第21卷第1期
2004年2月

控制理论与应用
Control Theory & Applications

Vol.21 No.1
Feb. 2004

文章编号：1000－8152(2004)01－0025－05

一类 Flow Shop 调度问题最优调度区间摄动鲁棒性

李建更[1]，涂菶生[2]

（1.北京工业大学 自动化系，北京 100022；2.南开大学 自动化系，天津 300071）

摘要：调度的鲁棒性是调度应用中的一个重要问题.本文从最优调度不变的角度研究了调度的鲁棒性问题.首先定义了最优调度的区间摄动鲁棒性，即当问题中某些参数在各自的区间上变化时最优调度保持不变的性质.然后对比例 Flow Shop 调度问题（任给一个工件它在各台机器上的加工时间都相同）进行了研究.通过一个引理我们证明了本文的结果，该引理指出了 r 个参数的大小次序与它们的变化区间的相交关系之间的联系.本文的结果是目标函数为完成时间总和时在加工时间扰动下最优调度具有区间摄动鲁棒性的三个充分必要条件，目标函数为最大拖期时间时及目标函数为拖后工件个数时在加工时间和/或交付期扰动下最优调度具有区间摄动鲁棒性的若干充分条件.这些结果与调度在一个由变化参数构成的超矩形的一些顶点上的最优性有关.文中给出了使用这些结果的例子.

关键词：调度；最优化；区间摄动鲁棒性；比例 Flow Shop

中图分类号：TP11　　**文献标识码**：A

Interval perturbation robustness of optimal schedules for a class of Flow Shop problems

LI Jian-geng, TU Feng-sheng

(1. Department of Automation, Beijing University of Technology, Beijing 100022, China;

2. Department of Automation, Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract: The robustness of schedules is an important problem in practice. It was studied in the angle that the optimal schedules do not change. Firstly the interval perturbation robustness of an optimal schedule was defined, that was the property that an optimal schedule keeps the same when some of the parameters in the scheduling problem vary in some intervals. Then the interval perturbation robustness of an optimal schedule for proportionate flow shop, where the processing time of any given job on every machine is the same, was studied. Form a lemma that gives the relationship between the order of r parameters and the overlaps between each two of the intervals in which these parameters vary, the results were proved. The results are three necessary and sufficient conditions for the objective of total completion time and some sufficient conditions for the objective of maximum lateness time or for the objective of the number of tardy jobs under which an optimal schedule is of interval perturbation robustness. These results relate to the optimality of a schedule at some of the vertices of a hyperrectangle consisting of the varying parameters. Some examples that showed how to use these results were given.

Key words: scheduling; optimization; interval perturbation robustness; proportionate Flow Shop

1 引言(Introduction)

由于在实际调度环境中存在着许多不确定因素，如加工时间是粗略估计的，交付期的改变以及机器的随机故障等，调度鲁棒性的研究具有重要的实际意义.研究调度鲁棒性的主要文献有文献[1～9].这些文献中调度鲁棒性的一般含义是调度对环境中不确定因素的不敏感性.这些文献一般是先提出鲁棒性指标，再根据此指标确定鲁棒调度，所用方法一般为静态方法，即事先产生一个鲁棒性强的调度，也有人用静态和动态相结合的方法[10]，所得的鲁棒调度一般不限于最优调度.本文是从最优调度不变的角度研究调度鲁棒性问题的，假定工件的加工时间或交付期变化，它们变化的范围一定，具体按什么规律变化无关紧要，这与文献[1]的出发点相同.本文首先定义了最优调度的区间摄动鲁棒性，然后对几种不同目标函数的比例 Flow Shop 调度问题进行了研究，得到了它们的最优调度具有区间摄动鲁棒性的若干充分必要条件或充分条件.

收稿日期：2003－08－09.
基金项目：国家攀登计划项目（970211017）；国家自然科学基金项目（69674013）；北京市青年科技骨干基金项目.

Flow Shop 调度问题是指有 n 个工件(用 j 表示),它们都需要在 m 台机器(用 i 表示)上加工,所有工件经过各机器的顺序是一样的,问题的目标是最小化某个目标函数.比例 Flow Shop 问题是指工件在各机器上的加工时间与机器无关.利用机器环境、加工特性和约束、目标函数三部分描述调度问题的方法,比例 Flow Shop 问题可记为 $Fm \mid p_{ij}=p_j \mid \gamma$,其中 Fm 表示 m 台机器 Flow Shop 调度问题, p_{ij} 为工件 j 在机器 i 上的加工时间, $p_{ij}=p_j$ 表示同一工件在不同机器上的加工时间相同(也即"比例"的含义), γ 为问题的目标函数.本文所研究问题的目标函数分别为各工件的完成时间总和 $\sum C_j$、最大拖期时间 $L_{\max}$ 及拖后工件个数 $\sum U_j$. 其中 $L_{\max}=\max\limits_j\{L_j\}$, $L_j=C_j-d_j$, d_j 为工件的交付期;当 $C_j>d_j$ 时 $U_j=1$,其他时 $U_j=0$.

2 最优调度的区间摄动鲁棒性(Interval perturbation robustness of optimal schedules)

最优调度的区间摄动鲁棒性是指当问题中某些参数在各自的区间上变化时最优调度保持不变的性质.

定义 1 对于给定的调度问题,设其可变参数为 $p_1,p_2,\cdots,p_r$,其余参数(若还有的话)不变.设参数 p_j 的变化区间为 $[a_j,b_j]$,这里 $a_j\neq b_j$, $j=1,2,\cdots,r$, s 是一个调度.如果当 $p_j\in[a_j,b_j]$, $j=1,2,\cdots,r$ 时 s 均最优,或者说 s 在任意的 $P\in D$ 处最优,其中

$$D=\{(p_1,p_2,\cdots,p_r)\mid a_j\leqslant p_j\leqslant b_j,\\ a_j\neq b_j,\ j=1,2,\cdots,r\}$$

为一个 r 维长方体,则称最优调度 s 在 r 维长方体 D 上关于参数 $p_1,p_2,\cdots,p_r$ 具有区间摄动鲁棒性.在不至于引起混淆时简称最优调度 s 在长方体 D 上具有区间摄动鲁棒性.

引理 1 若 $a_1\leqslant a_2\leqslant\cdots\leqslant a_n$, $a_j<b_j$, $j=1,2,\cdots,n$,则对任意的 $p_j\in[a_j,b_j]$, $j=1,2,\cdots,n$ 均有 $p_1\leqslant p_2\leqslant\cdots\leqslant p_n$ 充要条件是开区间 (a_j,b_j) $j=1,2,\cdots n$ 两两不相交.

2.1 完成时间和问题(Total completion time problem)

$$Fm\mid p_{ij}=p_j\mid \sum C_j.$$

求解此问题的算法是 SPT 法则,即按具有最小加工时间的工件优先加工的法则可得到最优调度,如此得到的调度是一个置换调度(指工件在各台机器上的加工顺序相同),称为 SPT 调度.这个法则同时是最优调度的必要条件(证明见文献[10]).

定理 1 对问题 $Fm\mid p_{ij}=p_j\mid\sum C_j$,如果调度 $s=(j_1,j_2,\cdots,j_n)$ 关于 $p_j=a_j$, $j=1,2,\cdots,n$ 是最优的, $a_j<b_j$, $j=1,2,\cdots,n$ 则对任意 $p_j\in[a_j,b_j]$, $j=1,2,\cdots,n$, s 是最优调度的充分必要条件是开区间 (a_j,b_j), $j=1,2,\cdots,n$ 互不相交.

证 由已知条件有 $a_{j_1}\leqslant a_{j_2}\leqslant\cdots\leqslant a_{j_n}$.如果开区间 (a_j,b_j), $j=1,2,\cdots,n$ 互不相交,由引理对任意 $p_j\in[a_j,b_j]$, $j=1,2,\cdots,n$ 有 $p_{j_1}\leqslant p_{j_2}\leqslant\cdots\leqslant p_{j_n}$,所以 s 最优.反过来,如果对任意 $p_j\in[a_j,b_j]$, $j=1,2,\cdots,n$, s 最优,则 $p_{j_1}\leqslant p_{j_2}\leqslant\cdots\leqslant p_{j_n}$.由引理可得开区间 (a_j,b_j), $j=1,2,\cdots,n$ 互不相交.

此定理说明对调度问题 $Fm\mid p_{ij}=p_j\mid\sum C_j$,最优调度 s 在 n 维长方体

$$D=\{(p_1,p_2,\cdots,p_n)\mid a_j\leqslant p_j\leqslant b_j,\\ a_j\neq b_j,\ j=1,2,\cdots,n\}$$

上具有区间摄动鲁棒性的充分必要条件是 s 在 D 的顶点 $(a_1,a_2,\cdots,a_n)$ 处最优且开区间 (a_j,b_j), $j=1,2,\cdots,n$ 互不相交.

类似地可以证明以下结果:

结果 1 对调度问题 $Fm\mid p_{ij}=p_j\mid\sum C_j$,最优调度 s 在 n 维长方体

$$D=\{(p_1,p_2,\cdots,p_n)\mid a_j\leqslant p_j\leqslant b_j,\\ a_j\neq b_j,\ j=1,2,\cdots,n\}$$

上具有区间摄动鲁棒性的充分必要条件是 s 在 D 的一对对角顶点处最优且开区间 (a_j,b_j), $j=1,2,\cdots,n$ 互不相交.

结果 2 对于问题 $Fm\mid p_{ij}=p_j\mid\sum C_j$,设有 r 个加工时间 $p_{j_1},p_{j_2},\cdots,p_{j_r}$ 变化,则最优调度 s 在 r 维长方体

$$D=\{(p_{j_1},p_{j_2},\cdots,p_{j_r})\mid a_k\leqslant p_{j_k}\leqslant b_k,\\ a_k\neq b_k,\ k=1,2,\cdots,r\}$$

上具有区间摄动鲁棒性的充分必要条件是 s 在 D 的所有顶点处最优 $(1\leqslant r\leqslant n)$.

2.2 最大拖期时间问题(Maximum delay problem)

$$Fm\mid p_{ij}=p_j\mid L_{\max}.$$

EDD 排序(即具有最小交付期的工件优先加工的顺序)给出此问题的最优调度,这也是一个置换调度(证明见文献[10]).由此算法求得的最优调度与加工时间无关.

定理 2 对问题 $Fm\mid p_{ij}=p_j\mid L_{\max}$,如果 (c_j,e_j), $j=1,2,\cdots,n$ 互不相交, $c_j<e_j$, $j=1,2,\cdots,n$,

则当 $d_j = c_j, j = 1,2,\cdots,n$ 时由 EDD 法则给出的调度关于任意 $d_j \in [c_j, e_j], j = 1,2,\cdots,n$ 都是最优的(证略).

定理 2 说明,对调度问题 $Fm \mid p_{ij} = p_j \mid L_{\max}$,最优调度 s 在 n 维长方体

$$D = \{(d_1, d_2, \cdots, d_n) \mid c_j \leqslant d_j \leqslant e_j,\ c_j \neq e_j,\ j = 1,2,\cdots,n\}$$

上具有区间摄动鲁棒性的充分条件是 s 在 D 的顶点 $(c_1, c_2, \cdots, c_n)$ 处是由上述算法求得的最优调度且开区间 $(c_j, e_j), j = 1,2,\cdots,n$ 互不相交.

结果 3　对调度问题 $Fm \mid p_{ij} = p_j \mid L_{\max}$,最优调度 s 在 n 维长方体

$$D = \{(d_1, d_2, \cdots, d_n) \mid c_j \leqslant d_j \leqslant e_j,\ c_j \neq e_j,\ j = 1,2,\cdots,n\}$$

上具有区间摄动鲁棒性的充分条件是 s 在 D 的一对对角顶点处是由上述算法求得的最优调度且开区间 $(c_j, e_j), j = 1,2,\cdots,n$ 互不相交.

结果 4　对于问题 $Fm \mid p_{ij} = p_j \mid L_{\max}$,设有 r 个交付期 $d_{j_1}, d_{j_2}, \cdots, d_{j_r}$ 变化,则最优调度 s 在 r 维长方体

$$D = \{(d_{j_1}, d_{j_2}, \cdots, d_{j_r}) \mid c_k \leqslant d_{j_k} \leqslant e_k,\ c_k \neq e_k,\ k = 1,2,\cdots,r\}$$

上具有区间摄动鲁棒性的充分条件是 s 在 D 的所有顶点处都是由上述算法求得的最优调度($1 \leqslant r \leqslant n$).

2.3　拖后工件个数问题(The number of tardy jobs problem)

$$Fm \mid p_{ij} = p_j \mid \sum U_j.$$

求解此问题的算法如下(证明可见文献[10]),其最优调度仍是一个置换调度.

算法　令 J 表示已经调度好的工件的集合,令 J^d 表示已经被考虑过调度但由于不满足它们的交付期而被丢弃的工件,令 J^c 表示尚未调度的工件.

Step 1　置 $J = \phi, J^d = \phi$,及 $J^c = \{1,2,\cdots,n\}$.

Step 2　令 j^* 表示满足 $d_{j^*} = \min\limits_{j \in J} \{d_j\}$ 的工件. 将 j^* 加入进 J 中,将 j^* 从 J^c 中删除. 转到 Step 3.

Step 3　如果 $\sum\limits_{j \in J} p_j + (m-1) \max\limits_{j \in J} (p_j) \leqslant d_{j^*}$ 转到 Step 4;否则令 k^* 表示满足 $p_{k^*} = \max\limits_{j \in J} (p_j)$ 的工件,将 k^* 从 J 中删除,将 k^* 加入进 J^d.

Step 4　如果 $J^c = \phi$, Stop;否则转到 Step 2.

最后最优调度为 (J, J^d),其中 J 中的工件是 EDD 排序而 J^d 中的工件排序是不重要的,它是一个置换调度,J^d 中的工件个数是最小拖后工件数.

定理 3　对问题 $Fm \mid p_{ij} = p_j \mid \sum U_j$,假定 d_j, $j = 1,2,\cdots,n$ 为常数. 如果当 $p_j = a_j$ 和 $p_j = b_j$ 时(这里 $a_j < b_j, j = 1,2,\cdots,n$)由上述中算法给出的最优调度相同,记为 s,并且开区间 $(a_j, b_j), j = 1,2,\cdots,n$ 互不相交,则对任意 $p_j \in [a_j, b_j], j = 1,2,\cdots n$, s 均最优.

说明　此问题的两个调度 (J_1, J_1^d), (J_2, J_2^d) 相同是指 $J_1 = J_2$ 且其中工件的排序相同(它们都是 EDD 顺序, J_1^d 和 J_2^d 中工件的顺序可以不同).

证　按照算法逐步检查当加工时间为 a_j 和为 p_j 时每步所得结果是否相同.

Stpe 1 和 Step 2 与 p_j 无关,所以这两步结果相同.

Step 3　由于当 $p_j = a_j$ 和 $p_j = b_j$ 时,上述算法给出相同的最优调度,所以或者都是转到 Step 4,或者都是从 J 中除去一个工件并把它加入到 J^d 中,所以

或者同时成立 $\sum\limits_{j \in J} a_j + (m-1) \max\limits_{j \in J} (a_j) \leqslant d_{j^*}$ 和 $\sum\limits_{j \in J} b_j + (m-1) \max\limits_{j \in J} (b_j) \leqslant d_{j^*}$;

或者同时成立 $\sum\limits_{j \in J} a_j + (m-1) \max\limits_{j \in J} (a_j) > d_{j^*}$ 和 $\sum\limits_{j \in J} b_j + (m-1) \max\limits_{j \in J} (b_j) < b_{j^*}$ 并且存在一个相同的工件 k^* 满足 $a_{k^*} = \max\limits_{j \in J} \{a_j\}$ 和 $b_{k^*} = \max\limits_{j \in J} \{b_j\}$.

在第一种情况下可得

$$\sum_{j \in J} p_j + (m-1) \max_{j \in J} (p_j) \leqslant d_{j^*}.$$

可见也是转到 Step 4.

在第二种情况下可得

$$\sum_{j \in J} p_j + (m-1) \max_{j \in J} (p_j) \geqslant \sum_{j \in J} a_j + (m-1) \max_{j \in J} (a_j) > d_{j^*}.$$

都是从 J 中除去一个工件并把它加入到 J^d 中. 由于 $p_j \in [a_j, b_j]$, $(a_j, b_j), j = 1,2,\cdots,n$ 互不相交, $a_j < b_j, j = 1,2,\cdots,n$ 所以有 $p_j \leqslant p_{k^*}$ 对任意 $j \neq k^*, j \in J$ 成立. 所以也是将工件 k^* 从 J 中除去并把它加入到 J^d 中. Step 4 与加工时间无关. 定理得证.

定理 3 说明,对调度问题 $Fm \mid p_{ij} = p_j \mid \sum U_j$,当交付期不变时,最优调度 s 在 n 维长方体

$$D = \{(p_1, p_2, \cdots, p_n) \mid a_j \leqslant p_j \leqslant b_j,$$

$a_j \neq b_j,\ j = 1,2,\cdots,n\}$

上关于加工时间具有区间摄动鲁棒性的充分条件是 s 在 D 的顶点 $(a_1,a_2,\cdots,a_n)$ 和 $(b_1,b_2,\cdots,b_n)$ 处是由上述算法求出的最优调度且开区间 (a_j,b_j), $j = 1,2,\cdots,n$ 互不相交.

上述定理考虑了 p_j 的不确定性,下面定理考虑 d_j 的不确定性.

定理 4 对问题 $Fm \mid p_{ij} = p_j \mid \sum U$,假定 p_j, $j = 1,2,\cdots,n$ 为常数.如果当 $d_j = c_j$ 和 $d_j = e_j$(这里 $c_j < e_j, j = 1,2,\cdots,n$)时,上述算法给出相同的最优调度,记为 s;并且开区间 (c_j,e_j), $j = 1,2,\cdots,n$ 互不相交,则对任意 $d_j \in [c_j,e_j]$, $j = 1,2,\cdots,n$, s 为最优调度.

证 不失一般性,假定 $c_1 \leqslant c_2 \leqslant \cdots \leqslant c_n$,则 $c_1 \leqslant e_1 \leqslant c_2 \leqslant e_2 \leqslant \cdots \leqslant c_n \leqslant e_n$(否则在开区间 (c_j, e_j), $j = 1,2,\cdots,n$ 中将存在相交的).显然有 $d_1 \leqslant d_2 \leqslant \cdots \leqslant d_n$.按照算法逐步检查当交付期为 c_j 和 d_j 时每步所得结果是否相同.Step 1 与交付期无关.Step 2 所选 j^* 满足 $c_{j^*} = \min\limits_{j\in J'}\{c_j\}$,所以必定满足 $d_{j^*} = \min\limits_{j\in f}\{d_j\}$,结果相同.Step 3 根据已知条件有不等式 $\sum\limits_{j\in J}p_j + (m-1)\max\limits_{j\in J}(p_j) \leqslant c_{j^*}$ 和不等式 $\sum\limits_{j\in J}p_j + (m-1)\max\limits_{j\in J}(p_j) \leqslant e_{j^*}$ 或者同时成立,或者同时不成立.当它们同时成立时有 $\sum\limits_{j\in J}p_j + (m-1)\max\limits_{j\in J}(p_j) \leqslant d_{j^*}$(因为 $c_{j^*} \leqslant d_{j^*}$).所以也是转到 Step 4.当它们同时不成立时有 $\sum\limits_{j\in J}p_j + (m-1)\max\limits_{j\in J}(p_j) > e_{j^*} \geqslant d_{j^*}$ 都是将满足 $p_{k^*} = \max\limits_{j\in J}\{p_j\}$ 的工件 k^* 从 J 中除去并加入到 J^d 中.Step 4 与交付期无关.定理得证.

定理 4 说明,对调度问题 $Fm \mid p_{ij} = p_j \mid \sum U_j$,当加工时间不变时最优调度 s 在 n 维长方体

$$D = \{(d_1,d_2,\cdots,d_n) \mid c_j \leqslant d_j \leqslant e_j,\ c_j \neq e_j,\ j = 1,2,\cdots,n\}$$

上具有区间摄动鲁棒性的充分条件是 s 在 D 的顶点 $(c_1,c_2,\cdots,c_n)$ 和 $(e_1,e_2,\cdots,e_n)$ 处是由上述算法求得的最优调度且开区间 (c_j,e_j), $j = 1,2,\cdots,n$ 互不相交.

由上述两个定理得到一个在 p_j 和 d_j 同时扰动下最优调度鲁棒性的结论.

定理 5 对问题 $Fm \mid p_{ij} = p_j \mid \sum U_j$,如果

1) 当 i) $p_j = a_j, d_j = c_j$; ii) $p_j = a_j, d_j = e_j$; iii) $p_j = b_j, d_j = c_j$; iv) $p_j = b_j, d_j = e_j, j = 1,2,\cdots,n$ 时由上述算法得到的最优调度都相同,记为 s.

2) $a_j < b_j$,并且 (a_j,b_j), $j = 1,2,\cdots,n$ 互不相交;$c_j < e_j$,并且 (c_j,e_j), $j = 1,2,\cdots,n$ 互不相交,则对任意 $p_j \in [a_j,b_j]$, $d_j \in [c_j,e_j]$, $j = 1,2,\cdots,n$, s 是最优调度(证明略).

同时还有以下结果成立:

结果 5 对调度问题 $Fm \mid p_{ij} = p_j \mid \sum U_j$,当加工时间不变时,最优调度 s 在 n 维长方体

$$D = \{(d_1,d_2,\cdots,d_n) \mid c_j \leqslant d_j \leqslant e_j,\ c_j \neq e_j,\ j = 1,2,\cdots,n\}$$

上关于交付期具有区间摄动鲁棒性的充分条件是 s 在 D 的一对对角顶点处是由上述算法求得的最优调度且开区间 (c_j,e_j), $j = 1,2,\cdots,n$ 互不相交.

结果 6 对问题 $Fm \mid p_{ij} = p_j \mid \sum U_j$,假定有 r 个参数 $p_{j_1},p_{j_2},\cdots,p_{j_r}$(它们或是加工时间或是交付期)变化,其余参数都为常数,则最优调度 s 在 r 维长方体

$$D = \{(p_{j_1},p_{j_2},\cdots,p_{j_r}) \mid a_k \leqslant p_{j_k} \leqslant b_k,\ a_k \neq b_k,\ k = 1,2,\cdots,r\}$$

上具有区间摄动鲁棒性的充分条件是 s 在 D 的所有顶点处都是由上述算法求得的最优调度($1 \leqslant r \leqslant 2n$).

3 举例(Example)

以下例子均假定 $m = 2, n = 3$.

例 1 对目标函数为完成时间和的比例 Flow Shop 问题,假设各工件加工时间的变化范围是 $p_1 \in [1,2]$, $p_2 \in [3,5]$, $p_3 \in [5,10]$,由定理 1 可知调度 $s = (1,2,3)$ 在加工时间变化时总为最优调度.此结论由结果 1 或结果 2 也可得到.

本文关于目标函数为最大拖期时间的比例 Flow Shop 问题的结果是针对工件交付期变化的,且是充分条件,相应例子可类似例 1 举出.要注意这些充分条件不能减弱为"s 在一些顶点最优",如当各工件加工时间 $p_1 = 8, p_2 = 10, p_3 = 20$、交付期变化范围 $d_1 \in [10,15]$, $d_2 \in [60,62]$, $d_3 \in [54,56]$ 时,调度 $s = (1,2,3)$ 满足定理 2 的条件,但 s 在 $d_1 = 15$, $d_2 = 62$, $d_3 = 56$ 时不再是最优调度,原因是虽然 s 在 $d_1 = 10, d_2 = 60, d_3 = 54$ 是最优调度,但不是由 EDD 排序得到的调度.

例 2 对目标函数为拖后工件个数的比例 Flow Shop 问题,假设各工件加工时间的变化范围是 $p_1 \in [8,9]$, $p_2 \in [9,10]$, $p_3 \in [15,20]$,交付期变化范围 d_1

$\in [10,15]$，$d_2 \in [20,25]$，$d_3 \in [50,60]$，由定理 3 可知在 $d_1 = 10$，$d_2 = 20$，$d_3 = 50$ 且加工时间在上述范围内变化时调度 $s = (J, J^d) = (2,3 \mid 1)$ 总为最优调度；由定理 4 可知在 $p_1 = 9$，$p_2 = 10$，$p_3 = 20$ 且交付期在上述范围内变化时调度 $s = (2,3 \mid 1)$ 总为最优调度；由定理 5 可知调度 $s = (2,3 \mid 1)$ 当加工时间和交付期在上述范围内变化时总为最优调度．

4 结束语(Conclusion)

本文得到了目标函数为完成时间总和的比例 Flow Shop 调度问题最优调度具有区间摄动鲁棒性的三个充分必要条件、目标函数为最大拖期时间及拖后工件数的比例 Flow Shop 问题最优调度具有区间摄动鲁棒性的若干充分条件．这些条件一般有三种形式：一种是此调度在某超长方体的一个特定的顶点处最优(有时需要是由某算法求出的最优)且各参数变化的开区间互不相交；另一种是此调度在某超长方体的任意的一对对角顶点处最优(有时需要是由某算法求出的最优)且各参数变化的开区间互不相交；还有一种是此调度在某超长方体的所有顶点处都最优(有时需要是由某算法求出的最优)．后一种形式的条件在部分加工时间或部分交付期变化时也是充分或充分必要条件．可以利用这些结果根据对工件加工时间或交付期变化范围的估计来检验这些调度问题最优调度的鲁棒性．这里的定理 1、定理 2 当 $a_j > b_j$ 或 $c_j > e_j$ 时也是成立的(相当于将条件"s 在 D 的某个特定顶点最优"改成"s 在与此顶点对角的顶点最优")．

参考文献(References)：

[1] DANIELS R L, KOUVELIS P. Robust scheduling to hedge against processing time uncertainty in single-stage production [J]. *Management Science*, 1995,41(2):363 - 376.

[2] WU S D, BYEON E, STORER R H. A graph-theoretic decomposition of the job shop scheduling problem to achieve scheduling robustness [J]. *Operations Research*, 1999,47(2):113 - 124.

[3] LEON V J, WU S D, STORER R H. Robust measure and robust scheduling for job shops [J]. *IIE Transations*, 1994, 26(5):32 - 43.

[4] SOTSKOV Y, SOTSKOVA N Y, WERNER F. Stability of an optimal schedule in a job shop [J]. *Omega*, 1997,25(4):397 - 414.

[5] DANIELS R L, CARRILLO J E. β-robust scheduling for single-machine systems with uncertain processing times [J]. *IIE Transactions*, 1997,29(11): 997 - 1006.

[6] YELLIG E J, MACKULAK G T. Robust deterministic scheduling in stochastic environments: the method of capacity hedge points [J]. *Int J of Production Research*, 1997,35(2):369 - 379.

[7] JAMES R J W, BUCHANAN J T. Robustness of single machine scheduling problems to earliness and tardiness penalty errors [J]. *Annals of Operational Research*, 1998,76:219 - 232.

[8] 唐乾玉，吴秋峰，韩曾晋．加工时间扰动时一类排序问题的性能估计[J]．控制与决策，1995，10(6)：525 - 530.
(TANG Qianyu, WU Qiufeng, HAN Zengjin. Performance evaluation for a class of scheduling problems under the perturbation of the processing times [J]. *Control and Decision*, 1995, 10(6): 525 - 530.)

[9] 李建更，涂菶生．某些调度问题区间摄动鲁棒性的研究[J]．自动化学报，2001，27(1)：24 - 30.
(LI Jiangeng, TU Fengsheng. Study on the robustness of some schedules problem with interval perturbation [J]. *Acta Atuomatica Sinica*, 2001,27(1):24 - 30.)

[10] 李建更．关于最优调度鲁棒性的研究[D]．天津：南开大学，2000.
(LI Jiangeng. *Study on the robustness of optimal schedules* [D]. Tianjin: Nankai University, 2000.)

作者简介：

李建更 (1965 —)，男．1985 年毕业于南开大学数学系获学士学位，1995 年于华北电力学院获电厂热能动力工程专业硕士学位，2000 年于南开大学计算机与系统科学系获自动控制理论及应用专业博士学位．现为北京工业大学自动化系副教授、硕士生导师．感兴趣的研究方向是智能调度．E-mail：lijg@bjut.edu.cn；

涂菶生 (1937 —)，男．1961 毕业于南开大学数学系，现为该校自动化系博士生导师、CIMS 研究室主任，已发表论文 100 余篇．主要研究兴趣为离散事件动态系统理论、调度理论，线性系统理论等．