

考虑动力学模型的非完整移动机器人运动规划

郭丙华¹, 胡跃明²

(1. 肇庆学院 电子信息工程系, 广东 肇庆 526061; 2. 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640)

摘要: 针对非完整移动机器人, 在运动学和动力学约束条件下提出了一种运动规划方法. 在工作环境已知情况下, 根据移动机器人的动力学模型和无打滑非完整运动约束条件, 采用立方螺线对规划的路径光滑化, 从而使得移动机器人易于跟踪所规划的路径, 同时考虑了移动机器人速度的限制. 最后采用 Matlab 对该算法进行了数值仿真, 结果表明该方法是有用的.

关键词: 非完整移动机器人; 运动学和动力学约束; 运动规划

中图分类号: TP242 **文献标识码:** A

Motion planning for nonholonomic robot with dynamic modeling

GUO Bing-hua¹, HU Yue-ming²

(1. Department of Electronics and Information Engineering, Zhaoqing College, Zhaoqing Guangdong 526061, China;

2. College of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

Abstract: The work addresses the motion planning problem of nonholonomic mobile robot by considering kinematic and dynamic constraints on the robot motion. Under the known working environment, the cubic spiral curve was used to smooth the collision-free path based on the dynamic model and non-slipping nonholonomic kinematic constraint of mobile robot. It thus made the robot easy to track, and took into account the motor's speed limits of robot. Finally, numerical simulations were performed using Matlab to illustrate the effectiveness of the proposed planning method.

Key words: nonholonomic robot; kinematic and dynamic constraints; motion planning

1 引言(Introduction)

作为非完整移动机器人控制任务之一的运动规划, 其常采用的方法有两种: 一种是直接考虑非完整约束, 如路径迭代方法^[1]等; 另一种方法是在已知的环境中规划出一条无碰撞的可行路径, 然后再考虑非完整约束^[2]. 后一种方法的优点是易于在复杂的环境中找出一条无碰撞路径, 由于先规划出来的路径可能由若干线段组成, 而且线段之间可能出现不连续, 为了避免移动机器人在运动的过程中产生滑动现象而降低机器人的实时到达性, 有必要将路径光滑化.

目前, 移动机器人的运动规划大部分都是基于其运动学模型, 其结果也仅仅适应于惯性非常小的机器人, 对于重量和惯性大的移动机器人来说, 特别是速度比较快的机器人, 必须考虑其重量和惯性的影响. 本文是在移动机器人的运动学约束和动力学约束的基础上, 先由路径规划器产生一条无碰撞可行的路径, 再对其进行修正并采用立方螺线进行光

滑, 同时考虑移动机器人的实际速度限制, 对规划的路径实施跟踪.

2 移动机器人模型(Models of mobile robot)

考虑一具有二个自由度的移动机器人, 其结构如图 1 所示, 移动机器人的两后轮分别采用独立的马达驱动, 以两后轮的中点位置 P 作为参考点, 可得到其运动学和动力学模型^[3]:

$$A(q)\dot{q} = 0, \quad (1)$$

$$M(q)\ddot{q} + \tau_d = B(q)T + A^T(q)\lambda. \quad (2)$$

$$\text{其中, } M(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}, B(q) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\theta \\ \sin\theta & \sin\theta \\ D & -D \end{bmatrix},$$

$A(q) = (-\sin\theta \quad \cos\theta \quad 0)$, τ_d 为扰动项, $q = (x, y, \theta)$, $\lambda = -m(\dot{x}\cos\theta + \dot{y}\sin\theta)\dot{\theta}$, T 为马达驱动力矩, θ, m, I, D 分别为移动机器人方向角度、质量、转动惯量和两后轮之间距离.

经过适当的变换^[4], 可将方程(1)转化为如下形式:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

假定移动机器人的左右后轮的角速度为 w_l , w_r , 则有

$$v_1 = \frac{R}{2}(w_r + w_l). \quad (4)$$

$$v_2 = \frac{R}{2D}(w_r - w_l). \quad (5)$$

其中 R 为轮子半径, D 为两后轮之间的距离.

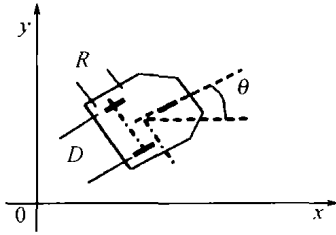


图1 轮式移动机器人示意图
Fig. 1 Wheel mobile robot

3 运动规划(Motion planning)

假定环境已知,当不存在障碍物时,其运动的路径为连接初始位置到目标位置的一条直线,如果存在障碍物,其路径则由连接初始位置、中间位置和目标位置各线段组成,且连接各线段不与障碍物相碰.假定障碍物为多边形,在已知环境中,求得路径中间点的方法有 V-G(visibility graph)方法^[3],该方法可以得到一条最短的路径,但存在一些缺点,当在较狭窄的通道中,所求得的路径可能是行不通的,因为移动机器人具有一定的尺寸大小.另外当障碍物的节点很多时,其路径的计算是非常复杂的,从而降低了路径规划的效率.在此采用下述步骤来高效寻求一条最短路径.

- 1) 根据起始位置和目标位置,确定障碍物位置.
- 2) 计算通道宽度,以确定移动机器人能否通过.
- 3) 取消不必要的障碍物结点,并组合成路径网络.
- 4) 采用 V-G 方法,寻求最短路径.
- 5) 将路径光滑化.

假定移动机器人工作的环境如图2所示,其任务是由初始位置运动到目标位置,则根据上述方法可以得到图2中所示的无碰撞路径连接线段(见图中虚线所示).

为使移动机器人有效地跟踪规划的路径,由于路径包含许多中间点,有必要将可行路径线段进行修正并光滑化,修正的路径可见图2实线所示.在此采用立方螺线对线段连接进行光滑,立方螺线的特

性可参见文献[5].

利用立方螺线的特性对图2中的实线2,4进行光滑,可得到光滑无碰撞路径(图2中的点线).

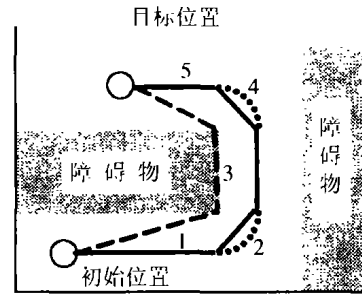


图2 未光滑路径和光滑路径
Fig. 2 Non-smooth path and smooth path

在移动机器人的模型中,新的控制向量 $V = (v_1, v_2)$ 为两后驱动轮角速度的线性组合(见方程(4)、(5)).设

$$k_p = \frac{w_l}{w_r}, \quad (6)$$

则当 $k_p = 1$ 时,移动机器人沿直线运动; $k_p > 1$ 时,移动机器人右转; $k_p < 1$ 时,移动机器人左转.代入方程(4)、(5),可得

$$\frac{v_1}{v_2} = D \left(\frac{k_p + 1}{k_p - 1} \right). \quad (7)$$

其中: $k_p \neq 1$; 当 $k_p = 1$ 时,有 $v_1 = R w_r$, $v_2 = 0$.

k_p 与曲率 $k(s)$ 有如下的关系^[6]:

$$k_p = \frac{1 - k(s)D}{1 + k(s)D}. \quad (8)$$

将方程(8)代入到式(7),可得到

$$\frac{v_1}{v_2} = D \frac{\left(\frac{1 - k(s)D}{1 + k(s)D} + 1 \right)}{\left(\frac{1 - k(s)D}{1 + k(s)D} - 1 \right)}. \quad (9)$$

其中 $k(s) = \frac{1}{2} a_3 s^2 + a_2 s + a_1$; a_1, a_2, a_3 为常数; s 为路径长度.

考虑到控制的实时性,取采样时间为 Δt ,假定移动机器人两后轮连线中点 P 以平均速度 v_m 运动,即

$$v_m = \frac{1}{2}(w_l + w_r)R, \quad (10)$$

则有

$$s_{i+1} = s_i + v_m \Delta t. \quad (11)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, s_1 = -l/2$, s_i 为采样时刻路径长度.由方程(8)、(9)可得到实时路径曲率 $k_i(s)$ 和速率 V_i .

在实际的控制中,由于路径曲率受到移动机器

人大小的限制,曲率太小,将会导致机器人产生滑动而无法跟踪规划的路径,因而路径曲率必须满足下式

$$k_i \geq k_c. \quad (12)$$

其中 k_c 为常值,其大小可由实验来确定.

4 路径跟踪(Path tracking)

4.1 跟踪控制器的设计(Tracking controller design)

当可行的无碰撞路径光滑后,由移动机器人的运动学和动力学模型(见方程(1)、(2)),对方程(3)求导并代入方程(2),则方程(1)和(2)可以写成如下形式:

$$\begin{cases} \dot{q} = S(q)V, \\ \dot{V} = \mu. \end{cases} \quad (13)$$

其中 μ 可由下式确定:

$$T = \bar{B}^{-1}(\bar{M}\mu + \tau_d), \quad (14)$$

且 $\bar{B} = S^T B$, $\bar{M} = S^T M S$.

设参考模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_r = v_{1r} \cos \theta_r, \\ \dot{y}_r = v_{1r} \sin \theta_r, \\ \dot{\theta}_r = v_{2r}. \end{cases} \quad (15)$$

其中, $v_{1r} \neq 0$, 则可以找到一个光滑的 V_c , 使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} (q_r - q) = 0$, 再设计一个辅助的输入 μ , 使其当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $V \rightarrow V_c$.

文献[4]给出了一个鲁棒的速度控制输入, 即

$$V_c = \begin{bmatrix} v_{1r} \cos e_3 + k_1 e_1 \\ v_{2r} + k_2 v_{1r} e_2 + k_3 v_{1r} \sin e_3 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

其中

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = G_e(q_r - q),$$

$$G_e = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

若取

$$\mu = \dot{V}_c + k_4(V_c - V), \quad (17)$$

则可保证当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $V \rightarrow V_c$, 这样再由方程(14)就可得到所需的控制力矩. 在上述参考模型方程中, 取 $v_{1r} = v_1$, $v_{2r} = v_2$, 则可以保证移动机器人稳定跟踪规划的路径.

4.2 机器人实际速度限制(Robot's speed limited)

假定移动机器人两后轮的驱动马达型号相同, 其实际的驱动能力受到马达的实际驱动力矩限制, 由此也就限制了两后轮的实际转速, 即 $w_{\min} \leq w_1 \leq$

$w_{\max}$, $w_{\min} \leq w_r \leq w_{\max}$, 其中 $w_{\min}$ 和 $w_{\max}$ 为移动机器人后轮最小和最大角速度.

由方程(10)可知, 移动机器人两后轮连线中点 P 以平均速度 v_m 运动, 为使移动机器人跟踪规划的路径, 避免其转弯时, w_r 和 w_l 同时增大, 从而导致实际的 $k(s)$ 减小, 或者使得 w_r 接近甚至超过平均角速度 $w_{\max}$, 应使得下式成立, 即

$$w_{\min} \leq w_m \leq \frac{1}{2} w_{\max}. \quad (18)$$

5 仿真(Simulation)

本文利用了 Matlab 对移动机器人进行了仿真, 初始位置为 $(0, 0, \pi/2)$, 目标位置为 $(3, 4, \pi)$. 取 $k_0 = 2$, $k_1 = 0.5$, $k_2 = 5$, $k_3 = 3$, $k_4 = 5$, 利用式(16), (17)跟踪参考轨迹, 仿真的结果见图3, 4所示. 图3, 图4为移动机器人恒速运动时的控制力矩.

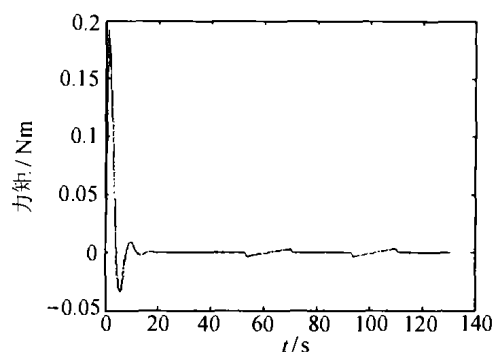


图3 输入力矩1
Fig. 3 Input torque 1

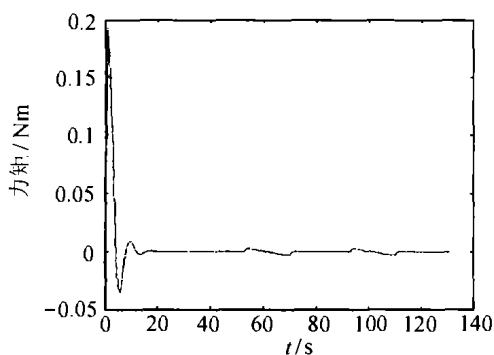


图4 输入力矩2
Fig. 4 Input torque 2

6 结论(Conclusion)

本文讨论了移动机器人在运动学和动力学约束条件下的运动规划方法: 先由路径规划器产生一条无碰撞可行的路径, 再对其进行修正并采用立方螺线进行光滑, 然后利用鲁棒的控制跟踪光滑路径; 同时考虑了驱动马达的实际速度的限制, 选择一个比较适当的驱动速度, 使其有利于跟踪规划的路径, 仿真的结果证明了该方法简单、有效. 将来下一步的

工作将主要是针对移动机器人在未知环境中以及规划过程中存在的不确定性,寻求一种自主和鲁棒的规划算法。

参考文献(References):

- [1] POPA D O, WEN J T. Nonholonomic path planning with obstacle avoidance: a path-space approach [C]// *Proc of Int Conf on Robotics and Automation*. Minneapolis, Minnesota: IEEE Publish Society, 1996:2662-2667.
- [2] ZULLI R, FIERRO R, CONTE G, et al. Motion planning and control for nonholonomic mobile robots [C]// *Proc of Int Conf on Robotics and Automation*. Aichi: IEEE Publish Society, 1995:551-557.
- [3] NEUS M, MAOUCHE S. Motion planning using the modified visibility graph [C]// *Proc of Int Conf on Systems, Man, and Cybernetics*. Tokyo: IEEE Publish Society, 1999:651-655.
- [4] KANYAMA Y, MIYAKE N. Trajectory generation for mobile robots

[C]// *Proc of Int Symp on Robotics Research*. Gouvieaa, USA: IEEE Publish Society, 1985:16-23.

- [5] KANAYAMA Y, HARTMAN B I. Smooth local path planning for autonomous vehicle [C]// *Proc of Int Conf on Robotics and Automation*. Scottsdale, Arizona: IEEE Publish Society, 1989:1265-1270.
- [6] WEBER H. A motion planning and execution system for mobile robots driven by stepping motors [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2000, 33(4):207-221.

作者简介:

郭丙华 (1966—),男,副教授,2003年获得博士学位,主要研究兴趣为智能控制,移动机器人运动规划等, E-mail: gbhl@21cn.com;

胡跃明 (1960—),男,教授,博士生导师,曾任香港理工大学电子系副研究员和研究员等职,主要研究兴趣为非线性控制与移动机器人应用技术,智能医疗器械,基于视觉技术的检测与控制系统设计等, E-mail: auyhmhu@scut.edu.cn.

(上接第442页)

参考文献(References):

- [1] ANDERSON R J, SPONG M W. Bilateral control of teleoperators with time delay [J]. *IEEE Trans on Automation Control*, 1989, 34(4):494-501.
- [2] NIEMEYER G, SLOTTLINE J J E. Stable adaptive teleoperation [J]. *IEEE J of Oceanic Engineering*, 1991, 16(1):152-162.
- [3] HAHTRUDI-ZAAD K, SALCUDEAN S E. Transparency in time-delayed systems and the effect of local force feedback for transparent teleoperation [J]. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 2002, 18(1):101-114.
- [4] 宋爱国,黄惟一.空间遥控作业系统的自适应无源控制[J].宇航学报,1997, 18(3):26-32.
(SONG Aiguo, HUANG Weiyi. Adaptive passive control of space telemanipulation systems [J]. *J of Astronautics*, 1997, 18(3):26-32.)
- [5] ANDERSON R J, SPONG M W. Asymptotic stability for force reflecting teleoperators with time delay [J]. *Int J of Robotics Research*, 1992, 11(2):135-149.
- [6] MUNIR S. *Internet based teleoperation* [D]. Atlanta: Georgia Institute of Technology, 2000.
- [7] GALLEGOS J A, RODRIGUEZ D C, SPONG M W. A stable control scheme for teleoperators with time delay [J]. *Int J of Robotics and*

Automation, 1997, 12(3):73-79.

- [8] ARCARA P, MELCHIORRI. Control schemes for teleoperation with time delay: a comparative study [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2002, 38(1):49-64.
- [9] MALEK M Z, JAMSHIDI M. *Time Delay Systems: Analysis, Optimization and Application*, North Holland System and Control Series [M]. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1987.
- [10] 姜偕富.线性时滞系统的鲁棒及自适应控制[D].南京:东南大学,2001.
(JIANG Xiefu. *Robust and adaptive control of linear time delay system* [D]. Nanjing: Southeast University, 2001.)

作者简介:

陈启宏 (1975—),男,工学博士,副教授,研究领域为遥操作机器人控制技术, E-mail: qh-chen@hotmail.com;

费树岷 (1961—),男,教授,博士生导师,研究领域为机器人控制技术,非线性控制系统分析与综合,鲁棒控制,自适应控制,时滞系统的设计与综合等, E-mail: smfei@seu.edu.cn;

全书海 (1956—),男,教授,教授,博士生导师,研究领域为智能控制技术, E-mail: quanshuh@mail.whut.edu.cn;

宋爱国 (1968—),男,教授,博士生导师,究领域为机器人传感与控制技术,智能信息处理技术, E-mail: a.g.song@seu.edu.cn.