

基于减法聚类 and 自适应神经-模糊推理系统的 递阶模糊系统的设计

张阿卜

(厦门大学 自动化系, 福建 厦门 361005)

摘要: 提出了一种设计递阶模糊系统的简易而有效的方法. 在得到一个单级模糊系统的基础上, 用灵敏度分析法对每一个输入变量的重要性进行排序, 从而确定每一级子系统的输入变量. 利用减法聚类 and 自适应神经-模糊推理系统逐级对子系统进行训练. 所得到的递阶模糊系统可进一步得到简化. 仿真实例证实了设计方法的有效性.

关键词: 递阶模糊系统; 减法聚类; 输入选择; 自适应神经-模糊推理系统 (ANFIS)

中图分类号: TP15 **文献标识码:** A

Design of hierarchical fuzzy systems based on subtractive clustering and adaptive neuro-fuzzy inference systems

ZHANG A-bu

(Department of Automation, Xiamen University, Fujian Xiamen 361005, China)

Abstract: An easy and effective method to design hierarchical fuzzy systems is presented. The degree of importance of each input variable was obtained using sensitivity analysis method based on a single stage fuzzy model. After ranking of importance of each input variable, input variables of every subsystem of the hierarchical fuzzy system can be determined. Every subsystem was trained from the first stage to the last stage using subtractive clustering and ANFIS (adaptive neuro-fuzzy inference systems). A method to reduce the hierarchical fuzzy system was proposed. The design method was proved to be feasible.

Key words: hierarchical fuzzy system; subtractive clustering; input selection; adaptive neuro-fuzzy inference systems (ANFIS)

1 引言 (Introduction)

模糊逻辑已广泛应用于系统的建模和控制. 随着系统自变量个数的增加, 当取较多的隶属函数个数时, 通常的模糊系统 (单级模糊系统) 就可能会遇到所谓的“规则爆炸”问题. 具有递阶结构的模糊系统可以大大减少规则数^[1~3]. 递阶模糊系统的设计包括结构的确定和参数的优化. 结构的确定要解决各个子系统之间的连接关系、每一个子系统的输入变量的配置以及输入空间的划分. 文献[4]提出了一种递阶模糊系统的设计方法, 但没有给出解决子系统的输入变量的配置方法. 文献[5]虽然给出了一种输入变量配置的方法, 但没有剔除对系统影响很小的输入变量. 文献[4, 5]对输入空间的划分均采用均匀划分格式, 因而仍有可能产生较多的规则数. 本文提出了一种递阶模糊系统的设计方法, 它采用灵敏度分析法解决输入变量的配置问题, 用减法聚

类法对输入空间进行分割, 参数的优化则采用自适应神经-模糊推理系统 (ANFIS) 的混合学习算法^[6]. 所提出的设计方法还能剔除对系统影响很小的输入变量, 因而简化了递阶模糊系统的结构:

2 TS 型的递阶模糊系统 (TS type hierarchical fuzzy system)

本文所要建立的是图 1 所示的具有 n 个输入的递阶模糊系统. 文献[1]已经论证, 当每一个子系统只有两个输入变量时, 递阶模糊系统的总规则数是最少的. 这就是本文采用这种结构的原因. 这也就确定了递阶模糊系统中各个子系统之间的连接关系.

系统中每一级子系统都是 Takagi-Sugeno (TS) 型的模糊模型. 设 $L_j (j = 1, 2, \dots, n-1)$ 是第 j 级子系统的规则数, $A_{j,i}^l$ 是对应于第 j 级子系统的第 l 条规则中第 i 个输入的模糊集合. $A_{j,i}^l$ 的隶属函数为高斯函数 $\mu_{A_{j,i}^l}$.

$$\mu_{A_{j,i}^l}(x_{j,i}) = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_{j,i} - c_{j,i}^l}{\sigma_{j,i}^l} \right)^2 \right].$$

其中 $x_{j,i}$ 为第 l 条规则中第 i 个输入变量。

令 $y^0 = x^1$, 则如图 1 所示的第 j 级子系统的第 l 条规则可表示如下

R_j^l : IF x^{j+1} is A_{j1}^l and y^{j-1} is A_{j2}^l ,

THEN $y_j^l = p_{j1}^l x^{j+1} + p_{j2}^l y^{j-1} + p_{j3}^l$.

第 j 级子系统的输出为

$$y^j = f_1^j x^{j+1} + f_2^j y^{j-1} + f_3^j.$$

其中

$$f_i^j = \sum_{l=1}^{L_j} w_j^l p_{ji}^l / \sum_{l=1}^{L_j} w_j^l,$$

$$w_j^l = \mu_{A_{j1}^l}(x^{j+1}) \mu_{A_{j2}^l}(y^{j-1}).$$

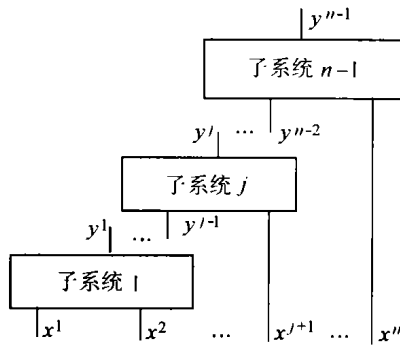


图 1 递阶模糊系统

Fig. 1 Hierarchical fuzzy system

3 基于灵敏度分析的输入选择 (Input selection based on sensitivity analysis)

在对输入变量进行配置之前必须对每一个输入变量的重要性进行排序。为此,需要建立一个单级的 TS 模糊模型。

考虑如下 n 个输入单个输出的系统

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

首先,根据一组训练数据对 $[x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k); y(k)]$, $k = 1, \dots, p$, 可以利用 MATLAB 模糊工具箱中的 ANFIS 函数建立单级 TS 模糊模型。设每个输入变量的隶属函数个数均为 M 个, 则该模糊模型的规则数为 $L = M^n$ 。由于该单级模糊模型仅用于灵敏度分析, 它不必具有太高的精度, 因此可以取较少的隶属函数个数, 从而减少模糊模型的规则数。设单级 TS 模糊模型的第 l 条规则为

R^l : IF x_1 is A_1^l and $\dots$ and x_n is A_n^l ,

THEN $y^l = p_1^l x_1 + \dots + p_n^l x_n + p_{n+1}^l$.

其中 A_i^l 是模糊集合。

该单级 TS 模糊模型的输出为

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^{n+1} f_i x_i.$$

式中

$$x_{n+1} = 1, f_i = \sum_{l=1}^L w^l p_i^l / \sum_{l=1}^L w^l,$$

$$w^l = \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i).$$

A_i^l 的隶属函数为

$$\mu_{A_i^l}(x_i) = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_i - c_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right], i = 1, 2, \dots, n.$$

基于这个模糊模型可以计算出每一个输入变量 x_i 相对于输出 $\hat{y}$ 的灵敏度。先计算

$$D_i = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p \left| \frac{\partial \hat{y}(k)}{\partial x_i(k)} \right|, i = 1, 2, \dots, n.$$

其中

$$\frac{\partial \hat{y}(k)}{\partial x_i(k)} = f_i(k) + \sum_{j=1}^{n+1} x_j(k) \frac{\partial f_j(k)}{\partial x_i(k)},$$

$$\frac{\partial f_j(k)}{\partial x_i(k)} = \frac{1}{b} \frac{\sum_{l=1}^L w^l (p_j^l - f_j) (c_i^l - x_i)}{(\sigma_i^l)^2},$$

$$b = \sum_{l=1}^L w^l.$$

定义 x_i 相对于输出 $\hat{y}$ 的灵敏度为

$$S_i = \frac{D_i}{\max_i(D_i)}.$$

灵敏度越高, 就表明该输入变量对输出的影响越大, 因此可以根据灵敏度 S_i 对所有的输入变量的重要性进行排序。

4 基于减法聚类的 ANFIS 的应用 (Application of ANFIS based on subtractive clustering)

本文采用减法聚类 and ANFIS 相结合的做法。在建立递阶模糊系统各级子系统时, 首先使用减法聚类进行输入空间划分, 而后采用 ANFIS 的训练方法对规则的前提和结论参数进行优化。

聚类方法能进行有效的输入空间划分, 而有效的输入空间划分往往能减少规则的数目。目前常采用的聚类方法有: 硬 K 均值聚类, 模糊 C 均值聚类 (FCM), 山峰聚类法和减法聚类法^[7]等。山峰聚类先把输入空间均匀划分, 把网格的交叉点都作为聚类中心的候选点, 而减法聚类把每一个数据点作为一个潜在的聚类中心, 克服了山峰聚类法计算量随着问题的维数按指数增长的不足, 使得聚类的结果与问题的维数无关。

在对各级子系统进行减法聚类时,应选定每一级子系统相应的聚类半径 r_j , 它决定了每一个聚类的影响范围。

ANFIS 方法在固定规则前提参数的条件下,用最小二乘法优化结论参数.在已经辨识出结论参数之后,利用梯度下降法对前提参数进行优化.可以利用训练数据反复对规则的前提和结论参数进行多次训练,使建立的模型以足够的精度逼近真实对象.本文采用如下做法来确定 ANFIS 的训练次数.设第 j 级的第 $m+1$ 次训练后的 RMSE(均方根误差)为 $RMSE_j(m+1)$, 当满足如下条件时,则停止训练,进行下一级的训练:

$$\frac{|RMSE_j(m+1) - RMSE_j(m)|}{RMSE_j(m+1)} \leq \varepsilon_0.$$

1) $RMSE_j(m+1) > RMSE_j(m)$, 取第 m 次训练后的结果;

2) $RMSE_j(m+1) \leq RMSE_j(m)$, 取第 $m+1$ 次训练后的结果,其中 ε_0 为给定的训练精度。

5 递阶模糊系统的建立和简化 (Establishment and reduction of a hierarchical fuzzy system)

5.1 递阶模糊系统的建立 (Establishment of a hierarchical fuzzy system)

在完成输入变量重要性的排序之后,就可以对各级子系统的输入变量进行配置。

设根据灵敏度由大到小对输入变量进行排序的结果为 $x^1, x^2, \dots, x^n$, 则第一级子系统的输入变量设置为 $x^1(k), x^2(k)$, 其他级的输入变量设置为 $x^{j+1}(k), y^{j-1}(k), j = 2, \dots, n-1$. 其中 $y^{j-1}(k)$ 为第 $j-1$ 级子系统的输出. 同时设置每一级子系统的希望输出为系统的实际输出,这样就形成新的每一级子系统的训练数据对 $[x^1(k), x^2(k); y(k)]$ 以及 $[x^{j+1}(k), y^{j-1}(k); y(k)], j = 2, \dots, n-1; k = 1, \dots, p$.

在确定了各级子系统的训练数据对并选定每一级子系统的聚类半径 r_j 后,就可以从 $j = 1$ (第一级)开始,采用上述的基于减法聚类的 ANFIS 逐级地建立各级子系统,一直到 $j = n-1$ 为止。

5.2 递阶模糊系统的简化 (Reduction of a hierarchical fuzzy system)

上面所设计的递阶模糊系统采纳了全部的输入变量,本文给出的如下方法可以对递阶模糊系统进行简化,减少子系统的个数,从而进一步减少规则数。

记 $RMSE_{\min} = \min_j(RMSE_j)$, 当满足如下条件时,则删去第 $j(j \geq 2)$ 至第 $n-1$ 级的子系统

$$\delta_j = \frac{|RMSE_j - RMSE_{j-1}|}{RMSE_{\min}} \leq \varepsilon_1.$$

其中 ε_1 为给定的模型精度。

6 仿真实验 (Simulation)

为了验证所提出的设计方法的有效性,进行了两个仿真实验。

6.1 仿真实验 1 (Example 1)

函数被定义为

$$y = -0.2x_1^3 + 0.8x_2^2 + 2x_3 - 5.$$

输入 x_1, x_2, x_3 均为 $[-1, 1]$ 的随机数,另加入一个随机干扰输入 $x_4 \in [-1, 1]$, 由此产生 200 个数据对,先建立包含 4 个输入变量的 TS 型单级模糊模型,输入空间是网格均匀划分的,用 ANFIS 方法训练 1 次. 当每个输入变量的隶属函数个数都为 3 时,模糊规则数为 81, 计算出每个输入变量的灵敏度 $S_1 = 0.0927, S_2 = 0.3604, S_3 = 1, S_4 = 0.0117$. 当每个输入变量的隶属函数个数都为 2 时,模糊规则数为 16, 计算出每个输入变量的灵敏度 $S_1 = 0.0968, S_2 = 0.3780, S_3 = 1, S_4 = 0.0067$. 虽然取不同的隶属函数个数,但所得到的输入变量的重要性排序没有变化. 在建立递阶模糊系统时,产生 1000 个数据对,每一级子系统用基于减法聚类的 ANFIS 训练,并采用两种不同的输入变量配置. 第一种结构是根据灵敏度的大小设置每一级子系统的输入,即 $x^1 = x_3, x^2 = x_2, x^3 = x_1, x^4 = x_4$. 第二种结构为 $x^1 = x_1, x^2 = x_2, x^3 = x_3, x^4 = x_4$. 两种不同的递阶模糊系统的训练结果见表 1. 显然,第一种结构的递阶模糊系统要优于第二种. 取 $\varepsilon_1 = 0.02$ 对第一种结构的递阶模糊系统进行简化,简化后的递阶模糊系统由两级组成,排除了干扰输入 x_4 , 总规则数为 15. $RMSE = 0.0121391$.

表 1 实验 1 的仿真结果

Table 1 Simulation results of Example 1

结构	级数 j	r_j	规则数	$RMSE_j$
结 构 一	1	0.5	7	0.0726986
	2	0.5	8	0.0121391
	3	0.5	8	0.0120175
结 构 二	1	0.5	9	1.174710
	2	0.5	8	0.150864
	3	0.5	8	0.148088

6.2 仿真实验2(Example 2)

对象^[8]被定义为

$$y(k+1) = \frac{y(k)y(k-1)y(k-2)u(k-1)[y(k-2)-1]+u(k)}{1+y^2(k-1)+y^2(k-2)}.$$

这是一个非线性动态系统. 定义 $x_1 = u(k)$, $x_2 = u(k-1)$, $x_3 = y(k)$, $x_4 = y(k-1)$, $x_5 = y(k-2)$. $u(k)$ 取 $[-2, 2]$ 的随机数, 得到 1500 个输入输出数据对, 用以建立包含 5 个输入变量的 TS 型单级模糊模型, 每个输入变量的隶属函数个数都为 2, 采用普通的 ANFIS 方法训练一次, 在此基础上可以得到 $S_1 = 1$, $S_2 = 0.0664$, $S_3 = 0.0915$, $S_4 = 0.2661$, $S_5 = 0.2859$. 根据灵敏度的大小设置每一级子系统的输入, 即 $x^1 = x_1$, $x^2 = x_5$, $x^3 = x_4$, $x^4 = x_3$, $x^5 = x_2$. 在建立递阶模糊系统时, 仿照文献[8] 用如下做法产生 9000 个训练数据对: 当 $0 \leq k < 4500$ 时, $u(k)$ 取 $[-2, 2]$ 的随机数, 当 $4500 \leq k \leq 9000$ 时, $u(k) = 1.05\sin(k\pi/45)$, 用基于减法聚类的 ANFIS 训练每一级子系统, 递阶模糊系统的训练结果见表 2.

表 2 实验 2 的仿真结果

Table 2 Simulation results of Example 2

级数 j	r_j	规则数	RMSE _{j}
1	0.2	5	0.232999
2	0.5	2	0.197472
3	0.5	2	0.196738
4	0.5	2	0.195951

取 $\epsilon_1 = 0.02$ 对递阶模糊系统进行简化, 简化后的递阶模糊系统只有两级, 两级的输入变量分别为 $u(k)$, $y(k-2)$ 和 y^1 , $y(k-1)$, 忽略了对系统影响较小的输入变量 $u(k-1)$, $y(k)$, 这时递阶模糊系统仅由 7 条规则组成.

为考验简化后的递阶模糊系统的性能, 取

$$u(k) = \sin(\pi k/25), \quad k < 250,$$

$$u(k) = 1.0, \quad 250 \leq k < 500,$$

$$u(k) = -1.0, \quad 500 \leq k < 750,$$

$$u(k) = 0.3\sin(\pi k/25) + 0.1\sin(\pi k/32) + 0.6\sin(\pi k/10), \quad 750 \leq k \leq 1000.$$

将 $u(k)$ 分别施加到真实对象和简化后的递阶模糊系统上, 图 2 是仿真的结果.

仿真结果验证了这种设计方法的有效性. 仿真实验也表明, 在建立用于灵敏度分析的单级模糊系统时, 为减少模糊规则数和计算量, 可以选择较少

的隶属函数个数和训练数据对以及 ANFIS 训练次数.

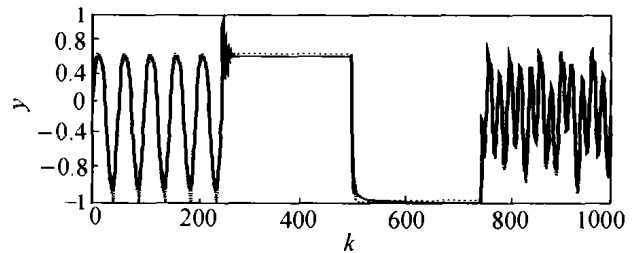


图 2 对象和简化递阶模糊系统的输出
(分别为实线和虚线)

Fig. 2 Output of the plant (solid line) and the reduced hierarchical fuzzy system (dashed line)

7 结论(Conclusion)

本文提出了一种基于减法聚类的 ANFIS 的递阶模糊系统的设计方法, 它有效地解决了输入变量的配置, 输入空间的划分以及参数的优化问题, 并能进一步简化递阶模糊系统的结构. 本文所提出的设计方法也非常适合于在已有的单级模糊系统基础上建立递阶模糊系统.

参考文献(References):

- [1] RAJU G V S, ZHOU J, KISNER R A. Hierarchical fuzzy control [J]. *Int J Control*, 1991, 54(5): 1201 - 1216.
- [2] RAJU G V S, ZHOU J. Adaptive hierarchical fuzzy controller [J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics*, 1993, 23(4): 973 - 980.
- [3] WANG L X. Universal approximation by hierarchical fuzzy systems [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1998, 93: 223 - 230.
- [4] WANG L X. Analysis and design of hierarchical fuzzy systems [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1998, 7(5): 617 - 624.
- [5] CHUNG F L, DUAN J C. On Multistage fuzzy neural network modeling [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2000, 8(2): 125 - 142.
- [6] JANG J S R. ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference systems [J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics*, 1993, 23(3): 665 - 685.
- [7] CHIU S L. Fuzzy model identification based on cluster estimation [J]. *J of Intelligent and Fuzzy Systems*, 1994, 2(3): 267 - 278.
- [8] JUANG C F, LIN C T. A recurrent self-organizing neural fuzzy inference network [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1999, 10(4): 828 - 845.

作者简介:

张阿卜 (1946—), 男, 厦门大学自动化系教授, 1970 年毕业于清华大学, 目前研究方向为模糊系统, 智能控制, 过程控制等.
E-mail: abzhang@jingxian.xmu.edu.cn.