文章编号：1000 - 8152(2003)06 - 0894 - 03

模糊需求和模糊能力约束的集约生产计划

唐加福，董　颖，刘士新，汪定伟
（东北大学 信息学院 系统工程研究所，辽宁 沈阳 110004）

摘要：通过对模糊需求量和模糊等式及模糊需求环境下生产-库存平衡方程两种等价的描述方法的基础上，建立了具有模糊需求量和模糊能力约束集约生产计划问题的最佳平衡模型(BAPP)、交互式集约计划模型(IAPP)和交互式求解方法.

关键词：集约生产计划；模糊优化；模糊等式；参数规划；交互式方法

中图分类号：O22　　　**文献标识码**：A

Aggregate production planning with fuzzy demands and fuzzy capacity

TANG Jia-fu, DONG Ying, LIU Shi-xin, WANG Ding-wei
(Institute of Systems Engineering, Information School, Northeastern University, Liaoning Shenyang 110004, China)

Abstract: By means of formulation for fuzzy addition and fuzzy equation, the production-inventory balance equations in single stage and dynamic balance equations were formulated as a soft equation in terms of a degree of truth and interpreted as the possibility level of which production and inventory plan met the fuzzy demand. The parametric programming model and best balance model as well as the interactive approach were developed to solve the FMAPP problem. This approach offers decision-maker an overall procedure in making a reasonable plan in different fuzzy environments.

Key words: aggregate production planning; fuzzy optimal; fuzzy equation; parametric programming; interactive approach

1 引言(Introduction)

集约生产计划(aggregate production planning, APP)[1~3]是针对产品类层次的生产计划方法，是生产管理系统中重要的上层计划活动.现有的研究方法概括起来包括确定型优化方法[2,4]，随机规划方法[5,6]和模糊优化方法[3,7~9].作者[9,10]提出了模糊环境下生产-库存平衡方程的两种等价的描述方法及求解模糊环境下集约生产计划问题(FMAPP)的参数规划技术.本文在此基础上，不仅考虑企业的总费用，同时把满足市场需求的可能性水平及能力消耗的满意水平作为企业关心的目标，建立集约生产计划问题的最佳平衡模型(BAPP)，特别地，建立了集参数规划模型和最佳平衡模型于一体的交互式集约计划模型(IAPP).最后提出求解 FMAPP 模型的交互式方法的总体步骤.

2 模糊集约生产计划模型(Fuzzy model for APP)

具有模糊需求和模糊生产能力以及资本水平约束，以总费用最少为目标的多品种 APP 问题可以描述为如下模型 FMAPP[9,10]：

$$\min_{(X,Y,I,B)} F(X,Y,I,B) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}[u_{it}x_{it} + v_{it}y_{it} + h_iI_{it} + b_iB_{it}], \tag{1}$$

$$\text{s.t. } x_{it} + I_{it-1} - I_{it} + B_{it} - B_{it-1} \cong \tilde{d}_{it},\quad i = 1,2,\cdots,n;\ t = 1,2,\cdots,T, \tag{2}$$

$$0 \leqslant \sum_{i=1}^{n} y_{it} \leqslant \tilde{w}_t,\ t = 1,2,\cdots,T, \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{n}[u_{it}x_{it} + v_{it}y_{it} + h_iI_{it} + b_iB_{it}] \leqslant c_t,\quad t = 1,2,\cdots,T, \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{n} I_{it} \leqslant K,\ t = 1,2,\cdots,T, \tag{5}$$

$$q_ix_{it} \leqslant \delta y_{it},\ i = 1,2,\cdots,n;\ t = 1,2,\cdots,T, \tag{6}$$

$$B_{it} * I_{it} = 0,\ i = 1,2,\cdots,n;\ t = 1,2,\cdots,T, \tag{7}$$

$$B_{iT} = B_{i0} = 0,\ x_{it} \geqslant 0,\ y_{it} \geqslant 0,\ I_{it} \geqslant 0,\ B_{it} \geqslant 0, i = 1,2,\cdots,n;\ t = 1,2,\cdots,T. \tag{8}$$

收稿日期：2001 - 12 - 31；收修改稿日期：2003 - 03 - 18.
基金项目：国家自然科学基金项目(70002009)；教育部留学归国人员基金项目；辽宁省自然科学基金项目(20022019).

令模糊需求量 $\tilde{d}_{it}$ 是三角形模糊数 $\tilde{d}_{it} = (d_{it}, \alpha_{it}, \beta_{it})$,也就是说模糊需求量 $\tilde{d}_{it}$ 的最可能值为 d_{it},乐观值为 $d_{it} + \beta_{it}$,悲观值为 $d_{it} - \alpha_{it}$. 其隶属函数 $\mu_{\tilde{d}_{it}}(v)$ 表示模糊需求量的可能性度量. 模糊需求量 $\tilde{d}_{it}$ 的可能性分布函数定义如下:

$$\mu_{\tilde{d}_{it}}(v) = \begin{cases} 1 - \dfrac{d_{it} - v}{\alpha_{it}}, & d_{it} - \alpha_{it} \leqslant v < d_{it}, \\ 1 - \dfrac{v - d_{it}}{\beta_{it}}, & d_{it} \leqslant v < d_{it} + \beta_{it}, \\ 0, & \text{else}. \end{cases} \tag{9}$$

令 $\tilde{d}_{it}, \tilde{d}_{jt}$ 是两个三角形模糊数,两个模糊数的加法仍然是三角形模糊数,用$(d_{it} + d_{jt}, \alpha_{it} + \alpha_{jt}, \beta_{it} + \beta_{jt})$ 表示;类似地,这种加法可以推广到可数个模糊数的相加. 令 $\sum_{k=1}^{t} \tilde{d}_{ik} = \tilde{r}_{it}$,表示从时期1到时期 t 期间产品 i 的总需求量,隶属函数 $\mu_{\tilde{r}_{it}}(z)$ 表示从时期1到时期 t 产品 i 的总需求量的可能性度量.

在模糊优化模型 FMAPP 中的生产-库存平衡式(2)不再是清晰意义上的等式,而应该是模糊等式 $\cong$,其隶属函数 $\mu_{\cong}^{it}(*)$ 表示等式成立的可能性或真值(truth degree),可以解释为以一定的可能性(possibility level)满足生产-库存平衡方程.

$$\mu_{\cong}^{it}(*) = \mu_{\cong}^{it}(x_{it} + I_{it-1} - I_{it} + B_{it} - B_{it-1} = v) = \mu_{\tilde{d}_{it}}(v). \tag{10}$$

$\mu_{\cong}^{it}(*)$ 反映了本阶段的生产量加上前阶段的库存量与缺货量之差减去本阶段的库存量与缺货量之差与本阶段的需求量之间的(差距)关系,即超出或者低于本阶段的需求量越多,等式成立的可能性越小,满足市场需求的可能性越小. 因此 $\mu_{\cong}^{it}(*)$ 反映了满足市场需求的可能性. 这里'满足市场需求'不是单纯的物理意义,而是包含了经济含义,具有双重意义.

基于这种解释,决策者要求对某种类产品 i 在 t 期间的生产计划(满足用户需求)的可能性水平 θ 可以表示为 $\mu_{\cong}^{it}(*) \geqslant \theta$, 即

$$\mu_{\tilde{d}_{it}}(x_{it} + I_{it-1} - I_{it} + B_{it} - B_{it-1}) \geqslant \theta. \tag{11}$$

因此,等式(11)可以解释为制定的生产计划以大于或等于 θ 的可能性水平满足市场需求.

基于对模糊等式和模糊加法的描述[9,10],在同类型模糊需求量的情况下,产品类 i 从初始期到将来的任一期间 t 的生产计划(满足用户需求)的可能性水平约束与产品类 i 在单一期间 t 的生产计划(满足用户需求)的可能性水平约束是等价的,即 $\forall i = 1,2,\cdots,n, t = 1,2,\cdots,T$, 式(11)等价于

$$\mu_{\tilde{r}_{it}}\left(\sum_{k=1}^{t} x_{ik} + I_{i0} - I_{it} + B_{it}\right) \geqslant \theta. \tag{12}$$

因此,模糊需求环境下生产-库存平衡方程可用式(11)或(12)表达.

时期 t 的生产能力是具有容差的模糊数 $\tilde{w}_t$,其隶属函数 $\mu_{\tilde{w}_t}(y_t)$ 反映了决策者对于能力消耗的满意程度[9,10].

3 最佳平衡模型与交互式方法(Best balance model and interactive approach)

FMAPP 模型是一个具有模糊约束的非线性规划模型. 作者[9,10]提出求解 FMAPP 模型的参数规划模型,其最优解表示决策者在对生产计划(满足用户需求)的可能性水平要求大于或等于某一个预选值 θ,同时能力消耗的满意水平大于或等于某一个预选值 γ 的情况下,决策者希望达到最小的费用. 参数规划模型表明,总费用随可能性水平 θ 和满意水平 γ 的增加而增加. 在这种情况下,决策者可以根据预选的可能性水平要求和满意水平,制定一个合理的集约计划. 然而在有些情况下,企业决策者不仅关心总费用,还关心满足市场需求的可能性水平和能力消耗的满意水平.

令 $\mu_{it}(x, I, B)$ 表示决策者对从第1阶段到第 t 阶段满足市场需求的可能性水平要求,$\mu_t(y)$ 和 $\mu_0(F)$ 分别表示决策者对 t 阶段能力消耗满意水平和对总费用 F 的满意水平. 因此,从这个意义上,集约生产计划问题可以描述为对总费用、满足市场需求的可能性水平和能力消耗的满意水平的最佳平衡模型(BAPP):

$$\max \theta, \tag{13}$$

$$\text{s.t. } \mu_0(F) \geqslant \theta, \tag{14}$$

$$\begin{cases} \mu_{it}(x, I, B) \geqslant \theta, \\ i = 1,2,\cdots,n;\ t = 1,2,\cdots,T, \end{cases} \tag{15}$$

$$\mu_t\left(\sum_{i=1}^{n} y_{it}\right) \geqslant \theta,\ t = 1,2,\cdots,T, \tag{16}$$

$$0 < F_t \leqslant c_t,\ t = 1,2,\cdots,T, \tag{17}$$

$$\begin{cases} 0 < \theta \leqslant 1, \\ \sum_{i=1}^{n} I_{it} \leqslant K,\ t = 1,2,\cdots,T, \\ q_i x_{it} \leqslant \delta y_{it},\ i = 1,2,\cdots,n;\ t = 1,2,\cdots,T, \\ B_{it} * I_{it} = 0,\ i = 1,2,\cdots,n;\ t = 1,2,\cdots,T, \\ B_{iT} = B_{i0} = 0,\ x_{it} \geqslant 0,\ y_{it} \geqslant 0,\ I_{it} \geqslant 0, \\ B_{it} \geqslant 0, i = 1,2,\cdots,n;\ t = 1,2,\cdots,T. \end{cases} \tag{18}$$

原来的生产-库存平衡方程由式(15)给出，F_t 是 t 期间发生的总费用，$\mu_0(F)$ 定义如下：

$$\mu_0(F)=\begin{cases}1, & F\leqslant F_0-\Delta F,\\ \dfrac{F_0-F}{\Delta F}, & F_0-\Delta F<F<F_0,\\ 0, & \text{else}.\end{cases} \tag{19}$$

其中，F_0是参数规划模型中$\theta=\gamma=1$时的总费用，$F_0-\Delta F$ 是决策者预先给定的期望总费用值(aspiration level)，ΔF 是可以接受的总费用容差，如 F_0 的5%～15%.

BAPP 模型等价于如下非线性规划模型：

$$\max\theta, \tag{20}$$

$$\text{s.t. } 0<\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}[u_{it}x_{it}+v_{it}y_{it}+h_iI_{it}+b_iI_{it}]\leqslant F_0-\theta\Delta F,\ t=1,2,\cdots,T, \tag{21}$$

$$\sum_{i=1}^{n}y_{it}\leqslant w_t+(1-\theta)p_t,t=1,2,\cdots,T. \tag{22}$$

BAPP模型的最优解$(x^*,y^*,I^*,B^*,\theta^*)$是唯一的,对应满足市场需求、能力消耗和总费用之间的最佳平衡,但不一定是现实生产中决策者期望或接受的解.相反,不同准则下的多个解便于决策者选择最关心准则的满意方案.一般地,决策者最关心的准则包括最小化总费用、某产品在某期间满足市场需求的最大化可能性水平、能力消耗的最大满意水平.为此,作者提出求解 FMAPP 问题的交互式方法.

求解 FMAPP 问题的交互式方法：

Step 1 初始化:给定初始化阀值 λ，反映决策者对总费用满意水平、能力消耗满意水平和满足市场需求的可能性水平的可接受值.

Step 2 输入决策者关心的准则(CI),构造准则集

$$K=\{0,1,2,\cdots,nT,nT+1,\cdots,nT+T\},$$

其中 CI_0 代表总费用准则；$CI_1,CI_2,\cdots,CI_T;CI_{T+1},\cdots,CI_{2T},CI_{2T+1},\cdots,CI_{nT}$ 代表产品 $i=1,2,\cdots,n$ 在期间 $t=1,2,\cdots,T$ 满足市场需求准则；$CI_{nT+1},CI_{nT+2},\cdots,CI_{nT+T}$ 代表 $t=1,2,\cdots,T$ 期间的能力消耗准则.

Step 3 构造交互式集约计划模型(IAPP)：

$$\max\mu(x,y,I,B)=r_0\mu_0(F)+\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}r_{[((i-1)*T+t]}\bar{\mu}_{it}(x,I,B)+\sum_{t=1}^{T}r_{[nT+t]}\mu_t(\sum_{i=1}^{n}y_{it}), \tag{23}$$

$$\text{s.t. } \mu_0(F)\geqslant\lambda, \tag{24}$$

$$\begin{cases}\bar{\mu}_{it}(x,I,B)\geqslant\lambda,\\ i=1,2,\cdots,n;\ t=1,2,\cdots,T,\end{cases} \tag{25}$$

$$\begin{cases}\mu_t(\sum_{i=1}^{n}y_{it})\geqslant\lambda,t=1,2,\cdots,T,\\ 0<\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}[u_{it}x_{it}+v_{it}y_{it}+h_iI_{it}+b_iI_{it}]\leqslant\\ F_0-\theta\Delta F,\ t=1,2,\cdots,T,\\ \sum_{i=1}^{n}y_{it}\leqslant w_t+(1-\theta)p_t,t=1,2,\cdots,T.\end{cases} \tag{26}$$

其中 $\bar{\mu}_{it}(x,I,B)$ 表示对产品 i 在 t 时间段满足市场需求的可能性水平，$\mu(x,y,I,B)$ 是对各种准则的综合满意水平，$r_j(j=0,1,\cdots,nT+T)$ 是各种准则的下标指示器，$r_j=\{0,1\}$.

Step 4 置初始准则下标 $k=0$,最优解集 O 为空.

Step 5 设置 $r_j(j=0,1,2,,\cdots,nT+T)$ 如下：if $j=k$, $r_j=1$; else $r_j=0$.

Step 6 用传统约束优化方法求解 IAPP 模型，令 $O=O\cup(x_k^*,y_k^*,I_k^*,B_k^*)$,其中$(x_k^*,y_k^*,I_k^*,B_k^*)$是第 k 个准则对应的最优解.

Step 7 如果 $k=nT+T$, 转 Step 8; else, $k=k+1$, 转 Step 5.

Step 8 输入决策者最关心的准则,输出对应的最优解，停止.

当然,在上述交互式算法中,可以同时允许多个准则下标 r_j 为1,在这种情况下指示器向量 r 代表多个准则的组合.另外,指示器 r_j 的值可以推广到[0,1]区间,表示各准则的权重.

使用交互式方法,决策者可以从最优解集 O 中针对不同的生产环境交互式地选择相应的生产计划.因此,该方法反映了决策者的偏爱和主观愿望,便于实际应用.

4 结论(Conclusion)

本文是在文[9,10]的基础上,不仅考虑企业的总费用,同时把满足市场需求的可能性水平及能力消耗的满意水平作为企业关心的目标,建立集约生产计划问题的最佳平衡模型(BAPP)及集参数规划模型和最佳平衡模型于一体的交互式集约计划模型(IAPP),并提出了交互式求解方法.该方法为决策者在模糊环境下的决策提供了更加实用的总体步骤.

参考文献(References)：

[1] HAX A C. Aggregate production planning [A]. *Handbook of Operations Research: Models and Applications* [M]. MORDER J, EL-

(下转第 902 页)

他类型的网络(如时延神经网络)表示为SNNM的形式,也可用该方法分析它们的稳定性.值得说明的是:定理1和推论1是稳定的充分条件,而非充要条件,所以得不到LMI的可行解,并不说明系统不稳定;如果将扇区缩小(即增大阈值,缩小权值),可以获得可行解,但是这种作法会大大降低RMLP的性能.所以如何在提高性能的同时,增强RMLP的稳定性是将来研究的一个方向.另一方面,该方法对非线性函数的要求仅限于满足扇区条件,对于特定的非线性函数(如tanh),如果能利用其他的特性(如斜率有界等),就可以进一步降低稳定性定理的保守性,这也是未来研究的方向之一.

参考文献(References):

[1] SUYKENS J A K, VANDEWALLE J P L, de MOOR B L R. *Artificial Neural Networks for Modeling and Control of Non-linear Systems* [M]. Boston, Dordrecht, London: Cluwer Academic Publishers, 1996.

[2] FELDKAMP L A, PUSKORIUS G V, A signal processing framework based on dynamic neural networks with application to problems in adaptation, filtering and classification [J]. *Proc of the IEEE*, 1998,86(11): 2259 - 2277.

[3] TANAKA K. An approach to stability criteria of neural network control systems [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1996,7(3):629 - 642.

[4] BARABANOV N E, PROKHOROV D V. Stability analysis of discrete-time recurrent neural networks [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2002,13(2):292 - 303.

[5] BOYD S P, GHAOUI L E, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory* [M]. Philadelphia, PA: SIAM, 1994.

[6] GAHINET P, NEMIROVSKI A, LAUB A J, et al. *LMI Control Toolbox* [M]. Natick, MA: The Math Works Inc, 1995.

作者简介:

刘妹琴 (1972 —),女,副教授,1999年毕业于中南工业大学,获工学博士学位,1999年至2001年在华中科技大学从事博士后研究工作,现为浙江大学系统科学与工程学系教师,在国内外知名刊物发表论文30余篇,研究方向为混杂系统,神经网络和信号处理等. E-mail: liumeiqin@cee.zju.edu.cn;

颜钢锋 (1959 —),男,教授,1984年毕业于浙江大学,获硕士学位,从事CAD/CAM智能控制,非线性理论等方面的研究工作. E-mail: ygf@cee.zju.edu.cn.

(上接第896页)

MAGHRABY S E, ed. New York: Van Nostrand Reinhold, 1978:127 - 169.

[2] HOLT C C, MODIGLIANI F, MUTH J, et al. *Planning Production Inventories and Workforce* [M]. New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1960.

[3] WANG D, FANG Shu-cheng. A genetics-based approach for aggregate production planning in fuzzy environment [J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics (Part A)*, 1997,12(5):636 - 645.

[4] BERGSTROM G L, SMITH B E. Multi-item production planning—an extension of the HMMS rules [J]. *Management Science*, 1970,16(4):614 - 629.

[5] HAUSMAN W H, McCLAIN J D. A note on the Bergstrom-Smith multi-bibitem production planning model [J]. *Management Science*, 1971,17(5):783 - 785.

[6] BITRAN G R, YANASSEE H H. Deterministic approximations to stochastic production problems [J]. *Operations Research*, 1984,32(5):999 - 1018.

[7] RINKS D B. The performance of fuzzy algorithm models for aggregate planning and differing cost structures [A]. *Approximate Reasoning in Decision Analysis*[M]. GUPTA M M, SACHEZ E, ed. Amsterdam, North-Holland, New York: [s.n.], 1982:267 - 278.

[8] TANG J, FUNG RYK, WANG D. A fuzzy approach to modelling production and inventory planning [A]. *Proc of the 14th IFAC Congress* [C]. Beijing: [s.n.], 1999:261 - 265.

[9] TANG J, WANG D, FUNG R. Fuzzy formulation for multi-product aggregate production planning [J]. *Production Planning and Control*, 2000,11(7):670 - 676.

[10] 唐加福,汪定伟,许宝栋.多品种集约生产计划问题的模糊方法[J].管理科学学报,2003,6(1):44 - 50.
(TANG J, WANG D, LIU S, et al. Fuzzy multiple product aggregate production planning [J]. *J of Management Sciences in China*, 2003,6(1):44 - 50.)

[11] ZIMMERMANN H J. *Fuzzy Set Theory and Its Applications* [M]. Hinghum: Kluwer-Nijhoff, 1985.

[12] 唐加福,汪定伟.模糊优化理论与方法的研究综述[J].控制理论与应用,2000,17(2):159 - 164.
(TANG J, WANG D. Fuzzy optimization theory and mothodology: A survey [J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(2):159 - 164.)

作者简介:

唐加福 (1965 —),男,1999年毕业于东北大学控制理论与控制工程专业,获工学博士学位;1998和2000年任香港城市大学高级访问研究员和博士后研究员;2002年任香港理工大学客座研究员(Research Fellow).现任东北大学系统工程研究所教授.感兴趣的领域是fuzzy优化理论与方法,供应链计划与物流管理,新产品质量优化设计. E-mail: jftang@mail.neu.edu.cn;

董 颖 (1971 —),女,博士研究生.感兴趣的领域包括模糊建模与优化,信息管理与决策分析. E-mail: dy_neu@sina.com;

刘士新 (1968 —),男,博士,副教授.感兴趣的领域包括智能优化方法,生产计划与调度. E-mail: sxliu@mail.neu.edu.cn;

汪定伟 (1948 —),男,教授,博士生导师.感兴趣的领域包括模糊建模与智能优化方法,供应链管理,电子商务的建模与优化. E-mail: dwwang@mail.neu.edu.cn.