

参数未知的多个操作器的一种自适应控制算法

王永忠¹, 王 红²

(1. 西北工业大学 数学与信息科学系, 陕西 西安 710072; 2. 南开大学 数学科学学院, 天津 300071)

摘要: 在多个操作器的内力与运动的控制中, 内力控制是主要的挑战. 在假设接触模型为点接触的前提下, 讨论了参数未知的多个操作器内力的自适应控制. 先给出多个操作器所成系统具有的一些特性; 其次导出了内力误差与动力学参数间的关系; 最后在条件 PE(persistent-exciting) 不成立的情况下, 给出了一种保证内力收敛于零的复合控制. 由理论证明及仿真实验可知, 本文给出的控制器既使被操作的物体运动轨迹渐进跟踪期望的运动轨迹, 又使作用在物体上的内力渐进跟踪期望的内力.

关键词: 内力; 参数不确定性; 固定点接触; 虚逆

中图分类号: TP24 **文献标识码:** A

Adaptive motion and internal-force control of multi-manipulator

WANG Yong-zhong¹, WANG Hong²

(1. Department of Mathematics and Information Science, Northwestern Polytechnical University, Shaanxi Xi'an, 710072, China;

2. College of Mathematics, Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract: Internal force control is the main challenge in internal/motion control of multiple manipulators. Based on the assumption of point contact model, the internal force adaptive control of multiple manipulators with unknown parameters was addressed. Firstly, some special characters of the complete system formed by multiple manipulators were presented. Secondly, the relationship between the internal force error and dynamical parameters was derived. Finally, a composite adaptive controller to deal with the internal force error was provided when the condition PE(persistent-exciting) was not satisfied. By theoretical prove and simulation, it was shown that the proposed controller could realize simultaneously both the desired position trajectory of the object and desired value of the internal force.

Key words: internal force; uncertain parameters; fixed-point contact; pseudo inverse

1 引言 (Introduction)

操作同一个物体, 多个操作器比单个操作器具有较大的载负能力和较高的灵活性, 因此研究多个操作器的运动协调具有重要的意义. 对多个操作器的运动协调, 研究的主要内容是: 设计合适的控制器使得物体的运动轨迹渐近稳定, 同时使作用在物体上的内力较恰当. 因为内力不恰当, 物体将脱离操作器. 文献[1~3]等在假设系统模型精确的前提下研究了多个操作器的运动协调. 但实际操作中系统的模型不可能是精确的, 例如具有参数不确定性、结构不确定性等. 本文主要讨论参数未知的多个操作器的运动协调. 在假设操作器是 PE(persistent excitations) 的且其末端与物体固结的条件下, 文献[4]给出了一种协调具有参数不确定性的多个操作器运动的自适应控制算法. 但文献[5]指出约束使条件 PE

难以满足从而使力轨迹不能达到渐近稳定. 在条件 PE 不成立时, 文献[5]研究了受约束的单个操作器的控制并给出了一种自适应控制算法. 在条件 PE 不成立时, 本文利用文献[5]的相关理论与方法研究了多个操作器在与物体保持点接触时的运动协调, 并给出了一种既可使物体的运动轨迹渐近稳定, 又可使力轨迹渐近稳定的控制算法. 对同样的操作任务, 点接触不仅比固结接触所需的关节力矩小, 而且具有较大的灵活性.

2 由物体坐标表示的完全系统的动力学方程及具有的一些特性 (Complete system dynamic equation based on body coordinate and its properties)

本文所做的全部研究是以下列条件为前提的:
a) 操作器与物体间保持点接触; b) 操作器的任何位

形非奇异; c) 每个操作器非冗余且其对应的关节均为旋转关节。

为叙述方便, 本文简称由 K 个操作器与物体所成的系统为完全系统。下面给出完全系统的动力学方程。

设第 i 个操作器的动力学方程为

$$M_i(\theta_i)\ddot{\theta}_i + C_i(\theta_i, \dot{\theta}_i)\dot{\theta}_i + g_i(\theta_i) = \tau_i, \quad (2.1)$$

其中: θ_i, τ_i 分别为第 i 个操作器的关节变量、关节力矩; $M_i(\theta_i)$ 为第 i 个操作器的广义惯性矩阵; $C_i(\theta_i, \dot{\theta}_i)$ 包括哥氏力项, $g_i(\theta_i)$ 包括离心力项、有势力项等。

将每个操作器对应的动力学方程加以组合得操作器系的动力学方程

$$M_h(\theta)\ddot{\theta} + C_h(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g_h(\theta) = \tau, \quad (2.2)$$

物体的动力学方程为

$$M_o(x)\ddot{x} + C_o(x, \dot{x})\dot{x} + g_o(x) = 0. \quad (2.3)$$

操作器与物体间的接触约束方程为

$$J_h(\theta, x)\dot{\theta} = G^T(x)\dot{x}, \quad (2.4)$$

则由式(2.2)、(2.3)、(2.4)可得物体坐标表示的完全系统的动力学方程, 即

$$\tau - J_h^T(\theta, x)\{G^+(x)[M_o(x)\ddot{x} + C_o(x, \dot{x})\dot{x} + g_o(x)] + f_1\} = M_r\ddot{x} + C_r\dot{x} + g_r, \quad (2.5)$$

其中

$$M_r = M_h(\theta)J_h^{-1}(\theta, x)G^T(x), \quad g_r = g_h(\theta),$$

$$C_r = M_h(\theta)\frac{d}{dt}[J_h^{-1}(\theta, x)G^T(x)] +$$

$$C_h(\theta, \dot{\theta})J_h^{-1}(\theta, x)G^T(x).$$

f_1 为操作器系作用于物体的内力即 $Gf_1 = 0$, G^+ 为 G 的虚逆。上述结论详见文献[6]。

为便于以后讨论, 将式(2.5)两边同乘 $[J_h^{-1}(\theta, x)G^T(x)]^T$ 变形得

$$F = M\ddot{x} + C\dot{x} + g, \quad (2.6)$$

其中

$$F = G(x)J_h^{-T}(\theta, x)\tau,$$

$$g = G(x)J_h^{-T}(\theta, x)g_r + g_o(x),$$

$$M = G(x)J_h^{-T}(\theta, x)M_r + M_o(x),$$

$$C = G(x)J_h^{-T}(\theta, x)C_r + C_o(x).$$

为便于对系统(2.5)设计控制器及分析控制器作用于此系统所形成的闭环系统的稳定性, 下面给出系统(2.6)具有的一些特性。

定理 1 系统(2.6)具有下述特性: 1) M 正定对称; 2) $C - \frac{1}{2}\dot{M}$ 反对称; 3) 惯性参数可线性化; 4) M, C, g, J_h, G 及其导数关于 $x, \dot{x}, \ddot{x}$ 连续。

说明 结论 1)、2)、4) 的证明参见文献[6]; 利用每个机器人及物体动力学方程具有的惯性参数可线性化的特性(见文献[4]), 可易证结论 3), 故而省略。

3 完全系统中内力、物体运动轨迹的自适应控制(Adaptive body motion and internal controllers for complete system)

在前面讨论的基础上, 本部分讨论当系统(2.5)中的参数未知时, 如何设计一种自适应控制器, 使得系统一致渐近跟踪期望的内力、期望的物体运动轨迹。首先给出两个引理。

引理 1^[7] 设 $e = H(\rho)r$, 其中 $H(\rho)$ 是一严格指数镇定的变换函数, 则当 $r \in L^2$ 时, $e \in L^2 \cap L^\infty$, $\dot{e} \in L^2$, e 连续, 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0$ 。

引理 2^[4] 设 $Q(t): \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^k$ 满足下列条件: 1) $Q(t)$ 一致渐近收敛于零; 2) $Q(t)$ 及 $Q(t)$ 的 $i+1$ 阶导数有界, 则对 $i = 1, \dots, n$ 均有 $\lim_{t \rightarrow \infty} Q(t)^{(i)} = 0$, $Q(t)^{(i)}$ 为 $Q(t)$ 的第 i 阶导数。

记完全系统中物体的实际运动轨迹为 x , 期望的物体运动轨迹为 x_d , 物体运动的参考轨迹为 x_r , $\hat{P}_o, \hat{P}_r$ 分别为物体动力学参数 P_o 、机器人动力学参数 P_r 的估计向量; Λ 为正定对称矩阵; f_{1d} 为期望的内力; $\tilde{e}, \tilde{P}, \tilde{f}_1$ 分别为运动轨迹、惯性参数、内力的误差向量, 并令

$$s = \tilde{e} + \Lambda \tilde{e}, \quad \tilde{x}_r = \dot{x}_d - \Lambda \tilde{e}, \quad \tilde{P}_o = \hat{P}_o - P_o,$$

$$\tilde{P}_r = \hat{P}_r - P_r, \quad \tilde{f}_1 = f_1 - f_{1d}, \quad \tilde{e} = \dot{x} - \dot{x}_d,$$

$$Y = (GJ_h^{-T}Y_r(x, \theta, \dot{x}_r, \ddot{x}_r), Y_o(x, \theta, \dot{x}_r, \ddot{x}_r)).$$

定理 2 对系统(2.5), 设计控制器、参数辨识器如下:

$$\tau = J_h^T(\theta, x)G^+(x)Y_o(x, \dot{x}, \ddot{x}_r, \ddot{x}_r)\hat{P}_o + J_h^T(\theta, x)f_{1d} + Y_r(x, \dot{x}, \ddot{x}_r, \theta)\hat{P}_r - K(GJ_h^{-T})^T s, \quad (3.1)$$

$$\dot{\hat{P}} = -\Gamma^{-1}(GJ_h^{-T}Y_r(x, \dot{x}, \ddot{x}_r, \theta), Y_o(x, \dot{x}, \ddot{x}_r, \theta))^T s. \quad (3.2)$$

其中 Γ 为一正定对角矩阵, 则式(3.1)、(3.2) 作用于系统(2.5) 所形成的闭环系统渐近稳定。

证 将式(3.1) 及 $\dot{x} = s + \dot{x}_r$ 代入式(2.5) 整理得 $(M_r + J_h^T G^+ M_o)s + (C_r + J_h^T G^+ C_o)s + K(GJ_h^{-T})^T s = Y_r(\dot{x}_r, \ddot{x}_r, \dot{x}, x, \theta)\tilde{P}_r + J_h^T G^+ Y_o(\dot{x}_r, \ddot{x}_r, \dot{x}, x, \theta)\tilde{P}_o - J_h^T \tilde{f}_1$ 。

式(3.3) 两边同乘 $[J_h^{-1}(\theta, x)G^T(x)]^T$ 得 $M\dot{s} + Cs + GJ_h^{-T}K(GJ_h^{-T})^T s = Y(\dot{x}_r, \ddot{x}_r, \dot{x}, \theta, x)\tilde{P}$, 于是得

$$\dot{s} = -M^{-1}Cs - M^{-1}GJ_h^{-T}K(GJ_h^{-T})^Ts + M^{-1}Y(\ddot{x}_r, \dot{x}_r, \dot{x}, \theta, x)\tilde{P}. \quad (3.4)$$

令 $V(t) = \frac{1}{2}s^TMs + \frac{1}{2}\tilde{P}^T\Gamma\tilde{P}$, 对 $V(t)$ 求导得

$$\dot{V}(t) = s^T\dot{M}s + \frac{1}{2}s^T\dot{M}s + \tilde{P}^T\Gamma\dot{\tilde{P}}. \quad (3.5)$$

将式(3.2)、(3.4)代入式(3.5), 并根据定理1整理得

$$\dot{V}(t) = -s^TGJ_h^{-T}K(GJ_h^{-T})^Ts \leq 0,$$

所以 $s \in L^2 \cap L^\infty$, $\tilde{P} \in L^\infty$. 而 $s = (\rho I + \Lambda)e = \ddot{x} - \ddot{x}_r$, $(\rho I + \Lambda)^{-1}$ 显然严格镇定, 因此根据引理1有 $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0$, $e \in L^\infty$, $\dot{e} \in L^\infty$, 从而由 $\ddot{x}_r, \dot{x}_r, \dot{x}, \ddot{x}$ 与 e 间的关系知 $\ddot{x}_r, \dot{x}_r, \dot{x}, \ddot{x}$ 均属于 L^∞ . 而式(3.4)右边的函数的变量为 $\ddot{x}_r, \dot{x}_r, \dot{x}, \ddot{x}$, 所以结合定理1结论4)及式(3.4)知 $s \in L^\infty$, 进而得 $\ddot{e} \in L^\infty$.

式(3.4)两边同乘 M 求导整理得

$$\dot{s} = M^{-1}[\frac{d}{dt}(Y(\ddot{x}, \theta, \dot{x}_r, \ddot{x}_r)\tilde{P}) - \dot{M}s - \frac{d}{dt}(GJ_h^{-T}KJ_h^{-1}G^Ts) - Cs - \dot{C}s]. \quad (3.6)$$

仿 $s \in L^\infty$ 的证明由式(3.6)知 $\dot{s} \in L^\infty$, 进而得 $\ddot{e} \in L^\infty$. 根据引理2有当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e, \dot{e}, \ddot{e}$ 均趋于零, 进一步得 $s, \dot{s}$ 趋于零. 证毕.

值得注意的是虽然式(3.1)、(3.2)能使系统(2.5)的运动轨迹渐近稳定, 但不能使系统(2.5)的内力轨迹渐近稳定, 因为由式(3.3)得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{f}_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} J_h^{-T}[Y_r(\ddot{x}_r, \dot{x}_r, \dot{x}, \theta, x)\tilde{P}_r + J_h^TG^+Y_o(\ddot{x}_r, \dot{x}_r, \dot{x}, \theta, x)\tilde{P}_o]. \quad (3.7)$$

在假设条件 PE 成立的情况下, 文献[4]给出了一种使对应系统的内力轨迹渐近稳定的控制算法. 但文献[5]指出 PE 成立的必要条件是操作器的高速运动, 而约束对操作器速度的限制使得 PE 不成立. 同样对多个操作器的协调问题条件 PE 也不能被满足. 为使系统(2.5)的内力轨迹渐近稳定, 对式(3.2)中的参数辨识器校正如下:

$$\dot{\tilde{P}} = -\Gamma^{-1}[Y^Ts - \sigma W^T(\ddot{x}, x, \theta)v]. \quad (3.8)$$

其中: $\sigma > 0$, $\Gamma = \Gamma^T > 0$, $v = -W(\ddot{x}, x, \theta)\tilde{P}$, 而

$$R(\ddot{x}, \dot{x}, \theta, x)\tilde{P} = Y_r(\ddot{x}, \dot{x}, \theta, x)\tilde{P}_r + J_h^TG^+Y_o(\ddot{x}, \dot{x}, \theta, x)\tilde{P}_o, \\ W(\ddot{x}, x, \theta) = \frac{w}{\rho + w}R(\ddot{x}, \dot{x}, \theta, x), \quad w > 0,$$

ρ 为一微分算子.

采用文献[5]的方法可以证明下述定理.

定理3 在条件 PE 不成立时, 由式(3.1)、(3.8)决定的控制器作用于系统(2.5)时, 不仅使系统(2.5)的运动轨迹渐近稳定, 而且使系统(2.5)的内力轨迹渐近稳定.

证 取 $V(t) = \frac{1}{2}s^TMs + \frac{1}{2}\tilde{P}^T\Gamma\tilde{P}$, 采取与定理2中同样的步骤得

$$\dot{V}(t) = -\sigma v^Tv - s^TGJ_h^{-T}K(GJ_h^{-T})^Ts. \quad (3.9)$$

由式(3.9)得 $v \in L^2 \cap L^\infty$, $s \in L^2 \cap L^\infty$, $\tilde{P} \in L^\infty$. 由定理2中的证明知当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e, \dot{e}, \ddot{e}, s, \dot{s}$ 均趋于零. 又由式(3.9)得

$$\dot{V}(t) \leq -\sigma(W\tilde{P})^TW\tilde{P} = -\sigma(R\tilde{P})^TR\tilde{P} \leq 0,$$

所以 $R\tilde{P} \in L^2$, 而 $\frac{w}{\rho + w}$ 严格镇定, 故根据引理1有 $\lim_{t \rightarrow \infty} v = 0$.

因为

$$\dot{v} = -W\dot{\tilde{P}} - \dot{W}\tilde{P} = -\dot{W}\tilde{P} + W\Gamma^{-1}[Y^Ts - \sigma W^Tv],$$

$$W(\ddot{x}, \theta, x) = \frac{w}{\rho + w}R(\ddot{x}, \dot{x}, \theta, x),$$

所以

$$\dot{W} = w(R - W), \quad -\dot{v} = w(R\tilde{P} + v) + W\dot{\tilde{P}},$$

$$-\dot{v} = w[\dot{R}\tilde{P} + \dot{v} + (2R - W)\dot{\tilde{P}}] + W\dot{\tilde{P}},$$

而

$$\dot{R}\tilde{P} = [\tilde{M}_r + J_h^TG^+\tilde{M}_o]\ddot{x} + [\tilde{C}_r + J_h^TG^+\tilde{C}_o]\dot{x} + \frac{d}{dt}[\tilde{C}_r + J_h^TG^+\tilde{C}_o]\dot{x} + \frac{d}{dt}[\tilde{g}_r + J_h^TG^+\tilde{g}_o] + \frac{d}{dt}[\tilde{M}_r + J_h^TG^+\tilde{M}_o]\ddot{x}.$$

由本文开始的假设条件并根据定理2的证明知 $R\tilde{P}$ 有界从而 $\dot{v} \in L^\infty$. 因此根据引理2有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{v} = 0$.

因为 $\lim_{t \rightarrow \infty} v = \lim_{t \rightarrow \infty} s = \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{v} = 0$, 所以 $\lim_{t \rightarrow \infty} R\tilde{P} = 0$.

又因为

$$R\tilde{P} = Y_r(\ddot{x}_r, \dot{x}_r, \dot{x}, \theta, x)\tilde{P}_r + J_h^TG^+Y_o(\ddot{x}_r, \dot{x}_r, \dot{x}, \theta, x)\tilde{P}_o,$$

所以

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [Y_r(\ddot{x}_r, \dot{x}_r, \dot{x}, \theta, x)\tilde{P}_r + J_h^TG^+Y_o(\ddot{x}_r, \dot{x}_r, \dot{x}, \theta, x)\tilde{P}_o] = 0,$$

进而由式(3.7)得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{f}_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} J_h^{-T}[Y_r(\ddot{x}_r, \dot{x}_r, \dot{x}, \theta, x)\tilde{P}_r + J_h^TG^+Y_o(\ddot{x}_r, \dot{x}_r, \dot{x}, \theta, x)\tilde{P}_o] = 0.$$

证毕.

4 仿真(Simulation)

本节将前面得出的控制器用于两个同样的两连杆控制器的协调控制的仿真研究.此时控制器与物体保持点接触.为叙述方便起见,本文称由式(3.1)、(3.2)决定的控制器为直接控制器,由式(3.1)、(3.8)决定的控制器为间接控制器.

由文献[6]知物体及关节坐标表示的第 i 个操作器的动力学方程为

$$M_i \ddot{q}_i + C_i \dot{q}_i + g_i = \tau_i, \quad i = 1, 2,$$

$$M_0 \ddot{x} + C_0 \dot{x} + G_0 = 0.$$

其中

$$M_i = \begin{bmatrix} a_1 + 2a_2 \cos(q_{i2}) + a_3 & a_2 \cos(q_{i2}) + a_3 \\ a_2 \cos(q_{i2}) + a_3 & a_3 \end{bmatrix},$$

$$C_i = \begin{bmatrix} -a_2 \sin(q_{i2}) \dot{q}_{i2} & -a_2 \sin(q_{i2})(\dot{q}_{i1} + \dot{q}_{i2}) \\ a_2 \sin(q_{i2}) \dot{q}_{i1} & 0 \end{bmatrix},$$

$G_i = G_0 = 0$, $C_0 = 0$, $M_0 = \text{diag}(m_0, m_0, I_0)$, $q_{ij}(i, j = 1, 2)$ 为第 i 个操作器的第 j 个连杆的关节变量, $a_i(i = 1, 2, 3, 4)$, m_0, I_0 为操作器的动力学参数.

动力学参数分别取 $a_1 = 10, a_2 = 3, a_3 = 5, m_0 = I_0 = 1$, 操作器各连杆的长度及物体的长度均取

为 1, 控制增益为 $\Lambda = 10 I, K = 250, \Gamma = 25 I, \sigma = w = 1$, 物体方位的误差向量的初始值取为 $e = (0.25, 0.35, 0)^T$, 物体速度的误差向量的初始值取为 $\dot{e} = (0.25, 0.5, 1)^T$, 惯性参数的误差向量的初始值取为 $\bar{P} = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)^T$ 期望的物体运动轨迹及内力轨迹分为

$$x_d = \begin{bmatrix} 0.5 + 0.25 \cos(t) \\ 0.5 + 0.25 \sin(t) \\ \frac{\pi}{4} \sin(t) \end{bmatrix}, \quad f_{d1} = -f_{d2} = \begin{bmatrix} 50 \\ 50 \\ -50 \end{bmatrix}.$$

5 结论(Conclusion)

在条件 PE 不成立时, 本文对具有参数不确定性的多个操作器在与物体保持点接触时的运动协调进行了研究并给了一种自适应控制器, 且对此控制器作用于完全系统所形成的闭环系统的稳定性进行了仿真. 由仿真图可知间接控制器比直接控制器的稳定性好. 此控制器不仅使物体的运动轨迹渐近稳定, 而且使内力轨迹渐近稳定.

为篇幅所限, 这里只给出直接控制器、间接控制器分别作用于系统的物体方位误差向量、物体速度误差向量、内力误差向量的第一个分量的仿真图. 依次见下图.

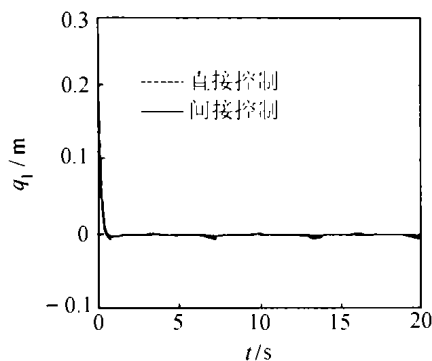


图 1 物体位置误差向量的第一个分量

Fig. 1 The first component of body position error vector

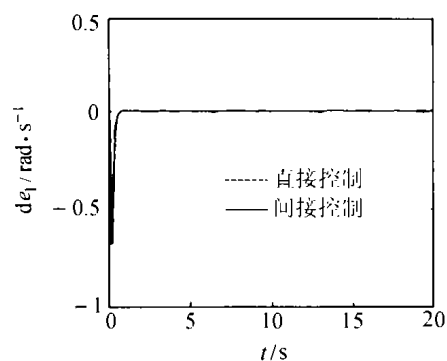


图 2 物体速度误差向量的第一个分量

Fig. 2 The first component of body velocity error vector

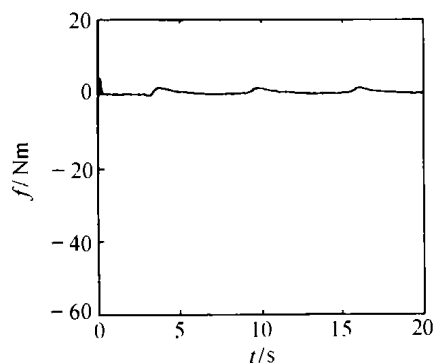


图 3 内力误差向量的第一个分量(间接控制)

Fig. 3 The first component of internal force error vector (indirect control)

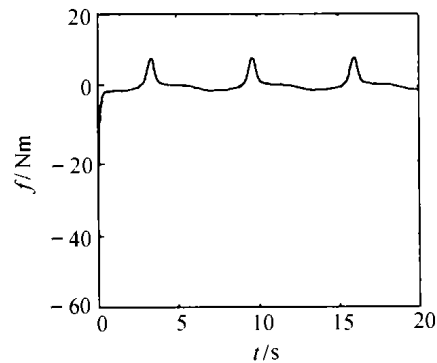


图 4 内力误差向量的第一个分量(直接控制)

Fig. 4 The first component of internal force error vector (direct control)

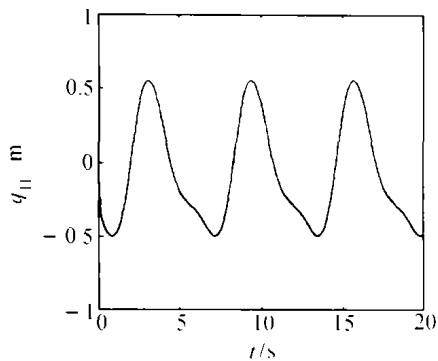


图5 第一个机器人的第一个关节的运动轨迹(间接控制)
Fig. 5 Trajectory of joint 1 of robot 1
(indirect control)

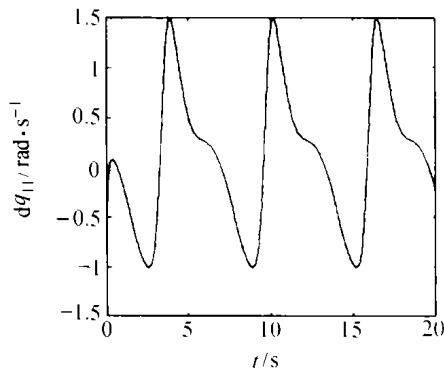


图7 第一个机器人的第一个关节的速度轨迹(间接控制)
Fig. 7 Velocity trajectory of joint 1 of robot 1
(indirect control)

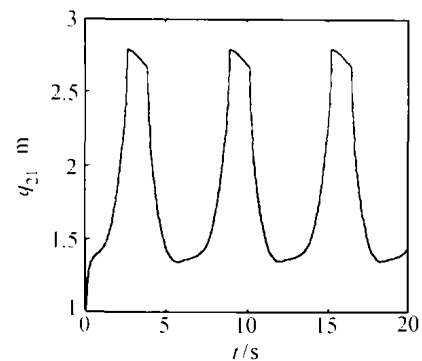


图6 第二个机器人的第一个关节的运动轨迹(间接控制)
Fig. 6 Trajectory of joint 1 of robot 2
(indirect control)

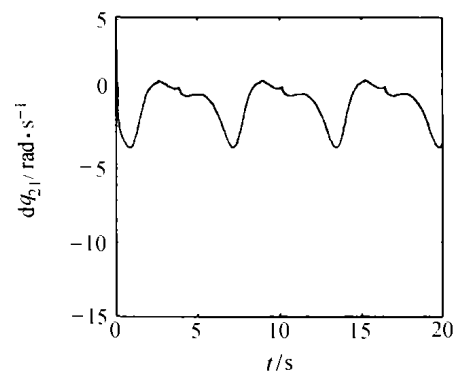


图8 第二个机器人的第一个关节的速度轨迹(间接控制)
Fig. 8 Velocity trajectory of joint 1 of robot 2
(indirect control)

参考文献(References):

- [1] HSU P. Coordinated control of multi-manipulators [J]. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 1993, 9(4): 400-410.
- [2] SARKAR N. Dynamic control of 3-D rolling contacts in two-arm manipulation [J]. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 1997, 13(3): 370-376.
- [3] LI Z, HSU P, SASTRY S. Grasping and coordinated manipulation by a multi-fingered robot hand [J]. *Int J of Robotics Research*, 1989, 8(4): 33-50.
- [4] LEAN Jong-hann, FU Li-chen. An adaptive control scheme for coordinated multi-manipulator systems [J]. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 1993, 9(2): 226-231.
- [5] YUAN J. Composite adaptive control of constrained robots [J]. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 1996, 12(4): 640-645.
- [6] MURRAY R M, 李泽湘, SASTRY S. 机器人操作的数学导论

[M]. 北京:机械工业出版社, 1997.

(MURRAY R M, LI Zexiang, SASTRY S. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation* [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 1997.)

- [7] ORTEGA R, SPONG M W. Adaptive motion control of rigid robotics: a tutorial [J]. *The Int Federation of Automatic Control*, 1989, 25(6): 877-888.

作者简介:

王永忠 (1970—), 男, 西北工业大学应用数学系教师. 主要研究方向: 冗余机器人, 多个机器人的自适应控制. E-mail: iamwxy@eyou.com;

王红 (1962—), 女, 1992年7月毕业于复旦大学数学研究所获理学博士学位, 现为南开大学数学科学学院教授, 博士生导师. 主要研究方向: 微分几何理论及其应用, 非线性控制系统的几何理论.