

不确定系统离散变结构控制及在位置伺服系统中的应用

宋立忠, 陈少昌, 姚琼荃

(海军工程大学 电气工程系, 湖北 武汉 430033)

摘要: 研究有界不确定离散时间系统的变结构控制设计问题. 对利用传统离散趋近律设计变结构控制器时出现的稳态抖振现象进行分析, 提出一种能有效减弱抖振的控制策略, 并将研究结果用于设计某位置伺服系统变结构控制器. 理论分析及仿真结果表明, 所设计的控制器可以有效减弱抖振, 并使伺服系统具有良好的跟踪能力和很强的鲁棒性.

关键词: 离散变结构控制; 趋近律; 抖振; 位置伺服系统

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Discrete variable structure control for uncertain systems and its application to position servo system

SONG Li-zhong, CHEN Shao-chang, YAO Qiong-hui

(Department of Electrical Engineering, Naval University of Engineering, Hubei Wuhan 430033, China)

Abstract: The design of variable structure control using the reaching law approach for uncertain discrete time systems was discussed. The reason for system chattering of conventional reaching law was studied and a new control strategy with perfect performance was proposed. The new method was applied to a position servo system. Theoretical analysis and simulation results showed that the controller designed can weaken the chattering effectively and provide the servo system with perfect tracking ability and strong robustness.

Key words: discrete variable structure control; reaching law; chattering; position servo system

1 引言(Introduction)

变结构系统中的滑动模态对满足一定条件的外部干扰及系统参数摄动具有不变性, 因而受到世界范围的重视, 取得了丰硕的研究成果. 但已有的研究大都是针对连续系统, 随着计算机技术在控制领域的广泛应用, 有必要对离散变结构控制理论进行深入研究.

对离散时间系统建立变结构控制, 目前比较通行且较为简单的方法是离散趋近律方法^[1]. 但传统的离散趋近律存在稳态抖振的缺点, 系统状态最终只能稳定于原点邻域的某个抖动, 而不能期待原点的稳定性^[2-4]. 本文对存在有界不确定性时系统抖振原因进行分析, 提出对传统离散趋近律施加一约束条件的设计方法, 以消除由趋近律参数引起的抖振; 针对不确定性界的影响, 采用将符号函数连续化的方法, 从而较好地消除了抖振. 利用此方法设计的变结构控制器, 可使位置伺服系统具有很强的鲁棒

性和良好的跟踪性能.

2 传统离散趋近律及变结构控制设计^[1] (Conventional discrete reaching law and VSC design)

考虑如下的单输入不确定离散时间系统:

$$x(k+1) = (A + \Delta A)x(k) + bu(k) + f(k). \quad (1)$$

式中 $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}$, A 为 $n \times n$ 矩阵, b 为 n 维列向量且 $(A \ b)$ 可控, ΔA 代表参数不确定性, $f(k)$ 为外部干扰, 并假设不确定部分满足匹配条件. 定义线性切换函数

$$s(x) = cx(k). \quad (2)$$

系数矩阵 c 的选择应满足 $cb \neq 0$ 且保证准滑模运动具有渐近稳定性和良好的动态品质.

取离散趋近律

$$s(k+1) = (1 - \delta T)s(k) - \epsilon T \text{sgn } s(k). \quad (3)$$

式中 T 为采样周期, $\epsilon > 0, \delta > 0$ 且 $\delta T < 1$. 假设不确定部分有界, 即

$$d_1 \leq d(k) = cAx(k) + cf(k) \leq d_u.$$

式中 d_1, d_u 为已知常数, 定义扰动均值 $d_0 = (d_u + d_1)/2$ 与扰动偏差 $\delta_d = (d_u - d_1)/2$, 用 $d_0 + \delta_d \operatorname{sgn}(s(k))$ 代替式(1)中的不确定项, 则由式(1), (2), (3)即可解出变结构控制律:

$$u(k) = -(cb)^{-1} [cAx(k) - s(k) + \delta Ts(k) + \epsilon T \operatorname{sgn}(s(k)) + d_0 + \delta_d \operatorname{sgn}(s(k))]. \quad (4)$$

3 抖振分析(Chattering analysis)

定理 1 在控制律(4)的制约下, 不确定系统(1)的状态轨迹到达并稳定于切换面邻域的某个抖动, 且振幅为 $\frac{2(\epsilon T + \delta_d)}{2 - \delta T}$.

证 在控制律(4)作用下, 切换函数的实际动态为

$$s(k+1) = (1 - \delta T)s(k) - \epsilon T \operatorname{sgn}(s(k)) + d(k) - d_0 - \delta_d \operatorname{sgn}(s(k)). \quad (5)$$

欲使系统状态轨迹能够收敛到切换面 $s(x) = 0$ 上, 切换函数应始终满足条件

$$|s(k+1)| < |s(k)|. \quad (6)$$

将式(5)代入式(6)可解得

$$\begin{cases} -s(k) < (1 - \delta T)s(k) - \epsilon T + d(k) - d_u < s(k), & s(k) > 0, \\ s(k) < (1 - \delta T)s(k) + \epsilon T + d(k) - d_1 < -s(k), & s(k) < 0, \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} s(k) > \frac{\epsilon T + d_u - d(k)}{2 - \delta T}, & s(k) > 0, \\ s(k) < -\frac{\epsilon T + d(k) - d_1}{2 - \delta T}, & s(k) < 0, \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$|s(k)| > \frac{\epsilon T + |\Delta d(k)|}{2 - \delta T} = \Delta'. \quad (7)$$

式中 $\Delta d(k)$ 表示等效干扰 $d(k)$ 与其上界 d_u (当 $s(k) > 0$) 或下界 d_1 (当 $s(k) < 0$) 的差值. 在满足式(7)的情况下, $|s(k)|$ 的值递减; 若出现 $|s(k)| < \Delta'$, 则有 $|s(k+1)| > |s(k)|$, $|s(k)|$ 递增; 即 $|s(k)|$ 的值总是无限趋近于 Δ' , 而一旦有 $|s(k)| = \Delta'$, 则有 $s(k+1) = -s(k)$, 系统即进入抖振的稳定状态. 由式(7)可求出稳态抖振的振幅为

$$|s(k+1) - s(k)| = \left| -\frac{\epsilon T + d_u - d(k)}{2 - \delta T} - \frac{\epsilon T + d(k) - d_1}{2 - \delta T} \right| =$$

$$\frac{2(\epsilon T + \delta_d)}{2 - \delta T} = 2\Delta. \quad (8)$$

证毕.

可见系统抖振原因主要有两个: 一是离散趋近律(3)自身参数存在的问题, 二是不确定性的影响.

4 带约束条件的离散趋近律(Discrete reaching law with additional term)

定义带约束条件的趋近律为如下形式

$$s(k+1) = (1 - \delta T)s(k) - \epsilon(k)T \operatorname{sgn}(s(k)), \quad (9)$$

$$\epsilon(k) = \begin{cases} \epsilon, & |s(k)| > \Delta, \\ 0, & |s(k)| \leq \Delta. \end{cases}$$

由离散趋近律方法可求得变结构控制律

$$u(k) = -(cb)^{-1} [cAx(k) - s(k) + \delta Ts(k) + \epsilon(k)T \operatorname{sgn}(s(k)) + d_0 + \delta_d \operatorname{sgn}(s(k))]. \quad (10)$$

定理 2 在控制律(10)的制约下, 不确定系统(1)的状态轨迹到达并稳定于切换面邻域的某个抖动, 该邻域为

$$\left\{ x \mid |s(x)| \leq \frac{|\Delta d(k)|}{2 - \delta T} \right\},$$

抖振幅值(即准滑模区宽度)为 $2\Delta_d = \frac{2\delta_d}{2 - \delta T}$.

证 比较式(7)与(8)知 $\Delta \geq \Delta'$, 利用与定理 1 完全相似的方法, 易证明上述结论成立. 证毕.

由定理 2 知, 施加约束条件后, 可有效消除由传统离散趋近律自身参数引起的抖振问题, 降低准滑模区宽度. 但由于控制律中 $\delta_d \operatorname{sgn}(s(k))$ 项的存在, 系统依然只能稳定于切换面的某个邻域. 为此, 不妨对式(10)进一步修正, 最后得控制律为

$$u(k) = \begin{cases} -(cb)^{-1} [cAx(k) - (1 - \delta T)s(k) + d_0 + (\epsilon(k)T + \delta_d) \operatorname{sgn}(s(k))], & |s(k)| > \Delta_d, \\ -(cb)^{-1} [cAx(k) - (1 - \delta T)s(k) + d_0 + \frac{s(k)}{|s(k)| + \xi} \delta_d], & |s(k)| \leq \Delta_d. \end{cases} \quad (11)$$

式中 ξ 为一个很小的正数.

5 饱和函数型离散趋近律(Discrete reaching law with saturated function)

边界层法(又称饱和函数法)是连续系统变结构控制设计中抑制抖振最为常用的方法, 将之引入离散变结构控制的设计中, 则有饱和函数型离散趋近律

$$s(k+1) = (1 - \delta T)s(k) - \epsilon T \operatorname{sat}(s(k)), \quad (12)$$

$$\text{sat}(s(k)) = \begin{cases} \text{sgn}(s(k)), & |s(k)| > \Omega, \\ s(k)/\Omega, & |s(k)| \leq \Omega. \end{cases}$$

式中 Ω 为边界层的厚度. 此时不确定系统变结构控制律为

$$u(k) = -(cb)^{-1} [cAx(k) - s(k) + \delta Ts(k) + \epsilon T \text{sat}(s(k)) + d_0 + \delta_d \text{sat}(s(k))]. \quad (13)$$

与定理 1 相似, 可证明当边界层厚度满足 $\Omega > \Delta$ 时, 收敛条件(7)成立, 不会出现抖振.

由上面研究不难发现, 带约束条件的离散趋近律(9)与饱和函数型离散趋近律(12)具有某种相似性, 但前者的边界层厚度要小于后者, 对于不确定系统, 前者为 $\Omega = \delta_d/(2 - \delta T)$, 而后者为 $\Omega > (\epsilon T + \delta_d)/(2 - \delta T)$.

6 应用实例(Application case)

直接写出某直流伺服系统^[5]状态空间模型如下:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{60C_e C_m}{2\pi J_m T_1 R} & -\frac{1}{T_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{K_s C_m}{J_m T_1 R} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} M. \quad (14)$$

$$M = \frac{60C_e C_m}{2\pi J_m T_1 R} \omega_r + \frac{1}{T_1} \dot{\omega}_r + \ddot{\omega}_r + \frac{C_m}{T_1 J_m} I_{fz} + \frac{C_m}{J_m} I_{fz}.$$

式中 $x_1 = \theta_r - \theta$, $x_2 = \dot{x}_1$, $x_3 = \dot{x}_2$, ω, θ 分别为电动机的角速度和角位移, 下标“r”表示给定信号. 对式(14)离散化并采用本文方法设计离散变结构控制器, 当给定幅值为 1 的阶跃角位移信号时, 仿真结果如图 2 所示. 其中图 1(a), (b) 分别为名义参数、所有参数均发生 30% 摄动, 且负载电流 $I_{fz} = 10$ A 两种情况下的实际角位移响应曲线, 图 2(a), (b), (c) 则为存在参数摄动及负载干扰情况下, 分别采用控制律(4)、(11)、(13)时的切换函数响应曲线. 由图 2 可见, 当存在较大参数摄动及负载干扰时, 伺服系统依然具有良好的跟踪性能, 体现了变结构控制鲁棒性强的特点; 本文方法与边界层方法都可以很好地消除抖振, 但本文方法可以更快地稳定于滑模面. 仿真中负载电流处理为阶跃干扰, 仿真参数如下: $K_s = 30$, $T_1 = 6.77$ ms, $R = 1.5$ Ω , $J_m = 0.208$, $C_e = 0.126$, $C_m = 1.2$; $c = [47 \ 12 \ 1]$, $\epsilon = 300$, $\delta = 20$,

$$d_0 = 1, \delta_d = 1, \xi = 0.01, \Omega = 1.1 \Delta.$$

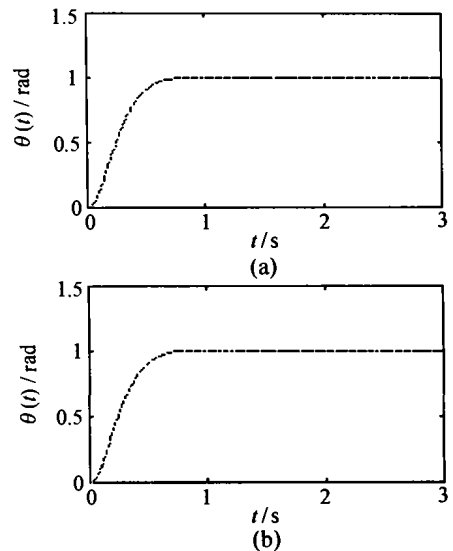


图 1 角位移响应曲线

Fig. 1 Response curves of angular displacement

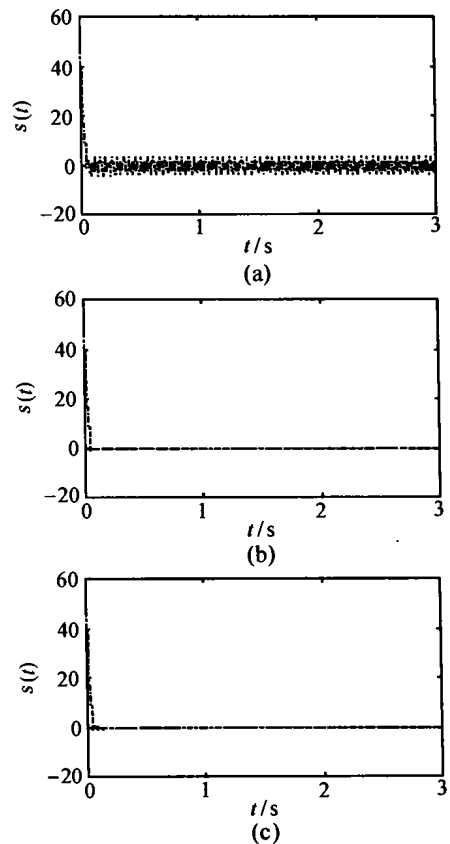


图 2 切换函数响应曲线

Fig. 2 Response curves of switching function

7 结论(Conclusion)

对传统离散趋近律施加一约束条件, 可消除由趋近律参数引起的抖振, 有效降低系统抖振强度. 利用本文方法设计的位置伺服系统离散变结构控制

器,可使伺服系统快速准确地跟踪给定信号,并对系统参数摄动和负载干扰具有很强的鲁棒性。

参考文献(References):

- [1] GAO W B, WANG Y, HOMAIFA A. Discrete-time variable structure control systems [J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 1995, 42(2): 117-122.
- [2] 于双和,傅佩琛,强文义. 不确定离散时间系统的变结构控制[J]. *控制理论与应用*, 2000, 17(1): 85-88.
(YU Shuanghe, FU Peichen, QIANG Wenyi. Uncertain discrete-time variable structure control systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(1): 85-88.)
- [3] 翟长连, 吴智铭. 不确定离散时间系统的变结构控制设计[J]. *自动化学报*, 2000, 26(2): 184-191.
(ZHAI Changlian, WU Zhiming. Variable structure control design for uncertain discrete time systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2000, 26(2): 184-191.)

- [4] 姚琼荃, 宋立忠, 温洪. 离散变结构控制系统的比例-等速-变速控制[J]. *控制与决策*, 2000, 15(3): 329-332.
(YAO Qionghui, SONG Lizhong, WEN Hong. Proportional-constant-variable rate control for discrete-time variable structure systems [J]. *Control & Decision*, 2000, 15(3): 329-332.)
- [5] 焦晓红, 方一鸣, 王洪瑞. 直流伺服系统变趋近律滑模变结构控制器的设计[J]. *电气传动*, 2001, 31(4): 34-36.
(JIAO Xiaohong, FANG Yiming, WANG Hongrui. Design of sliding mode variable structure controller with variable rate reaching law for DC servo system [J]. *Electric Drive*, 2001, 31(4): 34-36.)

作者简介:

宋立忠 (1969—), 男, 博士研究生. 研究方向为电力系统自动化与安全运行, 变结构控制, 智能控制等. E-mail: lizhongsong@sina.com;

陈少昌 (1962—), 男, 博士, 副教授. 研究领域为电力系统自动化, 智能控制, 非线性控制等;

姚琼荃 (1946—), 男, 博士生导师, 教授. 研究领域为数字控制系统, 变结构控制等.

优秀教材谱新篇

——《人工智能及其应用》第三版问世

由蔡自兴教授和徐光祐教授编著的《人工智能及其应用》第三版本科生用书已由清华大学出版社出版并发行. 该书第一版于1987年出版, 是国内率先公开出版的人工智能教材. 1992年在海外出版繁体字版. 1996年出了第二版. 该书已先后印刷了10多次, 共发行10万多册, 居全国同类书籍之冠, 已为国内数百所大学用作教材和教学参考书. 由于该教材的特色和优势, 它曾获1999年度国家教育部科技进步一等奖和2002年国际优秀论文(作品)奖, 并与其他成果一起获2000年中国高校自然科学二等奖和2001年省部级优秀教学成果一等奖.

该书第三版本科生用书共11章. 第一章叙述人工智能概况, 列举出人工智能的研究与应用领域. 第二章和第三章研究传统人工智能的知识表示方法和搜索推理技术. 第四章和第五章初步阐述了计算智能的基本知识, 包含神经计算、模糊计算、进化计算和人工生命诸内容. 第六章至第十章比较详细地讨论了人工智能的主要应用, 包括专家系统、机器学习、自动规划、艾真体(Agent)和自然语言理解等. 第十一章评述近年来关于人工智能的争论, 讨论人工智能对人类经济、社会和文化的影响, 展望人工智能的发展. 与第二版相比, 许多内容都是第一次出现的, 如分布式人工智能与艾真体、计算智能与进化计算以及知识发现和数据挖掘等. 其他章节也在第二版的基础上作了相应的修改、精简或补充.

该书可作为高等院校有关专业高年级学生的人工智能课程教材, 也可供从事人工智能研究与应用的科技工作者学习参考. 研究生教材可使用该书的姊妹篇“研究生用书”. 分别编著出版“本科生用书”和“研究生用书”是一种尝试, 可望能够发挥更好的作用.

中国科学院院士、清华大学信息学院院长李衍达院士为该书第三版作序, 对该书的特点和创新给予充分肯定. 该书第三版还发表了我国工程院首任院长、原全国政协副主席宋健院士1988年2月任国务委员兼国家科委主任时给蔡自兴教授的亲笔信, 对该书给予高度评价. 两院士的序和信, 进一步表明该书实属优秀著作和精品教材.

(魏世勇 孙国荣)