linear feedback [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2003, 17(1): 127 - 133
- [15] WU Xiaoqun, LU Jun'an. Parameter identification and backstepping control of uncertain Lü system [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2003, 18(4): 721 - 729.
- [16] 陶朝海, 陆君安. 统一混沌系统的控制[J]. 物理学报, 2003, 52(2): 281 - 284.  
(TAO Chaohai, LU Jun'an. Control of a unified chaotic system [J]. *Acta Physica Sinica*, 2003, 52(2): 281 - 284.)
- [17] 杨林保, 杨涛. 陈氏混沌系统的采样数据反馈控制[J]. 物理学报, 2000, 49(6): 1039.  
(YANG Linbao, YANG Tao. Sampled data feedback control for Chen's chaotic system [J]. *Acta Physica Sinica*, 2000, 49(6): 1039.)

## 作者简介:

吴晓群 (1978 —), 女, 博士研究生. 从事混沌控制与同步及偏微分方程数值计算方面的研究. E-mail: wuxiaoqun@sina.com.cn;

陆君安 (1945 —), 男, 教授. 博士生导师. 从事混沌控制与同步、复杂系统建模及偏微分方程数值计算方面的研究. E-mail: jalu@wuhee.edu.cn;

谢进 (1956 —), 男, 副教授. 从事数值计算与仿真的研究. E-mail: xienyt@public.wuhan.hb.cn;

余明辉 (1969 —), 男, 副教授. 从事数值模拟方面的研究. E-mail: mhyu66@263.net.