

## 机器人多胞变增益输出反馈 $H_\infty$ 控制

虞忠伟, 陈辉堂

(同济大学 信息与控制工程系, 上海 200092)

**摘要:** 针对  $n$  类关节的刚性机器人, 提出一种设计包含极点配置的多胞变增益输出反馈  $H_\infty$  控制器的新方法. 利用平衡族附近的线性化, 机器人系统可化为一关于平衡族的连续线性变参数系统, 通过引入滤波器得到易于设计变增益控制器的增广对象, 并将其凸分解为多胞表示, 基于二次 D-稳定和二次  $H_\infty$  性能概念, 利用多胞特性将整个控制器设计转化为对胞体顶点控制器的设计, 然后利用 LMI 方法, 对多胞的各顶点分别设计满足  $H_\infty$  性能和动态特性的输出反馈控制器, 最后综合顶点控制器得到具有同样多胞结构的全局连续变增益控制器. 实验结果验证了此控制器的有效性和先进性.

**关键词:** 机器人; 多胞(polytope); 变增益输出反馈  $H_\infty$  控制; 极点配置; LMI(线性矩阵不等式)

**中图分类号:**      **文献标识码:** A

## Polytopic gain scheduling output feedback $H_\infty$ control for robotic manipulators

YU Zhong-wei, CHEN Hui-tang

(Department of Information and Control Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** A new approach to the design of a polytopic gain scheduled output feedback  $H_\infty$  controller with pole placement for  $n$ -joint rigid robotic manipulators was presented. With linearization around the equilibrium manifold, the robotic system was transformed into a continuous linear parameter-varying (LPV) system with respect to the equilibrium manifold. A filter was introduced to obtain an augmented system, which was apt to have the polytopic gain scheduled controller designed. This system was put into a polytopic expression by a convex decomposition. Based on the concepts of quadratic D-stability and quadratic  $H_\infty$  performance, the polytopic features were used to simplify the controller design to be a vertices' controller design for the polytope. An output feedback controller, which satisfied  $H_\infty$  performance and dynamic characteristics, for each vertex of the polytope was designed with a linear matrix inequality (LMI) approach. A global continuous gain scheduled controller was then obtained by a synthesis of the vertex controllers. Experiments demonstrated the feasibility and novelty of the designed controller.

**Key words:** robot; polytope; gain scheduling output feedback  $H_\infty$  control; pole placement; LMI (linear matrix inequality)

### 1 引言(Introduction)

传统变增益<sup>[1~3]</sup>控制的不足在于设计时没有考虑系统的时变本质, 同时缺乏在变参数整个范围内系统稳定和性能的理论保证, 并存在较大的离线计算量. 为此, 本文利用近几年发展的线性变参数(LPVS)系统的变增益  $H_\infty$  控制理论<sup>[4~6]</sup>, 通过设计以机器人关节位置的函数为变参数的 LPVS 控制器, 引入关节位置的测量值, 使得沿着所有轨迹都保持稳定性和高性能. 对上述参数控制器综合一般利用两种方法, 一种是基于小增益理论, 适用于以 LFT 形式依赖变参数的 LPVS 对象<sup>[5]</sup>, LFT 描述的缺点是变

参数的变化允许为复数, 当已知变参数为实数时就引进了保守性. 对此方法的一种改进是利用二次  $H_\infty$  性能<sup>[6]</sup>的概念, 它是寻找一单一 Lyapunov 函数以保证对 LPVS 对象的所有可能轨迹都具有  $H_\infty$  性能并最终可简化为求解一线性矩阵不等式组(LMIs). 基于第二种方法, 本文引入了多胞(polytope)技术, 只要将机器人 LPVS 模型用多胞来表示, 由于多胞是凸集, 它可由顶点完全描述, 那么在设计控制器时, 无需对多胞内的所有点设计, 只要对它的顶点进行设计即可, 大大减少计算量, 同时可使控制器获得连续的增益并具有了全局特性. 从控制器数字实现方

面来讲,必须阻止快速的控制器动态,通常方法是利用性能权函数,但会导致高阶控制器,本文利用多胞技术的多目标扩展,在  $H_\infty$  设计中加入极点配置目标,使闭环极点进入左半平面的合适区域以获得满意的时间响应和闭环阻尼,从而通过取消大闭环极点来阻止快速的控制器动态.

## 2 机器人系统的 LPV 转化及其多胞表示 (LPV transformation of robotic system and its polytope expression)

考虑具有  $n$  个关节的刚性机器人,其动力学方程为如下形式:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau. \quad (1)$$

其中  $q \in \mathbb{R}^n$  是关节位置矢量,  $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为惯性矩阵,  $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^n$  表示离心力与哥氏力项,  $g(q) \in \mathbb{R}^n$  代表重力项,  $\tau \in \mathbb{R}^n$  是控制力矩. 设  $x_1 = q$ ,  $x_2 = \dot{q}$ ,  $\bar{x} = (x_1 \ x_2)^T$ , 式(1)可用状态空间表示为

$$\dot{\bar{x}} = F(\bar{x}) + G(\bar{x})\tau. \quad (2)$$

其中

$$F(\bar{x}) = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -M^{-1}(\bar{x})(C(\bar{x}) + g(\bar{x})) \end{bmatrix} \bar{x},$$

$$G(\bar{x}) = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ M^{-1}(\bar{x}) \end{bmatrix}.$$

对系统(2),选定变参数  $\rho(t) = [\rho_1(t), \dots, \rho_l(t)]^T \subset \mathbb{R}^l$  (为简便起见,下文中  $\rho(t)$  均简写为  $\rho$ ),其顶点集为  $V := \{\omega_1, \dots, \omega_N\}$ , 其中  $\omega_i \in \mathbb{R}^l$ ,  $i = 1, \dots, N$ , 同时经凸分解,变参数  $\rho$  在以顶点为  $V$  的多胞内变化,即

$$\rho = \sum_{i=1}^N \mu_i(\rho) \omega_i; \mu_i(\rho) \geq 0, \sum_{i=1}^N \mu_i(\rho) = 1.$$

假设存在被变参数  $\rho$  参数化的平衡族,即存在连续函数  $\bar{x}_e(\rho): \mathbb{R}^l \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $\tau_e(\rho): \mathbb{R}^l \rightarrow \mathbb{R}^n$ , 使得对顶点集为  $V$  的所有  $\rho$ , 有

$$0 = F(\bar{x}_e(\rho)) + G(\bar{x}_e(\rho))\tau_e(\rho). \quad (3)$$

其中变参数  $\rho$  可以是系统状态、输入、输出或外部信号的函数,对特定的对象变参数  $\rho$  的选取也不是唯一的,其原则是所选取的  $\rho$  要能反映原系统的动态特性. 对每个  $\rho$ , 在平衡族式(3)处,经雅可比线性化,系统(2)可化为

$$\dot{\hat{x}}(t) = \hat{A}(\rho)\hat{x}(t) + \hat{B}(\rho)\hat{u}(t). \quad (4)$$

其中

$$\hat{x}(t) = \bar{x}(t) - \bar{x}_e(\rho), \hat{u}(t) = \tau(t) - \tau_e(\rho),$$

$$\hat{A}(\rho) = \frac{\partial}{\partial \bar{x}}(F(\bar{x}) + G(\bar{x})\tau) |_{\bar{x}_e(\rho), \tau_e(\rho)},$$

$$\hat{B}(\rho) = G(\bar{x}_e(\rho)),$$

同时  $\hat{A}(\rho), \hat{B}(\rho)$  是变参数  $\rho$  的仿射函数,即:

$$[\hat{A}(\rho) \ \hat{B}(\rho)] = \sum_{i=1}^l \rho_i [\hat{A}_i \ \hat{B}_i],$$

这可以通过变参数  $\rho$  的合适选取来获得. 式(4)即为机器人系统的 LPV 表示. 因机器人建模时存在模型误差,如高频未建模部分,同时机器人运动中存在动态不确定和外部干扰,如关节之间的耦合、摩擦力、传感器和执行器噪声等,因此本文设干扰项  $w(t)$  为模型误差、动态不确定和外部干扰引起的等价扰动,这样式(4)可扩展为下列 LPV 形式:

$$\dot{\hat{x}}(t) = \hat{A}(\rho)\hat{x}(t) + \hat{B}_1 w(t) + \hat{B}_2(\rho)\hat{u}(t). \quad (5)$$

$$\text{其中 } \hat{B}_1 = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ I_{n \times n} \end{bmatrix}, \hat{B}_2(\rho) = \hat{B}(\rho).$$

因式(5)中  $\hat{B}_2(\rho)$  是变参数  $\rho$  的仿射函数,所以很难利用多胞 (Polytopic) 技术来设计变增益控制器,本文引入一阶滤波器,定义新的控制输入为  $u$ , 滤波器状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_u = A_u x_u + B_u u, \\ \hat{u} = C_u x_u. \end{cases} \quad (6)$$

其中,系数矩阵  $A_u \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_u \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $C_u \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为滤波器设计参数,在滤波器设计中,要求其带宽比期望的系统带宽大. 定义  $x = [\hat{x} \ x_u]^T$ , 结合(5)、(6)两式,增广对象表示为

$$\dot{x} = A(\rho)x + B_1 w + B_2 u. \quad (7)$$

其中

$$A(\rho) = \begin{bmatrix} \hat{A}(\rho) & \hat{B}_2(\rho)C_u \\ 0 & A_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^l \rho_i \hat{A}_i & \sum_{i=1}^l \rho_i \hat{B}_i C_u \\ 0 & A_u \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ I_{n \times n} \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ B_u \end{bmatrix}.$$

此时,增广对象(7)的  $B_2$  阵成为了常数阵,这种结构形式就可利用多胞技术来设计变增益控制器. 设性能指标  $Z(t)$  表示对干扰  $w(t)$  的扰动抑制性能,系统输出  $y(t)$  取为机器人关节位置,结合式(7),可得到下列多胞线性变参数系统  $P(\rho)$ :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\rho)x + B_1 w + B_2 u, \\ Z = C_1 x + D_{12} u, \\ y = C_2 x + D_{21} w. \end{cases} \quad (8)$$

其中:性能指标系数矩阵  $C_1, D_{12}$  满足  $C_1^T C_1 = P$ ,  $D_{12}^T D_{12} = Q$ ,  $P > 0, Q > 0$  为加权矩阵.  $C_1, D_{12}$  的获得是由于要求对于任意扰动  $w \in L_2[0, +\infty)$ , 闭环

系统均具有  $H_\infty$  性能  $\gamma$ , 即要求

$$\frac{1}{\gamma} \int_0^\infty (x^T P x + u^T Q u) dt < \gamma \int_0^\infty w^T w dt.$$

因系统输出  $y$  为机器人关节位置, 所以

$$C_2 = [I_{n \times n} \quad 0_{n \times n} \quad 0_{n \times n}], \quad D_{21} = 0_{n \times n}.$$

因变参数  $\rho$  在顶点为  $V$  的固定多胞内变化, 同时系统(8)中  $A(\rho)$  同样是变参数  $\rho$  的仿射函数, 故系统(8)的状态空间矩阵也在一矩阵多胞内变化, 即

$$\begin{bmatrix} A(\rho) & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^N \mu_i(\rho) \begin{bmatrix} A(\omega_i) & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^N \mu_i(\rho) \begin{bmatrix} A_i & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mu_i(\rho) \geq 0, \quad \sum_{i=1}^N \mu_i(\rho) = 1.$$

因此, 式(8)即为机器人 LPV 转化的多胞表示.

### 3 多胞变增益输出反馈 $H_\infty$ 控制器设计 (Polytopic gain scheduled output feedback $H_\infty$ controller design)

#### 3.1 相关定义和定理 (Related definition and theorem)

**定义 1 (LMI 区域)**<sup>[7]</sup> 设  $D$  为复平面的一个子集, 如果存在一对称矩阵  $\alpha = [\alpha_{kl}] \in \mathbb{R}^{m \times m}$  及矩阵  $\beta = [\beta_{kl}] \in \mathbb{R}^{m \times m}$  满足

$$D = \{z \in \mathbb{C} : f_D(z) < 0\},$$

其中

$$f_D(z) := \alpha + z\beta + \bar{z}\beta^T = [\alpha_{kl} + \beta_{kl}z + \beta_{lk}\bar{z}]_{1 \leq k, l \leq m}$$

称为  $D$  的特征函数, 它在  $m \times m$  Hermitian 矩阵空间取值. 那么,  $D$  称为 LMI 区域.  $M = [\mu_{kl}]_{1 \leq k, l \leq m}$  表示  $M$  是一个  $m \times m$  矩阵, 其一般项为  $\mu_{kl}$ .

**定义 2 (二次 D-稳定)** 关于  $p$  的线性变参数系统  $\dot{x} = A(p)x$ , 当  $p$  为固定值时其在 LMI 区域  $D$  中的极点定位可通过下式来描述:

$$M_D(A(p), X) =$$

$$[\alpha_{kl}X + \beta_{kl}A(p)X + \beta_{lk}XA(p)^T]_{1 \leq k, l \leq m}.$$

其中  $X$  为对称正定阵.  $M_D(A(p), X)$  与  $f_D(z)$  之间通过下列代换联系起来:  $(X, A(p)X, XA(p)^T) \leftrightarrow (1, z, \bar{z})$ . 那么矩阵  $A(p)$  为二次 D-稳定的充分必要条件是存在  $X$ , 使得对所有参数  $p$ :  $M_D(A(p), X) < 0$ .

**定义 3 (二次  $H_\infty$  性能)** 下列关于  $p$  的线性变参数系统

$$\begin{cases} \dot{x} = A(p)x + B(p)u, \\ y = C(p)x + D(p)u. \end{cases} \quad (9)$$

具有二次  $H_\infty$  性能  $\gamma$  的充要条件是: 存在一正定矩阵  $X > 0$ , 使得对所有参数  $p$  都具有:

$$B_{[A(p), B(p), C(p), D(p)]}^0(X, \gamma) =$$

$$\begin{bmatrix} A(p)X + XA^T(p) & B(p) & XC^T(p) \\ B^T(p) & -\gamma I & D^T(p) \\ C(p)X & D(p) & -\gamma I \end{bmatrix} < 0.$$

**定理 1 (顶点特性)** 对于多胞线性变参数对象(9), 变参数  $p$  在以顶点为  $\omega_1, \dots, \omega_r$  的多胞内变化, 即

$$p \in \text{Co} \{ \omega_1, \dots, \omega_r \} := \left\{ \sum_{i=1}^r \alpha_i \omega_i : \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^r \alpha_i = 1 \right\},$$

同时状态空间矩阵在一矩阵多胞内变化, 即

$$\begin{bmatrix} A(p) & B(p) \\ C(p) & D(p) \end{bmatrix} \in P :=$$

$$\text{Co} \left\{ \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} : = \begin{bmatrix} A(\omega_i) & B(\omega_i) \\ C(\omega_i) & D(\omega_i) \end{bmatrix}, i = 1, \dots, r \right\},$$

则下列三项等价:

- 1) 此系统二次 D-稳定, 同时具有二次  $H_\infty$  性能  $\gamma$ ;
- 2) 存在一正定矩阵  $X > 0$ , 使得对所有

$$\begin{bmatrix} A(p) & B(p) \\ C(p) & D(p) \end{bmatrix} \in P,$$

有

$$M_D(A(p), X) < 0,$$

$$B_{[A(p), B(p), C(p), D(p)]}^0(X, \gamma) < 0;$$

- 3) 存在正定矩阵  $X > 0$  满足下列 LMIs:

$$M_D(A_i, X) < 0,$$

$$B_{[A_i, B_i, C_i, D_i]}^0(X, \gamma) < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

**证** 根据定义 2 和定义 3, 1) 和 2) 之间的等价是显然的. 下面证明 2) 和 3) 之间的等价. 当 2) 成立时, 多胞顶点即 3) 自然成立. 注意到

$$\begin{bmatrix} A(p) & B(p) \\ C(p) & D(p) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^r \alpha_i \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix},$$

其中  $\alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^r \alpha_i = 1$ , 则

$$M_D(A(p), X) = \sum_{i=1}^r \alpha_i M_D(A_i, X),$$

$$B_{[A(p), B(p), C(p), D(p)]}^0(X, \gamma) =$$

$$\sum_{i=1}^r \alpha_i B_{[A_i, B_i, C_i, D_i]}^0(X, \gamma),$$

所以当 3) 成立时, 2) 也成立. 证毕.

#### 3.2 多胞输出反馈控制器设计 (Polytopic output feedback controller design)

对于多胞线性变参数系统(8), 设计与其具有同样多胞结构的变增益输出反馈控制器  $K(\rho)$ :

$$\begin{cases} \dot{x}_K = A_K(\rho)x_K + B_K(\rho)y, \\ u = C_K(\rho)x_K + D_K(\rho)y. \end{cases} \quad (10)$$

其中

$$\begin{bmatrix} A_K(\rho) & B_K(\rho) \\ C_K(\rho) & D_K(\rho) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^N \mu_i(\rho) \begin{bmatrix} A_{Ki} & B_{Ki} \\ C_{Ki} & D_{Ki} \end{bmatrix},$$

$\begin{bmatrix} A_{Ki} & B_{Ki} \\ C_{Ki} & D_{Ki} \end{bmatrix}$  为多胞控制器的顶点。

下面定理将证明这种设计的可行性。

**定理 2** 对系统(8),设计如式(10)的输出反馈控制器,如果存在正定矩阵  $X > 0$ , 使得顶点控制器

$$\begin{bmatrix} A_{Ki} & B_{Ki} \\ C_{Ki} & D_{Ki} \end{bmatrix}$$

满足

$$M_D(A_{cli}, X) < 0,$$

$$B_{[A_{cli}, B_{cli}, C_{cli}, D_{cli}]}^o(X, \gamma) < 0, i = 1, \dots, N,$$

那么设计的多胞输出反馈控制器(10)将保证在变参数  $\rho$  的整个范围内闭环系统都具有二次 D-稳定,同时保证外部干扰  $w(t)$  到性能指标  $z(t)$  之间具有二次  $H_\infty$  性能  $\gamma$ 。

**证** 控制器(10)代入系统(8)以后,设  $x_{cl} = [x \ x_K]^T$ , 得到闭环系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_{cl} = A_{cl}(\rho)x_{cl} + B_{cl}(\rho)w, \\ z = C_{cl}(\rho)x_{cl} + D_{cl}(\rho)w. \end{cases} \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} A_{cl}(\rho) &= \begin{bmatrix} A(\rho) + B_2 D_K(\rho) C_2 & B_2 C_K(\rho) \\ B_K(\rho) C_2 & A_K(\rho) \end{bmatrix} = \\ &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\rho) \begin{bmatrix} A_i + B_2 D_{Ki} C_2 & B_2 C_{Ki} \\ B_{Ki} C_2 & A_{Ki} \end{bmatrix} = \\ &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\rho) A_{cli}, \\ B_{cl}(\rho) &= \begin{bmatrix} B_1 + B_2 D_K(\rho) D_{21} \\ B_K(\rho) D_{21} \end{bmatrix} = \\ &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\rho) \begin{bmatrix} B_1 + B_2 D_{Ki} D_{21} \\ B_{Ki} D_{21} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^N \mu_i(\rho) B_{cli}, \\ C_{cl}(\rho) &= [C_1 + D_{12} D_K(\rho) C_2 \quad D_{12} C_K(\rho)] = \\ &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\rho) [C_1 + D_{12} D_{Ki} C_2 \quad D_{12} C_{Ki}] = \\ &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\rho) C_{cli}, \\ D_{cl}(\rho) &= D_{12} D_K(\rho) D_{21} = \\ &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\rho) D_{12} D_{Ki} D_{21} = \sum_{i=1}^N \mu_i(\rho) D_{cli}. \end{aligned}$$

可见,闭环系统同样具有多胞结构,根据定理1的顶点特性,对具有多胞结构的线性变参数系统(8),只要闭环系统各顶点满足  $M_D(A_{cli}, X) < 0$ ,  $B_{[A_{cli}, B_{cli}, C_{cli}, D_{cli}]}^o(X, \gamma) < 0, i = 1, \dots, N$ , 多胞输出反馈控制器(10)就可保证闭环系统在变参数  $\rho$  的整个范围内都具有二次 D-稳定,同时外部干扰  $w(t)$  到性能指标  $z(t)$  之间具有二次  $H_\infty$  性能  $\gamma$ 。

**注** 定理2表明多胞输出反馈控制器设计关键在于求解—正定矩阵  $X > 0$  和各顶点控制器  $\begin{bmatrix} A_{Ki} & B_{Ki} \\ C_{Ki} & D_{Ki} \end{bmatrix}$ , 本文利用线性矩阵不等式(LMI)技术来进行求解。

图1为多胞输出反馈控制器的设计原理。

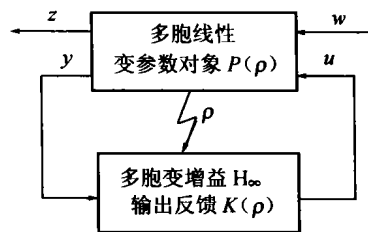


图1 多胞输出反馈控制器设计原理

Fig. 1 Design principle of polytopic output feedback controller

### 3.3 顶点控制器设计(Vertex controller design)

由多胞线性变参数系统(8),顶点处的 LTI 系统为:

$$\begin{cases} \dot{x} = A_i x + B_1 w + B_2 u, \\ z = C_1 x + D_{12} u, \\ y = C_2 x + D_{21} w, \end{cases} \quad i = 1, \dots, N. \quad (12)$$

为了取得满意的动态性能,本文要求闭环极点配置到图2的区域  $S(\alpha, r, \theta)$  内,以保证最小衰减率  $\alpha$ , 最小阻尼  $\xi = \cos \theta$  和最大无阻尼自然频率  $\omega_d = r \sin \theta$  在一定的范围内,由定义1区域  $S(\alpha, r, \theta)$  为 LMI 区域。

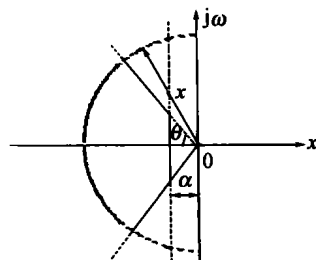


图2 闭环极点配置区域  $S(\alpha, r, \theta)$

Fig. 2 Pole-placement region  $S(\alpha, r, \theta)$

**定理 3** 定理2所求解的顶点控制器存在的充要条件为对顶点 LTI 系统(12),给定  $\gamma > 0$ , 存在正定对称矩阵  $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $S \in \mathbb{R}^{n \times n}$  以及矩阵  $\hat{A}_{Ki}$ ,  $\hat{B}_{Ki}$ ,  $\hat{C}_{Ki}$ ,  $\hat{D}_{Ki}$ , 下列 LMIs

$$\begin{bmatrix} R & I_{n \times n} \\ I_{n \times n} & S \end{bmatrix} > 0, \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} A_i R + B_2 \hat{C}_{Ki} + R A_i^T + \hat{C}_{Ki}^T B_2^T & A_i + B_2 C_{Ki} C_2 + \hat{A}_{Ki}^T \\ \hat{A}_{Ki} + A_i^T + C_2^T D_{Ki}^T B_2^T & S A_i + \hat{B}_{Ki} C_2 + A_i^T S + C_2^T \hat{B}_{Ki}^T \end{bmatrix} < -2\alpha \begin{bmatrix} R & I_{n \times n} \\ I_{n \times n} & S \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} -rR & -rI & A_i R + B_2 \hat{C}_{Ki} & A_i + B_2 D_{Ki} C_2 \\ -rI & -rS & \hat{A}_{Ki} & S A_i + \hat{B}_{Ki} C_2 \\ R A_i^T + \hat{C}_{Ki}^T B_2^T & \hat{A}_{Ki}^T & -rR & -rI \\ A_i^T + C_2^T D_{Ki}^T B_2^T & A_i^T S + C_2^T \hat{B}_{Ki}^T & -rI & -rS \end{bmatrix} < 0, \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \sin \theta \cdot (\Phi_i + \Phi_i^T) & \cos \theta \cdot (\Phi_i - \Phi_i^T) \\ \cos \theta \cdot (\Phi_i + \Phi_i^T) & \sin \theta \cdot (\Phi_i - \Phi_i^T) \end{bmatrix} < 0, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} A_i R + R A_i^T + B_2 \hat{C}_{Ki} + \hat{C}_{Ki}^T B_2^T & * & * & * \\ \hat{A}_{Ki} + A_i^T + C_2^T D_{Ki}^T B_2^T & A_i^T S + S A_i + \hat{B}_{Ki} C_2 C_2^T \hat{B}_{Ki}^T & * & * \\ B_1^T + D_{21}^T D_{Ki}^T B_2^T & B_1^T S + D_{21}^T B_{Ki}^T & -\gamma I & * \\ C_1 R + D_{12} \hat{C}_{Ki} & C_1 + D_{12} D_{Ki} C_2 & D_{11} + D_{12} D_{Ki} D_{21} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

可行,其中  $i = 1, \dots, N$ ,

$$\Phi_i = \begin{bmatrix} A_i R + B_2 \hat{C}_{Ki} & A_i + B_2 D_{Ki} C_2 \\ \hat{A}_{Ki} & S A_i + \hat{B}_{Ki} C_2 \end{bmatrix},$$

\* 表示矩阵中相应元素的对称项. 如果  $(R^*, S^*, \hat{A}_{Ki}^*, \hat{B}_{Ki}^*, \hat{C}_{Ki}^*, D_{Ki}^*, i = 1, \dots, N)$  是上述 LMI 的一个可行解,则按下述两步构造的动态输出反馈控制器为定理 2 所求解的顶点控制器.

1) 利用 Matlab SVD 函数对  $I - R^* S^*$  进行因式分解获得可逆方阵  $M, N$ ,使得  $MN^T = I - R^* S^*$ ;

2) 按先后顺序计算  $D_{Ki}, C_{Ki}, B_{Ki}, A_{Ki}$ :

$$\begin{cases} D_{Ki} = D_{Ki}^*, \\ C_{Ki} = (\hat{C}_{Ki} - D_{Ki} C_2 R) M^{-T}, \\ B_{Ki} = N^{-1}(\hat{B}_{Ki} - S B_2 D_{Ki}), \\ A_{Ki} = N^{-1}[\hat{A}_{Ki} - N B_{Ki} C_2 R - S B_2 C_{Ki} M^T - \\ \quad S(A_i + B_2 D_{Ki} C_2) R] M^{-T}, \\ i = 1, \dots, N. \end{cases} \quad (18)$$

证 对顶点 LTI 系统(12),从干扰  $w(t)$  到输出  $Z(t)$  的传函数为  $T_{wz}(s)$ ,其闭环实现设为  $(A_{cli}, B_{cli}, C_{cli}, D_{cli})$ .由定义 2 和定理 2,要保证在变参数  $\rho$  的整个范围内闭环系统(11)在图 2 所示的区域  $S(\alpha, r, \theta)$  内具有二次 D-稳定,只需存在  $X_D > 0$ ,保证闭环胞体各顶点满足  $M_D(A_{cli}, X_D) < 0, i = 1, \dots, N$  即可,所以对图 2 所示的极点配置区域  $S(\alpha, r, \theta)$ ,根据  $M_D(A, X)$  与  $f_D(z)$  之间的关系,可得到下列满足闭环二次 D-稳定要求的 LMIs:

$$A_{cli} X_D + X_D A_{cli}^T + 2\alpha X_D < 0, \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} -rX_D & A_{cli} X_D \\ X_D A_{cli}^T & -rX_D \end{bmatrix} < 0, \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} \sin \theta (A_{cli} X_D + X_D A_{cli}^T) & \cos \theta (A_{cli} X_D - X_D A_{cli}^T) \\ \cos \theta (X_D A_{cli}^T - A_{cli} X_D) & \sin \theta (A_{cli} X_D + X_D A_{cli}^T) \end{bmatrix} < 0. \quad (21)$$

同时,由定义 3 和定理 2,要保证在变参数  $\rho$  的整个范围内干扰  $w(t)$  到性能指标  $Z(t)$  之间具有闭环二次  $H_\infty$  性能  $\gamma$ ,只需要存在  $X_\infty > 0$ ,保证闭环胞体各顶点满足  $B_{[A_{cli}^*, B_{cli}^*, C_{cli}^*, D_{cli}^*]}(X_\infty, \gamma) < 0, i = 1, \dots, N$ ,即满足 LMI:

$$\begin{bmatrix} A_{cli} X_\infty + X_\infty A_{cli}^T & B_{cli} & X_\infty C_{cli}^T \\ B_{cli}^T & -\gamma I & D_{cli}^T \\ C_{cli} X_\infty & D_{cli} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0. \quad (22)$$

因此需要寻找  $X = X_D = X_\infty > 0$  和顶点输出反馈控制器

$$\begin{bmatrix} A_{Ki} & B_{Ki} \\ C_{Ki} & D_{Ki} \end{bmatrix}$$

以满足式(19)~(22).由式(11), $T_{wz}(s)$  的闭环实现  $(A_{cli}, B_{cli}, C_{cli}, D_{cli})$  为:

$$\begin{cases} A_{cli} = \begin{bmatrix} A_i + B_2 D_{Ki} C_2 & B_2 C_{Ki} \\ B_{Ki} C_2 & A_{Ki} \end{bmatrix}, \\ B_{cli} = \begin{bmatrix} B_1 + B_2 D_{Ki} D_{21} \\ B_{Ki} D_{21} \end{bmatrix}, \\ C_{cli} = [C_1 + D_{12} D_{Ki} C_2 \quad D_{12} C_{Ki}], \\ D_{cli} = D_{12} D_{Ki} D_{21}. \end{cases} \quad (23)$$

对于多目标输出反馈综合,为了消除非线性,必

须对控制器变量 ( $A_{Ki}, B_{Ki}, C_{Ki}$ ) 进行合适的变化,其基本思想为:对  $X$  及其逆进行分块,即

$$X = \begin{bmatrix} R & M \\ M^T & U \end{bmatrix}, X^{-1} = \begin{bmatrix} S & N \\ N^T & V \end{bmatrix}. \quad (24)$$

其中  $R \in \mathbb{R}^{n \times n}, S \in \mathbb{R}^{n \times n}, M, N$  为可逆方阵且满足  $MN^T = I - RS$ .

定义新的控制器变量为

$$\begin{cases} \hat{C}_{Ki} = C_{Ki}M^T + D_{Ki}C_2R, \\ \hat{B}_{Ki} = NB_{Ki} + SB_2D_{Ki}, \\ \hat{A}_{Ki} = NA_{Ki}M^T + NB_{Ki}C_2R + SB_2C_{Ki}M^T + \\ S(A_i + B_2D_{Ki}C_2)R. \end{cases} \quad (25)$$

控制器变量经过上述变化以后,就可利用新的变量来进行多目标输出反馈综合.

必要性.对顶点 LTI 系统(12),假设存在  $X > 0$  以及全阶顶点输出反馈控制器

$$\begin{bmatrix} A_{Ki} & B_{Ki} \\ C_{Ki} & D_{Ki} \end{bmatrix}$$

使得闭环极点配置在图 2 所示的区域  $S(\alpha, r, \theta)$  内同时系统又具有闭环  $H_\infty$  性能  $\|T_{wzi}\|_\infty < \gamma$ ,即满足式(19)~(22).按照式(24)对  $X$  进行分块,容易验证  $X$  满足下列等式.

$$XT_2 = T_1. \quad (26)$$

其中

$$T_1 = \begin{bmatrix} R & I \\ M^T & 0 \end{bmatrix}, T_2 = \begin{bmatrix} I & S \\ 0 & N^T \end{bmatrix}.$$

对不等式  $X > 0$  左乘  $T_2^T$  右乘  $T_2$ , 利用式(26), 得到

$$T_2^T T_1 = \begin{bmatrix} R & I \\ I & S \end{bmatrix} > 0,$$

即为式(13).对式(19)左乘  $T_2^T$  右乘  $T_2$ , 结合  $T_{wzi}(s)$  的闭环实现式(23), 同时进行控制器变量变化式(25), 可得式(14). 对式(20)、(21) 分别左乘  $\text{diag}(T_2^T, T_2^T)$  右乘  $\text{diag}(T_2, T_2)$ , 结合  $T_{wzi}(s)$  的闭环实现式(23), 同时进行控制器变量变化式(25), 可得式(15)、(16). 对式(22) 左乘  $\text{diag}(T_2^T, I, I)$  右乘  $\text{diag}(T_2, I, I)$ , 结合  $T_{wzi}(s)$  的闭环实现式(23), 同时进行控制器变量变化式(25), 可得式(17).

充分性.假设正定对称矩阵  $R \in \mathbb{R}^{n \times n}, S \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , 以及矩阵  $\hat{A}_{Ki}, \hat{B}_{Ki}, \hat{C}_{Ki}, D_{Ki}$  满足式(13)~(17). 式(13) 保证  $I - RS$  可逆并可分解为  $I - RS = MN^T$ , 其中  $M, N$  为可逆方阵.从而式(26) 中的  $T_2$  也是可逆方阵.定义  $X = T_1 T_2^{-1}$ , 设  $A_{Ki}, B_{Ki}, C_{Ki}$  是式

(25) 的唯一解, 考虑全阶动态输出反馈控制器

$$\begin{bmatrix} A_{Ki} & B_{Ki} \\ C_{Ki} & D_{Ki} \end{bmatrix},$$

从必要性证明过程中可以看出, 式(14)~(17) 是  $X > 0$ , 式(19)~(22) 通过关于  $T_2$  的相似变换得到的, 因为  $T_2$  是可逆的, 所以通过反相似变换可推出定义的  $X$  和求得的全阶动态输出反馈控制

器  $\begin{bmatrix} A_{Ki} & B_{Ki} \\ C_{Ki} & D_{Ki} \end{bmatrix}$ , 满足使闭环极点配置在图 2 所示的区域  $S(\alpha, r, \theta)$  内同时系统又具有闭环  $H_\infty$  性能  $\|T_{wzi}\|_\infty < \gamma$ .

因此, 只要 LMIs(13)~(17) 可行, 则必然存在满足定理 2 所要求的顶点控制器, 设  $(R^*, S^*, \hat{A}_{Ki}^*, \hat{B}_{Ki}^*, \hat{C}_{Ki}^*, D_{Ki}^*, i = 1, \dots, N)$  是 LMIs(13)~(17) 的一个可行解, 那么由式(25) 可以得到满足定理 2 所要求的各个具体的顶点控制器, 即式(18). 证毕.

综合控制如图 3 所示.

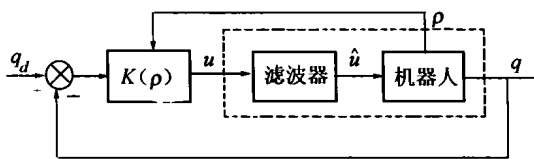


图 3 闭环控制结构图

Fig. 3 Block diagram of closed-loop control

#### 4 实验研究 (Experiment research)

实验对象为自行研制的平面两关节直接驱动机器人, 其动力学方程为<sup>[8]</sup>:

$$\begin{bmatrix} a & b \cos(\theta_2 - \theta_1) \\ b \cos(\theta_2 - \theta_1) & c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -b\dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \\ -b\dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

其中

$$\begin{aligned} a &= 5.6794 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \quad b = 1.4730 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \\ c &= 1.7985 \text{ kg} \cdot \text{m}^2. \end{aligned}$$

式(27) 在平衡点  $X_e = (\theta_{1e} \quad \theta_{2e} \quad \dot{\theta}_{1e} \quad \dot{\theta}_{2e})^T = (\theta_{1e} \quad \theta_{2e} \quad 0 \quad 0)^T, \tau_e = (0 \quad 0)^T$  经雅可比线性化, 并考虑到  $ac \gg b^2$  以后, 可得状态方程:

$$\dot{x} = Ax + Bu. \quad (28)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{a} & -\frac{b}{ac} \cos(\theta_{2e} - \theta_{1e}) \\ -\frac{b}{ac} \cos(\theta_{2e} - \theta_{1e}) & \frac{1}{c} \end{bmatrix},$$

$$\dot{x} = (\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2)^T,$$

$$\hat{u} = (\hat{\tau}_1 \quad \hat{\tau}_2)^T, \quad \hat{\theta}_1 = \theta_1 - \theta_{1e},$$

$$\hat{\theta}_2 = \theta_2 - \theta_{2e}, \quad \hat{\theta}_1 = \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{1e} = \dot{\theta}_1,$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_{2e} = \dot{\theta}_2,$$

$$\hat{\tau}_1 = \tau_1 - \tau_{1e} = \tau_1, \quad \hat{\tau}_2 = \tau_2 - \tau_{2e} = \tau_2.$$

引入一阶滤波器(6),其中系数矩阵分别为

$$A_u = \text{diag} \{-h, -h\},$$

$$B_u = \text{diag} \{d_1, d_2\},$$

$$C_u = \text{diag} \{l, l\},$$

$h, d_1, d_2, l$  为滤波器设计参数. 定义  $x = [x \quad x_u]^T$ .

结合式(28)和(6),增广对象可表示为

$$\dot{x} = \bar{A}x + \bar{B}u. \quad (29)$$

其中

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{l}{a} & -\frac{bl}{ac} \cos(\theta_{2e} - \theta_{1e}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{bl}{ac} \cos(\theta_{2e} - \theta_{1e}) & \frac{l}{c} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -h \end{bmatrix},$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix}.$$

设  $\rho = -\frac{bl}{ac} \cos(\theta_{2e} - \theta_{1e})$ ,  $\theta_{2e} - \theta_{1e} \in [-\pi, 0]$ , 则

$$\rho \in [\rho_{\min}, \rho_{\max}] = [-\frac{bl}{ac}, \frac{bl}{ac}],$$

因为

$$\frac{\rho_{\max} - \rho}{\rho_{\max} - \rho_{\min}} + \frac{\rho - \rho_{\min}}{\rho_{\max} - \rho_{\min}} = 1,$$

所以设

$$\mu_1(\rho) = \frac{\rho_{\max} - \rho}{\rho_{\max} - \rho_{\min}}, \quad \mu_2(\rho) = \frac{\rho - \rho_{\min}}{\rho_{\max} - \rho_{\min}},$$

经凸分解,增广对象式(29)可用多胞表示为

$$\dot{x} = \left\{ \sum_{i=1}^2 \mu_i(\rho) A_i \right\} x + \bar{B}u, \quad (30)$$

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{a} & \rho_{\min} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_{\min} & \frac{1}{c} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -h \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{a} & \rho_{\max} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_{\max} & \frac{1}{c} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -h \end{bmatrix},$$

容易验证,  $\mu_1(\rho), \mu_2(\rho)$  为多胞坐标,即满足

$$\mu_1(\rho) > 0, \quad \mu_2(\rho) > 0, \quad \mu_1(\rho) + \mu_2(\rho) = 1.$$

系统输出  $y(t)$  为机器人关节位置,考虑了干扰项  $w(t)$  和性能指标  $Z(t)$ , 结合式(30)以后,可得到如式(8)的多胞线性变参数系统,其中

$$A(\rho) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(\rho) A_i, \quad B_2 = \bar{B},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{q_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{q_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{q_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{q_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \sqrt{q_5} & 0 \\ 0 & \sqrt{q_6} \end{bmatrix},$$

$q_i \geq 0 (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$  为加权系数.

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

按照第3节为平面两关节直接驱动机器人设计保证

闭环系统在变参数  $\rho$  的整个范围内都具有二次 D-稳定,同时外部干扰  $w(t)$  到性能指标  $Z(t)$  之间具有二次  $H_\infty$  性能  $\gamma$  的多胞变增益输出反馈控制器 (10),其中  $N = 2$ ,即

$$\begin{bmatrix} A_K(\rho) & B_K(\rho) \\ C_K(\rho) & D_K(\rho) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^2 \mu_i(\rho) \begin{bmatrix} A_{Ki} & B_{Ki} \\ C_{Ki} & D_{Ki} \end{bmatrix},$$

$\begin{bmatrix} A_{Ki} & B_{Ki} \\ C_{Ki} & D_{Ki} \end{bmatrix}$  为多胞输出反馈控制器的顶点. 实验中

滤波器参数选择为  $h = 20, d_1 = 1, d_2 = 1, l = 20$ , 取性能指标  $Z(t)$  中的加权系数分别为:  $q_1 = 2.25, q_2 = 9, q_3 = 1, q_4 = 16, q_5 = 1.44, q_6 = 1.44$ . 要求系统闭环极点配置在  $\alpha = 1, r = 15, \theta = \pi/4$  的区域内,利用 Matlab LMI Control Toolbox<sup>[9]</sup>,对定理 3 中的 LMIs 利用 `min cx` 命令进行优化,得到最优  $\gamma = 3.0248$ ,并可设计出胞体顶点动态输出反馈控制器

$$\begin{bmatrix} A_{K1} & B_{K1} \\ C_{K1} & D_{K1} \end{bmatrix} \text{ 和 } \begin{bmatrix} A_{K2} & B_{K2} \\ C_{K2} & D_{K2} \end{bmatrix}.$$

与各项点相应的闭环极点均为

$$\left\{ \begin{array}{l} -11.0427 \pm 9.5226i, -11.0427 \pm 9.5226i, \\ -13.6655 \pm 4.2361i, -13.6655 \pm 4.2361i, \\ -2.1414 \pm 0.9657i, -2.1414 \pm 0.9657i \end{array} \right\}.$$

可见,所求得的控制器不仅满足极点配置要求,同时因优化的  $\gamma$  值较小而具有良好的  $H_\infty$  性能.在设计完胞体各顶点满足要求的控制器以后,就可得到满足定理 2 要求的多胞输出反馈  $H_\infty$  控制器 (10).图 4 为此控制器的设计原理图.

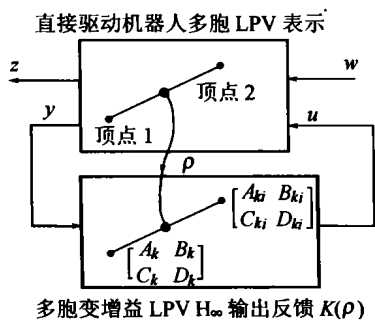


图 4 直接驱动机器人多胞输出反馈控制器设计原理

Fig. 4 Design principle of polytopic output feedback controller for direct driving robot

实验中让机器人末端跟踪一汽车挡风玻璃的平面展开轨线,该轨线包括圆弧、直线和样条三种线型,因此包含了平面玻璃切割的所有线型,规划方法采用文[8]的力矩受限下的尽限规划方案,轨线最大规划速度为  $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . 在本文设计的多胞变增益输出反馈  $H_\infty$  控制器作用下,关节控制误差如图 5(虚

线表示传统变增益 PID 控制;实线表示多胞变增益输出反馈  $H_\infty$  控制),同时实验了传统变增益 PID 控制.图 5 表明,在传统变增益 PID 控制器作用下,关节 1、2 的最大误差都分别为  $0.12^\circ$  和  $0.08^\circ$ ,同时存在明显的微振,而在多胞变增益输出反馈  $H_\infty$  控制器作用下,关节 1、2 的最大误差只有  $0.045^\circ$  和  $0.035^\circ$ ,同时消除了微振现象,所以取得了更好的控制效果.

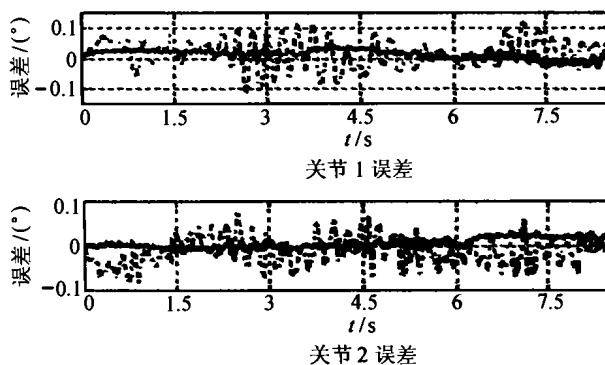


图 5 实验结果

Fig. 5 Experiment result

## 5 结论(Conclusion)

本文基于 LMI 方法设计了一种机器人多胞变增益输出反馈  $H_\infty$  控制器,该控制器只需要机器人的关节位置反馈,而不需要关节速度反馈,因此更具有实际意义.通过引入多胞技术,将整个控制器设计转化为对胞体顶点控制器的设计,克服了传统变增益控制器计算量大、只适合系统状态变化缓慢对象以及缺乏在变参数整个范围内系统稳定和性能的理论保证的缺陷.通过结合  $H_\infty$  目标和极点配置目标,使得设计的控制器不仅具有干扰衰减、鲁棒稳定的特性,而且阻止了快速的控制器动态,有利于其数字实现.实验利用汽车挡风玻璃平面展开轨线的跟踪通过传统变增益 PID 控制性能比较证实了本文设计的多胞变增益输出反馈  $H_\infty$  控制器的先进性和有效性.

## 参考文献(References):

- [1] SHUMMA J S, ATHANS M. Analysis of nonlinear gain scheduled control systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1990, 35 (8): 898 - 907.
- [2] SHAMMA J S, ATHANS M. Gain scheduling: potential hazards and possible remedies [J]. *IEEE Control System Magazine*, 1992, 12 (3): 101 - 107.

(下转第 937 页)



## 5 结论(Conclusion)

从仿真结果可以看出,当交通量小于 1296 (PCU/h)时,采用新方法基本没有排队现象;而采用定时控制方法,当交通量大于 1008 (PCU/h)时开始发生排队现象;当交通量大于 1368 (PCU/h)时,定时控制方法会产生堵塞,此时新方法仍可以疏导交通。当交通量大于 1512 (PCU/h)时,任何控制方法都无能为力,交通堵塞现象已不可避免。上述结果表明:新方法具有较好的控制效果。

## 参考文献(References):

- [1] 刘智勇,朱劲,李秀平等.单交叉口的多相位模糊控制[J].信息与控制,1999,28(6):453-458.  
(LIU Zhiyong, ZHU Jin, LI Xiuping, et al. A multi-phase fuzzy control method for the single intersection [J]. *Information and Control*, 1999, 28(6):453-458.)
- [2] 刘智勇,尹征琦,朱劲,等.基于模糊控制的多功能交通控制系统[J].中国公路学报,1999,19(2):84-89.  
(LIU Zhiyong, YIN Zhengqi, ZHU Jin, et al. A multifunctional traffic control system based on fuzzy control [J]. *China J of Highway and Transport*, 1999, 19(2):84-89.)
- [3] 徐冬玲,方建安,邵世煌.交通系统的模糊控制及其神经网络实现[J].信息与控制,1992,21(2):74-78.  
(XU Dongling, FANG Jian'an, SHAO Shihuang. Fuzzy controller of traffic systems and its neural network implementation [J]. *Information and Control*, 1992, 21(2):74-78.)
- [4] 段里仁.道路交通自动控制[M].北京:中国人民大学出版社,1991.  
(DUAN Liren. *Automatic Control for Road Traffic* [M]. Beijing: China Renmin University Press, 1991.)
- [5] 荆便顺.道路交通控制工程[M].北京:人民交通出版社,1995.  
(JING Bianshun. *Road Traffic Control Engineering* [M]. Beijing: China Communications Press, 1995.)
- [6] 乐寿长.道路交通控制工程[M].长沙:湖南科学技术出版社,1995.  
(LE Shouchang. *Road Traffic Control Engineering* [M]. Changsha: Hunan Science & Technology Press, 1995.)
- [7] HENRY J J, FARGES J L, GALLEGOS J L. Neuro-fuzzy techniques for traffic control [J]. *Control Engineering Practice*, 1998, 6(6): 755-761.
- [8] MOHAMED B T, MOHAMED S K, MURALI A. A two-stage fuzzy logic controller for traffic signals [J]. *Transportation Research Part C*, 1999, 7(6):353-367.
- [9] VINCE P. Real-time remedy [J]. *Traffic Technology Int*, 2001, 7(6):61-63.
- [10] 舒迪前.预测控制系统及其应用[M].北京:机械工业出版社,1996.  
(SHU Diqian. *Predictive Control System and Its Appliances* [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 1996.)

## 作者简介:

刘智勇 (1961—),男,博士,教授。分别于1983年、1986年、1989年在西安交通大学获学士、硕士、博士学位。研究领域为大系统理论,智能控制,智能交通。E-mail: zliu@wyu.edu.cn;

李水友 (1978—),男,硕士生。研究领域为智能控制,城市交通控制系统。

## (上接第932页)

- [3] JIANG J. Optimal gain scheduling controller for a diesel engine [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 1994, 14(4):42-48.
- [4] APKARIAN P, ADAMS R J. Advanced gain-scheduling techniques for uncertain systems [J]. *IEEE Trans on Control System Technology*, 1997, 6(1):21-32.
- [5] PACKARD A. Gain scheduling via linear fractional transformations [J]. *Systems and Control Letters*, 1994, 22:79-92.
- [6] APKARIAN P, GAHINET P, BECKER G. Self-scheduled  $H_\infty$  control of linear parameter-varying systems: a design example [J]. *Automatica*, 1995, 31(9):1251-1261.
- [7] CHILALI M, GAHINET P.  $H_\infty$  design with pole placement constraints: an LMI approach [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(3):358-367.
- [8] YU Zhongwei. *Planning and control for direct driving robot* [D]. Shanghai: Tongji University, 1999.
- [9] GAHINET P, ARKADII N, LAIB A J, et al. The LMI control toolbox [A]. *Proc of 33th Conf on Decision and Control* [C]. Lake Buena Vista, FL, 1994:2038-2041.

## 作者简介:

虞忠伟 (1973—),男,1999年于同济大学电气工程系获硕士学位,2002年于同济大学信息与控制工程系获博士学位。主要研究方向为机器人变增益鲁棒控制,学习控制;

陈辉堂 (1933—),男,1953年毕业于上海交通大学,1956年研究生毕业于上海交通大学工业企业电气化专业,现为同济大学信息与控制工程系教授,博士生导师。研究方向为机器人控制与智能控制。