

## 变频调速给水泵站效率最优控制策略

张承慧<sup>1</sup>, 李洪斌<sup>2</sup>, 廖莉<sup>1</sup>, 程兆林<sup>3</sup>

(1. 山东大学 控制科学与工程学院, 山东 济南 250061;

2. 阿尔伯特大学 电气工程系, 加拿大 阿尔伯特 埃德蒙顿, T6G, 2G7; 3. 山东大学 数学与系统科学学院, 山东 济南 250100)

**摘要:** 提出一种符合水泵并联运行特性的最小流量偏差效率优化模型, 克服了 Cohen G. 模型的不足. 针对水泵高效区约束条件的复杂性, 给出了简化高效区约束条件, 明显缩短了优化求解时间, 而求解精度基本不受影响. 采用 0-1 完全枚举和 Wolfe 既约梯度等算法求解模型, 得到满意的控制策略. 实验结果证实了优化模型的有效性, 实际应用效果良好.

**关键词:** 优化调度; 变频调速; 最优控制; 给水泵站

**中图分类号:** TP278      **文献标识码:** A

## Efficiency optimization control for water-supply pumping stations driven by frequency converter

ZHANG Cheng-hui<sup>1</sup>, LI Hong-bin<sup>2</sup>, LIAO Li<sup>1</sup>, CHENG Zhao-lin<sup>3</sup>

(1. School of Control Science & Engineering, Shandong University, Jinan Shandong 250061, China;

2. Department of Electrical Engineering, Alberta University, Edmonton, Alberta, T6G, 2G7, Canada;

3. School of Mathematics & System Science, Shandong University, Jinan Shandong 250100, China)

**Abstract:** To remedy the defects of the flow difference model proposed by Cohen G., an improved model is presented on flow difference minimization which satisfies the parallel characteristics of pumping stations. The simplified constraints are proposed to solve the solution complexity of precise constraints of high-efficiency operational areas to reduce the solution time greatly and maintain the precision. The 0-1 enumeration and Wolfe reduced gradient method was used to solve the model. It can obtain the satisfying control strategy. A lot of experimental results illuminated the validity of the optimization model. Some research fruits have been applied to real engineering with good performance.

**Key words:** optimal scheduling; variable frequency speed regulation; optimization control; water supply pumping stations

### 1 引言 (Introduction)

目前, 在经济不发达国家中, 多数给水系统运行不甚合理, 浪费水电的现象非常普遍, 造成了严重的经济和社会效益损失. 给水泵站一般是按最不利条件下, 最大时流量和所需扬程设计的, 而在实用中水泵的工况点是随用水量的变化而变化的, 在绝大部分时间里, 泵站的供水流量和扬程远远低于所设计的流量和扬程. 国内普遍使用的变频调速 PID 控制系统发展很快, 应用效果良好, 已经成为给水泵站改造和设计的主流和首选方案<sup>[1,2]</sup>, 但仍存在着不容忽视的问题: 1) 恒压控制没有考虑流量指标, 将导致部分管网压力损失. 2) 没有考虑水泵效率降低的问题. 事实上, 水泵在相当多的时间内是处于低效

运行状态. 总之, 变频调速恒压给水系统的效率并不是最优的, 只靠调速不可能实现泵站优化运行, 尤其是水泵效率依然有相当大的改善空间, 不良的控制可使电费浪费 10% ~ 40%<sup>[1,3]</sup>. 因此, 实现给水泵站的效率优化控制仍然是一项十分急迫和重要的任务.

给水泵站的效率优化控制和调度是一类复杂的有约束非线性规划问题, 由于连续变量与离散变量的综合作用, 以及水泵模型的多变量耦合、强非线性特征的影响, 使得其建模及求解问题都比较麻烦. 国内外目前尚未给出解决这一问题的简便、实用的方法. 人们延用的 Cohen G. 流量偏差建模方法<sup>[4]</sup>, 虽然其约束条件少, 求解简便, 但与实际并联工况的差

别较大.本文提出一种物理意义严格符合水泵实际运行工况的优化模型,并给出简化优化模型.改进模型具有约束条件少、运算时间短的特点,工程上易于实现,具有较高的应用价值.对比仿真实验和实际应用结果证明了本文工作的有效性.

### 2 最小流量偏差优化模型 (Optimal model with flow difference minimization)

考虑到水泵轴功率  $N = \gamma QH / \eta$ , 其中  $\gamma$  为水的比重,  $\eta$  为水泵的效率. 可知: 在满足供水指标的条件下, 当水泵扬程  $H$  与流量  $Q$  的乘积为最小值且工作在高效区时, 轴功率最小, 电能消耗也最小. 基于此, 这里把水泵机组的总流量与供水指标流量之差的平方取为目标函数.

给水泵站优化问题可描述如下: 假设某泵站配有  $n$  台离心泵, 其中  $1^\#, 2^\#, \dots, m^\#$  为变频调速泵,  $m+1^\#, m+2^\#, \dots, n^\#$  为恒速泵,  $m \leq n$ . 已知泵站管阻特性曲线, 给定泵站的给水指标  $H_c$  和  $Q_c$ , 要求寻取水泵机组的并联运行组合及各调速泵的变频调速比  $k_i$ , 使并联后的水泵特性经过  $Q-H$  平面上的给定点  $(Q_c, H_c)$ , 并使水泵机组的总流量与给水指标流量之差的平方最小, 同时使水泵运行在高效区.

如图1所示, 第  $i$  台给水泵调速运行时的高效区为额定转速和最低转速  $k_{\min i}$  条件下对应的  $Q-H$  曲线与相似工况抛物线  $l_{1i}, l_{2i}$  围成的扇环区域  $A_i B_i D_i C_i$ . 在相似工况抛物线上, 水泵的效率相同.

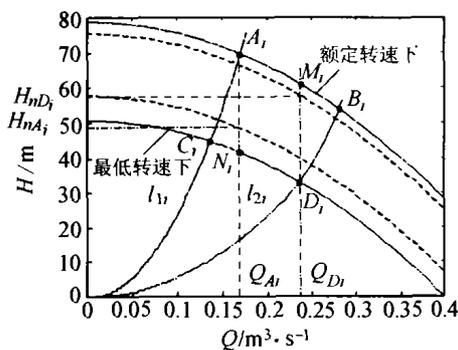


图1 调速泵的高效区  
Fig. 1 High efficiency region of adjusting speed pump

以水泵高效区为约束条件<sup>[2]</sup>, 优化问题的数学模型为

$$\min_{w_i, k_i} \left[ \sum_{i=1}^m \left( w_i \sqrt{\frac{k_i^2 H_{Xi} - H_c}{S_{Xi}}} \right) + \sum_{i=m+1}^n \left( w_i \mu_i \sqrt{\frac{H_{Xi} - H_c}{S_{Xi}}} - Q_c \right)^2 \right] \quad (1)$$

s. t.

$$Q_{\min i} \leq \sqrt{\frac{k_i^2 H_{Xi} - H_c}{S_{Xi}}} \leq Q_{\max i}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

$$k_{\min i} \leq k_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (3)$$

其中

$$Q_{\min i} = \begin{cases} Q_{Ai} \sqrt{\frac{H_c}{H_{Xi} - S_{Xi} Q_{Ai}^2}}, & H_c \geq k_{\min i}^2 (H_{Xi} - S_{Xi} Q_{Ai}^2), \\ \sqrt{\frac{k_{\min i}^2 H_{Xi} - H_c}{S_{Xi}}}, & H_c \leq k_{\min i}^2 (H_{Xi} - S_{Xi} Q_{Ai}^2), \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (4)$$

$$Q_{\max i} = \begin{cases} \sqrt{\frac{H_{Xi} - H_c}{S_{Xi}}}, & H_c \geq H_{Xi} - S_{Xi} Q_{Bi}^2, \\ Q_{Bi} \sqrt{\frac{H_c}{H_{Xi} - S_{Xi} Q_{Bi}^2}}, & H_c < H_{Xi} - S_{Xi} Q_{Bi}^2, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (5)$$

$$\mu_i = \begin{cases} 1, & Q_{Ai} \sqrt{\frac{H_{Xi} - H_c}{S_{Xi}}} \leq Q_{Bi}, \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad i = m+1, m+2, \dots, n. \quad (6)$$

$$w_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

式中,  $Q_{Ai}, Q_{Bi}$  为第  $i$  台泵基本性能曲线上高效区段下限和上限流量,  $H_{Xi}$  为虚总扬程,  $S_{Xi}$  为虚损耗系数,  $w_i$  为运行状态因子, “1”表示工作, “0”表示不工作.  $\mu_i$  为恒速泵的高效区流量约束因子, 若恒速泵在高效区内, 则  $\mu_i = 1$ , 否则为0.

应当注意到改进模型的目标函数(1)及约束条件(2)~(7)与Cohen G.模型有明显差别<sup>[4]</sup>. 文献<sup>[4]</sup>中的目标函数与并联水泵的实际工况并不相符, 它是将各水泵  $Q-H$  特性曲线与管阻特性交点的流量  $Q_i$  直接相加作为并联工况点的流量, 而实际上各交点的扬程并不相等, 故此目标函数中的总流量并不是并联工作时的实际流量.

### 3 简化优化模型及其求解 (Simplified optimal model and its solution)

精确高效区  $A_i B_i D_i C_i$  数学关系复杂, 算法计算量大, 不便实用. 为此, 不妨将高效区流量边界处理为直线(如图1所示), 即将高效区曲边形  $A_i B_i D_i C_i$  变为  $A_i M_i D_i N_i$ , 在流量轴上高效区  $A_i M_i D_i N_i$  的边界仅由  $[Q_{Ai}, Q_{Di}]$  即可表示. 曲线  $A_i M_i$  与  $D_i N_i$  采用变频

调速比范围 $[k_{\min i}, 1]$ 来表示,于是高效区约束条件可表示为

$$Q_{Ai} \leq Q_i \leq Q_{Di}, \quad (8)$$

$$k_{\min i} \leq k_i \leq 1. \quad (9)$$

其中,流量 $Q_{Ai}, Q_{Bi}$ 和扬程 $H_{Ai}, H_{Bi}$ 可查手册得到, $Q_{Ci}, Q_{Di}, H_{Ci}, H_{Di}$ 可据水泵相似律得到<sup>[5]</sup>.如

$$D_{Di} = \sqrt{\frac{k_{\min i}^2 H_{Xi} Q_{Bi}^2}{S_{Xi} Q_{Di}^2 + H_{Bi}}}. \quad (10)$$

如果已知最小流量 $Q_{Ai}$ 和最大流量 $Q_{Di}$ 时水泵应提供的扬程 $H_{nAi}, H_{nDi}$ ,则高效区仅由变频调速比范围 $[\alpha_i, \beta_i]$ 表示.由管阻特性曲线得

$$H_{nAi} = H_{ST} + S_f Q_{Ai}^2, \quad (11)$$

$$H_{nDi} = S_{ST} + S_f Q_{Di}^2. \quad (12)$$

其中, $S_f$ 为管网管阻系数, $H_{ST}$ 为管网末端所需扬程,则高效区对应的调速比上下限为

$$\alpha_i = \max\left(k_{\min i}, \sqrt{\frac{H_{ST} + (S_{Xi} + S_f) Q_{Ai}^2}{H_{Xi}}}\right), \quad (13)$$

$$\beta_i = \min\left(1, \sqrt{\frac{H_{ST} + (S_{Xi} + S_f) Q_{Di}^2}{H_{Xi}}}\right). \quad (14)$$

式中 $\sqrt{\frac{H_{ST} + (S_{Xi} + S_f) Q_{Ai}^2}{H_{Xi}}}, \sqrt{\frac{H_{ST} + (S_{Xi} + S_f) Q_{Di}^2}{H_{Xi}}}$ 分别为 $Q_{Ai}, Q_{Di}$ 两点的变频调速比.

采用简化高效区表达式(13)、(14),可得用调速比表示高效区约束条件的优化模型

$$\begin{aligned} \min_{w_i, k_i} & \left( \sum_{i=1}^n Q_i - Q_e \right)^2 = \\ \min_{w_i, k_i} & \left[ \sum_{i=1}^m \left( w_i \sqrt{\frac{k_i^2 H_{Xi} - H_e}{S_{Xi}}} + \right. \right. \\ & \left. \left. \sum_{i=m+1}^n \left( w_i \mu_i \sqrt{\frac{H_{Xi} - H_e}{S_{Xi}}} - Q_e \right)^2 \right] \quad (15) \end{aligned}$$

$$\text{s.t. } \alpha_i \leq k_i \leq \beta_i, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (16)$$

式(13)~(16)及式(6)、(7)组成简化高效区优化模型.此模型的约束条件式(16)用变频调速比实现了流量的约束,减少了约束条件的数量.

简化高效区优化模型式(13)~(16)可结合0-1完全枚举法和Wolfe既约梯度法求解,即首先将 $w_i$ 取0或1的各种组合全部列出,并对每一种组合情况按照Wolfe既约梯度法搜索目标函数最优值,然后比较各组合情况的目标函数最小值,选取其中最佳者作为结果.为表述方便,定义水泵运行 $n$ 维状态权值向量 $w$ 和 $m$ 维变频调速比向量 $k$ :

$$w = [w_1 \quad w_2 \quad w_3 \quad \dots \quad w_n],$$

$$k = [k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad \dots \quad k_m].$$

其中: $w$ 的各个分量 $w_i$ 为各泵的运行状态, $i = 1, 2, \dots, n, k$ 表示泵站所有水泵的运行状态; $k$ 的各个分量 $k_i$ 为各变频调速泵的调速比, $i = 1, 2, \dots, m$ .

下面以 $n = 5, m = 2$ 为例介绍求解步骤:

1) 0-1完全枚举. $w$ 的所有可能取值如表1所示,共31种,其中第4,8,12,16,20,24,28种只开恒速泵,没有利用变频器的调节功能,故舍去.对于 $w$ 剩下的24种取值,要求 $w_i = 1$ 时, $\mu_i = 1$ ,而舍去 $w_i = 1, \mu_i = 0$ 的 $w$ 取值,以满足恒速泵高效区的流量约束.

当取 $w$ 为某一特定值时,各泵是否工作就完全确定,目标函数仅随变频调速比 $k$ 变化.

表1  $w$ 取值

Table 1 Value of  $w$

序号	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	1	1	0	0	0
4	0	0	1	0	0
5	1	0	1	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
31	1	1	1	1	1

2) 对每一 $w$ 值,采用Wolfe既约梯度法搜索目标函数最优值.其基本思想是:把变量分为基变量和非基变量,它们之间的关系由约束条件确定,将基变量用非基变量表示并从目标函数中消去基变量,得到以非基变量为自变量的简化的目标函数,进而利用此函数的负梯度(称为既约梯度)构造下降可行方向.在运用此方法之前首先进行变量代换:

$$\xi_i = k_i - \alpha_i, \quad i = 1, 2, \text{ 改写目标函数为}$$

$$\begin{aligned} \min_{w_i, k_i} & \left[ \sum_{i=1}^2 \left( w_i \sqrt{\frac{(\xi_i + \alpha_i) H_{Xi} - H_e}{S_{Xi}}} + \right. \right. \\ & \left. \left. \sum_{i=3}^5 \left( w_i \sqrt{\frac{H_{Xi} - H_e}{S_{Xi}}} - Q_e \right)^2 \right] \quad (17) \end{aligned}$$

$$\text{s.t. } 0 \leq \xi_i \leq \beta_i - \alpha_i, \quad i = 1, 2. \quad (18)$$

然后按照Wolfe既约梯度法求解,即引入松弛变量,将不等式约束转化为等式约束,选择基变量,将目标函数化为仅含非基变量的函数,计算非基变量的梯度即既约梯度,按梯度法迭代,判断换基.

3) 比较各个 $w$ 对应的目标函数最优值,选取其中最小值作为求解结果输出.

值得指出的是,由于精确优化模型(1)~(7)具有非线性约束(2),故不能采用上述方法求解,可同

时采用完全枚举法和约束变尺度法求解<sup>[6]</sup>。

#### 4 仿真实验分析 (Simulation example and analysis)

某给水泵站配有 3 台 24sh-13 型离心泵、两台 14sh-13 型离心泵,各有一台变频调速泵(1# 泵和 2# 泵),水泵参数如表 2 所示。选取 10 个给水指标

点,对精确高效区优化模型式(1)~(7)采用完全枚举法和约束变尺度法求解,对简化高效区优化模型式(13)~(16)采用 0-1 完全枚举法和 Wolfe 既约梯度法求解,两者的优化结果如表 3 所示。实验用 PC 机性能参数:701 MHz Celeron II Processor, 64 MB 内存,9.3GB 硬盘,运行环境为 Windows 98 第二版。

表 2 给水泵站仿真实验水泵参数 ( $m = 2, n = 5$ )

Table 2 Characteristic parameters of pumps ( $m = 2, n = 5$ )

序号	型号	虚总扬程	虚阻耗系数	高效区流量范围	
		$H_{xi}/m$	$S_{xi}/s^2 \cdot m^{-5}$	$Q_{\min i}/l \cdot s^{-1}$	$Q_{\max i}/l \cdot s^{-1}$
1#	14sh-13	58.1566	$0.12733 \times 10^{-3}$	180	440
2#	24sh-13	67.4391	$0.02724 \times 10^{-3}$	500	1100
3#	14sh-13	58.1566	$0.12733 \times 10^{-3}$	180	440
4#	24sh-13	67.4391	$0.02724 \times 10^{-3}$	500	1100
5#	24sh-13	67.4391	$0.02724 \times 10^{-3}$	500	1100

表 3 精确高效区优化模型与简化高效区优化模型对比实验结果

Table 3 Simulation results for model with precise constraints and simplified constraints

序号	给水指标		精确高效区优化模型仿真结果				
	$H_e/m$	$Q_e/l \cdot s^{-1}$	$w$	$k_1$	$k_2$	目标函数值	时间 /s
1	32	400	1 0 0 0 0	0.858912		$8.21 \times 10^{-12}$	2.39
2	34	700	0 1 0 0 0		0.894427	$1.84 \times 10^{-11}$	2.72
3	34.5	1500	1 1 0 0 0	0.993184	0.989621	$2.13 \times 10^{-12}$	4.19
4	35	1300	1 1 0 0 0	0.907740	0.952893	$3.29 \times 10^{-12}$	4.25
5	35.5	2500	1 0 1 1 0	0.981011		$1.18 \times 10^{-11}$	4.69
6	36	2300	1 0 1 1 0	0.966054		$3.30 \times 10^{-11}$	4.64
7	36.5	3000	0 1 0 1 1		0.919654	$5.02 \times 10^{-11}$	4.08
8	37	3200	1 1 0 1 1	0.929426	0.885381	$8.20 \times 10^{-11}$	6.40
9	37.5	3700	1 1 1 1 1	0.913620	0.942036	$5.28 \times 10^{-11}$	6.37
10	38	3800	1 1 1 1 1	0.972669	0.966176	$2.98 \times 10^{-9}$	6.28
平均优化时间/s			4.601		3.571		

序号	给水指标		简化高效区优化模型仿真结果				
	$H_e/m$	$Q_e/l \cdot s^{-1}$	$w$	$k_1$	$k_2$	目标函数值	时间 /s
1	32	400	1 0 0 0 0	0.858912		$5.82 \times 10^{-12}$	3.70
2	34	700	0 1 0 0 0		0.894427	$7.84 \times 10^{-11}$	3.42
3	34.5	1500	1 1 0 0 0	0.993184	0.989621	$5.13 \times 10^{-12}$	3.92
4	35	1300	1 1 0 0 0	0.905996	0.953512	$3.22 \times 10^{-11}$	3.86
5	35.5	2500	1 1 0 1 0	0.989100	0.971300	$3.86 \times 10^{-11}$	3.03
6	36	2300	1 1 0 1 0	0.961982	0.909204	$4.53 \times 10^{-11}$	3.09
7	36.5	3000	0 1 0 1 1		0.919653	$3.66 \times 10^{-11}$	3.81
8	37	3200	1 1 0 1 1	0.929423	0.885381	$8.79 \times 10^{-12}$	3.76
9	37.5	3700	1 1 1 1 1	0.905333	0.946688	$1.29 \times 10^{-11}$	3.53
10	38	3800	1 1 1 1 1	0.972671	0.966175	$1.99 \times 10^{-10}$	3.59
平均优化时间/s			4.601		3.571		

分析仿真实验结果可知:两种优化模型的计算结果相近、优化精度都很高,并且模型求解时间都较短,简化模型求解时间更短.在同一例中,随着需求量的上升,参与并联运行的水泵台数增多,精确优化模型求解时间明显呈增加趋势,这是由于其约束条件复杂引起的.而简化模型基本无此现象.考虑到在实际给水泵站运行中,并不要求很高的给水指标精度,因此简化高效区优化模型在用于在线控制时实时性更好、实用性更强.

## 5 结论(Conclusion)

本文探讨的变频调速供水泵站的效率优化问题,在优化并联运行水泵组合的同时,还要满足供水指标、变频调速比、水泵高效运行区等非线性约束条件,使泵站运行耗能最少.本文所做的主要工作及结论为:

1) 提出了变频调速泵站效率优化最小流量偏差模型,克服常规模型未充分考虑水泵实际工况的不足;给出了以调速比表示高效区约束条件的简化优化模型,该模型具有约束条件少、运算时间短、易于工程实现的特点.

2) 与轴功率模型法相比,流量偏差模型将水泵的  $Q-H$  特性方程约束隐含在目标函数中,因而约束条件较少,并且采用调速比表示方法时,约束条件均为线性约束,模型较为简单实用.

## 参考文献(References):

[1] WALSKI T. Development of water resources planning and manage-

ment [J]. *J of Water Resources Planning and Management*, 2001, 126 (4): 203 - 205.

[2] 张承慧. 变频调速系统效率优化控制:理论与应用[D]. 济南: 山东大学, 2001.

(ZHANG Chenghui. *Efficiency optimization control of variable frequency variable speed system: theory and application* [D]. Jinan: Shandong University, 2001.)

[3] ORMSBEE L E, LANSEY K E. Optimal control of water supply pumping systems [J]. *J of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 1994, 120(2): 237 - 252.

[4] COHEN G. Optimal control of water supply networks [M] // TZAFESTAS S G. *Optimization and Control of Dynamic Operational Research Models*. North Holland: Cliffee Press, 1992: 246 - 262.

[5] TIAN Huijie, YANG Aihua. *Pump and Pump Station* [M]. Beijing: Construction Industry Press, 1986: 134.

[6] FANG S C, PUTHENPURA S. *Linear Optimization and Extensions Theory & Algorithm* [M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1993.

## 作者简介:

张承慧 (1963—),男,博士,教授,博士生导师,任《电力电子技术》、《变频器世界》编委,曾获省科技进步二等奖5项,发表学术论文55篇,出版著作2部,主要研究方向是参数估计制及运动控制技术, E-mail: zchui@sdu.edu.cn;

李洪斌 (1977—),男, Alberta 大学博士研究生,主要研究兴趣是工业过程的建模,优化与控制等,发表学术论文6篇;

廖莉 (1971—),女,讲师,主要研究方向是智能控制理论及其应用技术;

程兆林 (1939—),男,教授,博士生导师,主要研究方向是多变量系统控制理论及其应用,发表学术论文近100篇.