

混合 H_2/H_∞ 参数辨识

吴淮宁, 蔡开元

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083)

摘要: 研究了混合 H_2/H_∞ 参数辨识问题. 将混合 H_2/H_∞ 估计方法应用到系统参数辨识中, 给出了混合 H_2/H_∞ 参数辨识算法. 所得的算法不仅能满足规定的鲁棒性能, 且为最小二乘 (LS) 参数估计误差判据提供了一个最优上界. 结果表明: 提高辨识的鲁棒性, 需要牺牲辨识的精度作为代价. 最后, 仿真结果也验证了该方法的有效性.

关键词: 参数辨识; 混合 H_2/H_∞ 估计; 逼近精度; 鲁棒性

中图分类号: TP13

文献标识码: A

Mixed H_2/H_∞ parameter identification

WU Huai-ning, CAI Kai-yuan

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China)

Abstract: The paper studies the problem of mixed H_2/H_∞ parameter identification. The mixed H_2/H_∞ estimation method was applied to parameter identification of systems. The algorithm of mixed H_2/H_∞ parameter identification was presented, which was not only guaranteed to satisfy a pre-specified level of robustness, and also provides an optimized upper bound on the least-squares parameter estimation error criterion. The results showed that improving robustness of identification needs to be at the cost of approximation accuracy of identification. Finally, it was also demonstrated, via an example, that the proposed method is effective.

Key words: parameter identification; mixed H_2/H_∞ estimation; approximation accuracy; robustness

1 引言 (Introduction)

在过去的几十年里, 系统参数辨识问题得到了深入研究^[1]. 辨识的方法有很多, 其中递推最小二乘 (RLS) 法是最基本、应用最广泛的一种方法. 在噪声统计特性已知的假设条件下, RLS 辨识算法使得模型参数估计误差方差达到最小, 且产生最大似然估计, 此时模型参数具有最优的逼近精度. 多数工程问题都可用它得到满意的辨识结果. 然而, 该算法的缺点是: 如果关于干扰的假设条件不成立, 或是用一个低阶模型去拟合一个高阶的实际模型, 则 RLS 算法的性能会变坏, 此时, 很小的扰动和建模误差都有可能引起较大的估计误差. 因此, 鲁棒辨识问题已引起一些学者的关注^[2~5].

近年来出现的时域 H_∞ 辨识方法, 如文献 [2~5], 均利用 H_∞ 滤波理论^[6,7] 中的结果解决了上述鲁棒辨识问题. 其思想是设计一个估计器, 使得由于干扰到估计误差的最大能量增益达到最小 (或小于

某个给定的界). 这里的干扰包含测量噪声、模型不确定以及初始估计误差. 显然, 无论什么干扰, 只要能量非常小, 该方法就会保证估计误差的能量尽可能小. 辨识的鲁棒性就是用从干扰到估计误差的最大能量增益来度量. 如果其值越小, 则鲁棒性越强. 由于时域 H_∞ 辨识方法没有对干扰作任何假设, 所以它必须适应所有可能干扰, 因而过于保守.

从已有的研究结果可以看出, LS 辨识算法考虑的是精确性, 而 H_∞ 辨识算法考虑的是鲁棒性, 然而, 目前的辨识算法并没有将精确性与鲁棒性同时进行考虑. 本文将混合 H_2/H_∞ 估计方法^[8] 应用到系统参数辨识问题当中, 所得的辨识算法不仅能满足规定的鲁棒性能, 且为 LS 参数估计误差判据提供了一个最优上界. 该算法允许在参数辨识时在精确性与鲁棒性之间进行权衡. 最后, 还通过一个例子验证了方法的有效性.

2 问题描述(Problem statement)

记 $\mathbb{R}^n$ 与 $\mathbb{R}^{n \times m}$ 分别为 n 维 Euclidian 空间和所有 $n \times m$ 实矩阵集合; 上标“T”表示矩阵的转置; $l_{2,[0,N]}$ 表示在 $[0, N]$ 上平方可加向量序列空间; $\|\cdot\|$ 为 Euclidian 向量的范数; $\|\cdot\|_{[0,N]}$ 表示 $l_{2,[0,N]}$ 中的范数, 其定义为 $\|f\|_{[0,N]}^2 = \sum_{i=0}^N \|f_i\|^2$; $E\{\cdot\}$ 表示期望; $\sup\{\cdot\}$ 表示上确界.

假定被测系统可用如下线性定常的单输入单输出(SISO)差分模型来描述:

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-d) + \xi(t). \quad (1)$$

其中: $y(t)$ 和 $u(t)$ 分别是系统的输出和输入, $\xi(t)$ 为未知干扰(在 RLS 辨识中, 它被假定为白噪声), $d \geq 0$ 是系统的纯时延, 且

$$A(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^n a_i z^{-i}, \quad B(z^{-1}) = \sum_{j=0}^m b_j z^{-j}.$$

设系统参数向量为

$$\theta = [a_1 \cdots a_n \quad b_0 \cdots b_m]^T. \quad (2)$$

假定它是未知的, 同时设 t 时刻由输入输出数据构成一个向量

$$\varphi(t) = [-y(t-1) \cdots -y(t-n), \\ u(t-d) \cdots u(t-d-m)]^T, \quad t \geq 1, \quad (3)$$

则式(1)可以表示为

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta + \xi(t), \quad t \geq 1. \quad (4)$$

假定系统的结构参数如阶数 n 和 m 以及纯时延 d 已知, 则系统辨识问题可简化为寻找参数向量 θ 的估计值

$$\hat{\theta} = [\hat{a}_1 \cdots \hat{a}_n \quad \hat{b}_0 \cdots \hat{b}_m]^T$$

的问题.

由于假定被测系统是线性定常的, 因此可令 θ_{k+1} 与 θ_k 相等来迭代修正 θ_k , 且用 y_k, φ_k 和 ξ_k 来分别代表 $y(t), \varphi(t)$ 及 $\xi(t)$ 的采样值. 这样, 就有如下信号系统模型:

$$\theta_{k+1} = \theta_k, \quad (5)$$

$$y_k = \varphi_k^T \theta_k + \xi_k, \quad k = 0, 1, \cdots, N-1. \quad (6)$$

令 θ_k 的估计值为 $\hat{\theta}_k$, 且基于已经获得的一组输入输出数据考虑如下参数估计器:

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + K_k(y_k - \varphi_k^T \hat{\theta}_k), \quad \hat{\theta}_0 = 0. \quad (7)$$

定义参数估计误差为 $e_k = \theta_k - \hat{\theta}_k$, 则本文所建议的混合 H_2/H_∞ 参数辨识的目的就是确定增益矩阵 K_k , 使得如下判据满足:

1) 如果将 ξ_k 看成是一个均值为零、方差为1的白噪声过程, 且假定 θ_0 是一个与 ξ_k 互不相关、满足

$E\{\theta_0\} = 0$ 及 $E\{\theta_0\theta_0^T\} = R_0 \leq R$ 的随机向量, 其中 $R = R^T > 0$, 则 LS 参数估计误差判据

$$J_2 = E\{\|e\|_{[0,N-1]}^2\} \quad (8)$$

达到最小;

2) 如果将 ξ_k 看成是一个在 $[0, N-1]$ 上平方可加的序列, 也即 $\xi_k \in l_{2,[0,N-1]}$, 则参数估计误差满足如下 H_∞ 误差界

$$J_\infty(e, \xi, \theta_0, R) < \gamma. \quad (9)$$

其中

$$J_\infty(e, \xi, \theta_0, R) = \sup \left\{ \left[\frac{\|e\|_{[0,N-1]}^2}{\theta_0^T R^{-1} \theta_0 + \|\xi\|_{[0,N-1]}^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right\},$$

$0 \neq (\theta_0, \xi) \in \mathbb{R}^{n+m+1} \oplus l_{2,[0,N-1]}$, 标量 $\gamma > 0$ 为辨识的鲁棒性度量, γ 越小, 说明辨识的鲁棒性越强.

在下节中, 需要用到如下引理. 考虑如下线性时变系统:

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k w_k, \quad (10)$$

$$z_k = C_k x_k, \quad \forall k \in \{0, 1, \cdots, N-1\}, \quad (11)$$

这里 $x_k \in \mathbb{R}^n$, 其初始状态为 $x_0, w_k \in \mathbb{R}^m, z_k \in \mathbb{R}^p$, A_k, B_k 与 C_k 均为具有适当维数的实时变有界矩阵. 考虑最坏情形度量

$$J_\infty(z, w, x_0, S_0) = \sup \left\{ \left[\frac{\|z\|_{[0,N-1]}^2}{x_0^T S_0^{-1} x_0 + \|w\|_{[0,N-1]}^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}.$$

其中 $0 \neq (x_0, w) \in \mathbb{R}^n \oplus l_{2,[0,N-1]}$, 且 $S_0 = S_0^T > 0$ 为一个给定的矩阵.

引理 1^[9] 考虑系统(10)和(11), 给定 $\gamma > 0$, 则下列叙述是等价的:

1) 在 $[0, N-1]$ 上, $J_\infty(z, w, x_0, S_0) < \gamma$;

2) 存在一个有界时变解 $P_k = P_k^T \geq 0$ 满足

$$P_{k+1} = A_k P_k A_k^T + \gamma^{-2} A_k P_k C_k^T (I - \gamma^{-2} C_k P_k C_k^T)^{-1} C_k P_k A_k^T + B_k B_k^T, \\ P_0 = S_0,$$

且 $I - \gamma^{-2} C_k P_k C_k^T > 0, \forall k \in \{0, 1, \cdots, N-1\}$.

3 混合 H_2/H_∞ 参数辨识(Mixed H_2/H_∞ parameter identification)

由式(5)~(7)可知, e_k 满足如下差分方程:

$$e_{k+1} = A_{c,k} e_k - K_k \xi_k, \quad e_0 = \theta_0. \quad (12)$$

其中 $A_{c,k} = I - K_k \varphi_k^T$. 容易看出

$$J_2 = \sum_{k=0}^{N-1} E\{e_k^T e_k\} = \sum_{k=0}^{N-1} \text{tr}\{Q_k\}. \quad (13)$$

其中 $Q_k = E\{e_k e_k^T\}$ 为 e_k 的协方差矩阵, 满足

$$Q_{k+1} = A_{c,k} Q_k A_{c,k}^T + K_k K_k^T, \quad Q_0 = R_0. \quad (14)$$

利用式(12),可将干扰 $\{R^{-\frac{1}{2}}\theta_0, \{\xi_k\}_{k=0}^{N-1}\}$ 映射到参

数估计误差 $\{e_k\}_{k=0}^{N-1}$ 的算子 $T(e, \xi, \theta_0, R)$ 写为

$$\begin{bmatrix} e_0 \\ e_1 \\ \vdots \\ e_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^{\frac{1}{2}} & 0 & \cdots & 0 \\ A_{c,0}R^{\frac{1}{2}} & -K_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \left[\prod_{k=0}^{N-2} A_{c,k} \right] R^{-\frac{1}{2}} & - \left[\prod_{k=1}^{N-2} A_{c,k} \right] K_0 & \cdots & -K_{N-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R^{-\frac{1}{2}}\theta_0 \\ \xi_0 \\ \vdots \\ \xi_{N-2} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

强制 H_∞ 误差约束式(9)成立的关键步骤是用一个 Riccati 差分方程来替代式(14),其解为 LS 参数估计误差判据提供了一个上界.于是有如下结果.

引理 2 考虑系统(12),给定增益矩阵 K_k 与 $\gamma > 0$,则存在一个有界时变解 $P_k = P_k^T \geq 0$ 满足 Riccati 差分方程

$$P_{k+1} = A_{c,k}[P_k + \gamma^{-2}P_k(I - \gamma^{-2}P_k)^{-1}P_k]A_{c,k}^T + K_k K_k^T, P_0 = R, \quad (16)$$

且 $I - \gamma^{-2}P_k > 0, \forall k \in \{0, 1, \dots, N-1\}$, 当且仅当在 $[0, N-1]$ 上, $J_\infty(e, \xi, \theta_0, R) < \gamma$. 此时, LS 参数估计误差判据满足

$$J_2 \leq J_e = \sum_{k=0}^{N-1} \text{tr} \{P_k\}. \quad (17)$$

证 由引理 1 直接可得,当且仅当在 $[0, N-1]$ 上 $J_\infty(e, \xi, \theta_0, R) < \gamma$ 时,式(16)存在一个有界时变解 $P_k = P_k^T \geq 0, \forall k \in \{0, 1, \dots, N-1\}$, 且 $I - \gamma^{-2}P_k > 0$. 此时,用式(16)减去式(14),且令 $Y_k = P_k - Q_k$, 可得

$$Y_{k+1} = A_{c,k}Y_k A_{c,k}^T + \gamma^{-2}A_{c,k}P_k(I - \gamma^{-2}P_k)^{-1}P_k A_{c,k}^T,$$

由于

$$\gamma^{-2}A_{c,k}P_k(I - \gamma^{-2}P_k)^{-1}P_k A_{c,k}^T \geq 0$$

且 $Y_0 = R - R_0 \geq 0$, 显然, $\forall k \in \{0, 1, \dots, N-1\}$, $Y_k \geq 0$, 因而 $Q_k \leq P_k, \forall k \in \{0, 1, \dots, N-1\}$. 由式(13)可知该 P_k 将保证 LS 参数估计误差判据满足式(17). 证毕.

由于在式(9)约束下直接优化式(8)通常很困难,因此本文考虑一个辅助优化问题,也就是求解估计器(7)中的增益矩阵 K_k , 使得式(17)中 LS 参数估计误差判据的上界 J_e 达到最小.这样就有如下主要结果.

定理 1 考虑系统(5)和式(6),给定 $\gamma > 0$, 则存在一个形如式(7)的参数估计器使得式(17)中 LS 参数估计误差判据的上界 J_e 达到最小,当且仅当 Riccati 差分方程

$$P_{k+1} = (P_k^{-1} - \gamma^{-2}I + \varphi_k \varphi_k^T)^{-1}, P_0 = R \quad (18)$$

存在一个有界时变解 $P_k = P_k^T > 0$, 且 $I - \gamma^{-2}P_k > 0, \forall k \in \{0, 1, \dots, N-1\}$. 最优的增益矩阵为

$$K_k = M_k \varphi_k V_k^{-1}. \quad (19)$$

其中

$$M_k = (P_k^{-1} - \gamma^{-2}I)^{-1}, V_k = I + \varphi_k^T M_k \varphi_k. \quad (20)$$

此时在 $[0, N-1]$ 上, $J_\infty(e, \xi, \theta_0, R) < \gamma$, 且 LS 参数估计误差判据满足

$$J_2 \leq \sum_{k=0}^{N-1} \text{tr} \{P_k\}. \quad (21)$$

证 必要性. 由式(17)容易看出, LS 参数估计误差判据的上界 J_e 的最小化等价于 P_k 在正半定意义上的最小化. 假定 $P_k > 0, \forall k$, 利用矩阵求逆公式,式(16)可写为

$$\begin{aligned} P_{k+1} &= (I - K_k \varphi_k^T)(P_k^{-1} - \gamma^{-2}I)^{-1}(I - K_k \varphi_k^T)^T + K_k K_k^T, \\ P_0 &= R. \end{aligned}$$

考虑式(20),并对上式进行配方可得

$$P_{k+1} = M_k - M_k \varphi_k V_k^{-1} \varphi_k^T M_k + (K_k - M_k \varphi_k V_k^{-1}) V_k (K_k - M_k \varphi_k V_k^{-1})^T. \quad (22)$$

显然,当式(19)成立时, P_{k+1} 达到最小.此时式(22)化为

$$P_{k+1} = M_k - M_k \varphi_k V_k^{-1} \varphi_k^T M_k. \quad (23)$$

再利用矩阵求逆公式可得

$$P_{k+1} = (M_k^{-1} + \varphi_k \varphi_k^T)^{-1} = (P_k^{-1} - \gamma^{-2}I + \varphi_k \varphi_k^T)^{-1}.$$

因而,式(18)成立.

充分性. 假定式(18)有一个正半定对称解 P_k , 且 $I - \gamma^{-2}P_k > 0, \forall k \in \{0, 1, \dots, N-1\}$. 由于 $P_0 = R > 0$, 显然 $P_k > 0, \forall k$. 取 K_k 为式(19), 容易验证该 P_k 满足方程式(16), 且由式(19)给出的增益矩阵满足优化的必要条件. 证毕.

注 1 容易看出,当 $\gamma \rightarrow \infty$ 时,定理 1 中的结果可化为传统的 RLS 辨识结果. 逐渐减小 γ 值, 当 $\gamma = \gamma_{opt}$ (最优值)时,定理 1 中的结果就是文献[2]中的时域 H_∞ 辨识结果.

由式(18)可以看出:当 $\gamma \downarrow$ 时, $P_{k+1} \uparrow$, 此时, LS 参数估计误差判据的上界 $J_e \uparrow$, 这意味着当估计器的鲁棒性增强时, 辨识的精度会变差. 相反, 当降低估计器的鲁棒性时, 辨识的精度会提高.

4 示例(Illustrative example)

考虑如下四阶系统

$$y_k = 2.14y_{k-1} - 1.5549y_{k-2} + 0.4387y_{k-3} - 0.042025y_{k-4} + 0.01u_{k-1} + 0.0047u_{k-2} + 0.000924u_{k-3} - 0.000017642u_{k-4} + \xi_k,$$

其中 $\{\xi_k\}$ 是幅度为 1 的随机白噪声序列. 为了产生输出数据, 输入序列 $\{u\}$ 选择为伪随机二进制信号, 样本容量 $N = 300$. 本文用一个二阶模型去拟合它, 也即取式(1)中 $n = 2, m = 1$ 及 $d = 1$.

表 1 不同 γ 值所对应的 J_e 与 J_a

Table 1 Bound J_e and actual error energy J_a versus γ

γ 值	10 ⁶	20	6	3	1.5	1.4
J_a	4.1952	4.2036	4.2892	4.5878	6.1461	6.6007
J_e	11.5206	11.5415	11.7583	12.5488	17.7581	19.5589

表 2 混合 H_2/H_∞ 算法与标准 RLS 算法所得的参数辨识结果

Table 2 Obtained results from the proposed H_2/H_∞ algorithm and standard RLS algorithm

参数	a_1	a_2	b_0	b_1
估计值(标准 RLS 算法)	-1.7763	0.8002	-0.0609	0.0968
估计值(混合 H_2/H_∞ 算法)	-1.8169	0.8408	-0.0741	0.1305

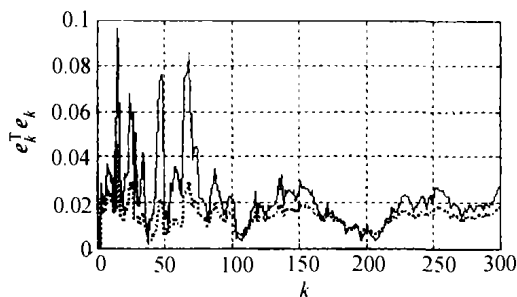


图 1 在白噪声序列作用下的 $e_k^T e_k$
Fig. 1 $e_k^T e_k$ in present of white noise

由图 1 可看出, 在干扰为白噪声序列的条件下, RLS 算法的辨识精度要优于混合 H_2/H_∞ 算法的辨识精度. 而由图 2 可看出, 混合 H_2/H_∞ 辨识算法可保证 $T(e, \xi, \theta_0, R)$ 的最大奇异值不超过 1.4, 而 RLS 算法在采样 300 次时, $T(e, \xi, \theta_0, R)$ 的最大奇异值已接近 1.8, 这说明 RLS 算法的参数估计误差比混合 H_2/H_∞ 算法更易受到干扰的影响.

计算 $T(e, \xi, \theta_0, R)$ 在采样 300 次时的最大奇异向量可得最坏情形干扰 $\{R^{-\frac{1}{2}}\theta_0, \{\xi_k\}_{k=0}^{N-1}\}$. 取初

首先, 取初值 $P_0 = 0.1I, \theta_0 = 0, \varphi_0 = 0$. 利用文献[2]中的方法来迭代计算最优 γ 值, 可得最优 γ 值接近于 1.04. 利用定理 1 及这些初值, 可以得到不同 γ 值所对应的 LS 参数估计误差判据上界 J_e 及实际误差能量 $J_a = \sum_{k=0}^{N-1} e_k^T e_k$ 如表 1 所示. 由表 1 可以看出, 随着 γ 值的逐渐减小, J_e 与 J_a 逐渐增加, 这说明提高辨识的鲁棒性, 需要牺牲辨识的精度作为代价.

现在, 取 $\gamma = 1.4$ 的混合 H_2/H_∞ 辨识算法与标准 RLS 算法进行比较. 利用后 10 次估计值的平均值作为模型参数, 则两种算法所辨识的参数如表 2 所示. 相应的 $e_k^T e_k$ 及算子 $T(e, \xi, \theta_0, R)$ 的最大奇异值分别如图 1 和 2 所示, 其中实线为混合 H_2/H_∞ 算法的结果, 虚线为 LS 算法的结果.

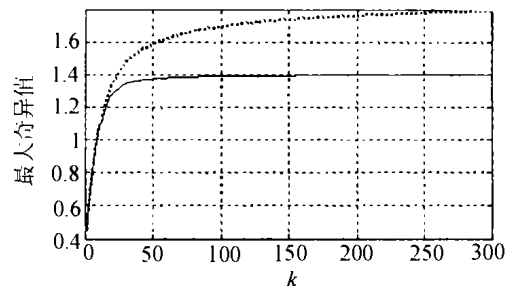


图 2 算子 $T(e, \xi, \theta_0, R)$ 的最大奇异值
Fig. 2 Maximal singular values of $T(e, \xi, \theta_0, R)$

值 $P_0 = 0.006I, \varphi_0 = 0$, 在 LS 算法所得的最坏情形干扰作用下, 两种算法所得的 $e_k^T e_k$ 如图 3 所示, 其中实线为混合 H_2/H_∞ 算法的结果, 虚线为 LS 算法的结果.

由图 3 可看出, 在最坏情形干扰作用下, RLS 算法的辨识精度要次于混合 H_2/H_∞ 算法的辨识精度, 这是因为混合 H_2/H_∞ 算法的鲁棒性优于 RLS 算法. 在混合 H_2/H_∞ 算法所得的最坏情形干扰作用下, 可以得到同样的结论.

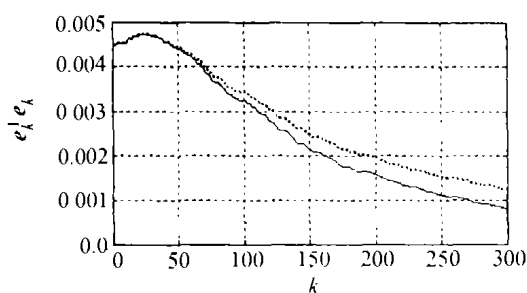


图3 在最坏情形干扰作用下的 $e_k^T e_k$

Fig. 3 $e_k^T e_k$ in present of worse case disturbance

5 结论(Conclusion)

本文对混合 H_2/H_∞ 参数辨识问题进行了研究, 所得的辨识算法不仅能满足规定的鲁棒性能, 且为 LS 参数估计误差判据提供了一个最优上界. 该算法容许在参数辨识时可以在精度与鲁棒性之间进行权衡. 结果表明: 提高辨识的鲁棒性, 需要牺牲辨识的精度作为代价. 这一方法不仅丰富了目前鲁棒辨识的内容, 还揭示了辨识精度与鲁棒性之间的矛盾关系.

参考文献(References):

- [1] 方崇智, 萧德云. 过程辨识[M]. 北京: 清华大学出版社, 1988. (FANG Chongzhi, XIAO Deyun. *Process Identification* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1988.)
- [2] GRIMBLE M J, HASHIM R, SHAKED U. Identification algorithms based on H_∞ state-space filtering techniques [C] // *Proc of IEEE Conf on Decision and Control*. New York: IEEE Press, 1992: 2287 - 2292.
- [3] HASSIBI B, SAYED A H, KAILATH T. H_∞ optimality of the

LMS algorithm [J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 1996, 44 (2): 267 - 280.

- [4] THEODOR Y, SHAKED U, BERMAN N. Time-domain H_∞ identification [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(7): 1019 - 1023.
- [5] DIDINSKY G, PAN Z, BASAR T. Parameter identification for uncertain plants using H_∞ methods [J]. *Automatica*, 1995, 31(9): 1227 - 1250.
- [6] SHAKED U, THEODOR Y. H_∞ -optimal estimation: A tutorial [C] // *Proc of IEEE Conf on Decision and Control*. New York: IEEE Press, 1992: 2278 - 2286.
- [7] SHAKED U, BERMAN N. H_∞ nonlinear filtering of discrete-time processes [J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 1995, 43(9): 2205 - 2209.
- [8] HADDAD W M, BERNSTEIN D S, MUSTAFA D. Mixed-norm H_2/H_∞ regulation and estimation: the discrete-time case [C] // *Proc of American Control Conference*. New York: IEEE Press, 1991: 1159 - 1164.
- [9] de SOUZA C E, XIE L. Robust H_∞ filtering [M] // LEONDES C T. *Control and Dynamic Systems*. San Diego: Academic Press, 1994, Vol 65, Part 2: 323 - 377.

作者简介:

吴淮宁 (1972 —), 男, 北京航空航天大学自动化学院测控系副教授, 1997年6月获博士学位, 其后至1999年7月在北京理工大学从事博士后研究工作. 主要研究方向为鲁棒控制与滤波, 可靠控制, 模糊控制等. E-mail: huainingwu@163.com;

蔡开元 (1965 —), 男, 北京航空航天大学自动化学院教授, 博士生导师, 教育部“长江学者奖励计划”特聘教授(第二批, 导航、制导与控制学科). 分别于1984年、1987年、1991年在北京航空航天大学获得学士、硕士、博士学位. 主要从事计算机系统可靠性、智能控制、模糊技术等方面的研究.

(上接第109页)

在这个例子中系统方程的系数是随意取的, 进一步的计算表明, 取其他的方程系数同样可以得到相应的小波系数, 并且当系统的响应时间减小时, 所求小波趋近于只满足一阶消失矩条件的 CDF5 - 3 小波.

6 结论(Conclusion)

本文利用线性系统的模式来得到小波, 通过构造实例, 证明本文的方法是可行的. 对于特定的线性系统, 其输出信号由若干个模式组成, 因此与系统模式正交的小波用于此系统时会有更好的效果, 本文正是基于此而添加的正交条件.

参考文献(References):

- [1] COHEN A, DAUBECHIES I, FEAUVEAU J. Bi-orthonormal bases

of compactly supported wavelets [J]. *Communication on Pure and Applied Mathematics*, 1992, 45(5): 485 - 560.

- [2] DAUBECHIES I. Ten lectures on wavelets [C] // *CBMS-NSF Regional Conf Series in Applied Mathematics*. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992.
- [3] 胡寿松. 自动控制原理[M]. 北京: 国防工业出版社, 1994. (HU Shousong. *Principle of Automatic Control* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1994.)

作者简介:

王宇 (1976 —), 男, 2001年于国防科技大学自动控制系统获硕士学位, 现为国防科技大学博士生. 主要研究方向为惯性导航. E-mail: badu@163.net;

时伟 (1975 —), 男, 2001年于国防科技大学自动控制系统获硕士学位, 现为国防科技大学博士生. 主要研究方向为模式识别与智能系统.

龙兴武 (1960 —), 男, 国防科技大学理学院教授, 博士生导师. 主要研究领域为激光陀螺.