文章编号: 1000 - 8152(2004)04 - 0512 - 05

### 参数不确定空间机械臂系统的鲁棒自适应混合控制

陈 力 (福州大学 机械工程学院,福建 福州,350002)

摘要:讨论了载体位置与姿态均不受控制的漂浮基空间机械臂系统的控制问题.对系统运动学、动力学的分析 结果表明,结合系统动量守恒及动量矩守恒关系得到的系统广义 Jacobi 关系以及系统的动力学方程是系统惯性参 数的非线性函数.证明了借助于增广变量法可以将系统的增广广义 Jacobi 矩阵及系统动力学方程表示为一组适当 选择的(组合)惯性参数的线性函数.以此为基础,针对系统惯性参数不确定的情况,设计了空间机械臂末端抓手跟 踪惯性空间期望轨迹的鲁棒自适应混合控制方案.仿真运算结果证实了方法的有效性.

关键词: 漂浮基空间机械臂系统; 增广变量法; 鲁棒自适应混合控制 中图分类号: TP241 **文献标识码**: A

# Robust and adaptive composite control of space manipulator system with uncertain parameters

CHEN Li

(College of Mechanical Engineering, Fuzhou University, Fuzhou Fujian 350002, China)

Abstract: The control problem of free-floating space manipulator system was discussed, and the kinematics and dynamics of the system were analyzed. It is shown that the Jacobi matrix and the dynamic equations of the system are nonlinearly dependent on inertial parameters. By use of the idea of augmentation approach, it is verified that the augmented generalized Jacobi matrix and the dynamic equations of the system can be linearly dependent on a group of inertial parameters. Based on the results, the robust and adaptive composite control scheme for free-floating space manipulator system with uncertain inertial parameters to track the desired trajectory in inertia space was proposed, and a two-link planar space manipulator system was simulated to verify the proposed control scheme.

Key words: free-floating space manipulator system; augmentation approach; robust and adaptive composite control

随着空间技术的发展,机械臂在其中的作用日 益重要.从节省控制燃料、增加空间机械臂的有效使 用寿命,进而减少发射费用的角度考虑,使用载体位 置、姿态均不受控制的空间机械臂将非常必要<sup>[1~3]</sup>. 由于此种情况下空间机械臂的载体自由浮动,位置、 姿态控制系统在机械臂操作期间处于关闭状态,机 械臂与载体之间存在着强烈的动力学耦合作用.其 突出特点表现为:空间机械臂系统为非完整动力学 系统,系统动力学方程关于系统惯性参数呈非线性 函数关系,系统运动 Jacobi 关系不仅与系统几何参 数还与质量等惯性参数有关.上述情况大大增加了 控制系统设计的难度,尤其对于系统参数不确定的 情况,地面机械臂中基于惯性参数线性关系的自适 应等控制方法在此难以直接应用.Walker<sup>[4]</sup>和马保 离等<sup>[5]</sup>讨论了载体位置无控、姿态固定不变情况下的自适应控制问题;Gu等<sup>[6]</sup>对载体位置和姿态均无 控制情形,提出了末端抓手惯性空间轨迹跟踪的自 适应控制的标准形式增广法.

上述控制方案成功地解决了含有不确定系统参数的空间机械臂的控制问题,但它们也有一定的条件限制,如文献[4,5]中设定载体的姿态固定不变, 但并未给出机械臂操作过程中保持载体姿态固定不 变所需的具体控制规律;文献[6]的控制方案中需要 测量反馈载体的位置、移动速度和移动加速度.本文 作者结合系统的动量守恒关系对漂浮基两杆空间机 械臂系统的运动学、动力学作了分析.在此基础上, 采用增广变量法,并证明通过恰当定义的一系列增 广输入、输出变量,可以将空间机械臂系统的增广广

收稿日期:2002-01-21;收修改稿日期:2003-08-18.

基金项目:国家自然科学基金项目(19872032,10372022);福建省自然科学基金项目(E0110009).

513

义 Jacobi 矩阵以及系统的动力学方程表示为一组适 当选择的(组合)惯性参数的线性函数,进而给出了 系统惯性参数不确定情况下,空间机械臂末端抓手 跟踪惯性空间期望轨迹的鲁棒自适应混合控制方 法.同上述工作相比,本文提出的控制方法具有不需 要测量反馈空间机械臂载体位置、移动速度和移动 加速度的显著优点,且由于对不确定参数控制系统 采用保持鲁棒性的方法,有效地减少了计算量.仿真 运算结果证实了本文提出的方法的有效性.

### 1 系统运动学、动力学(Kinematics and dynamics of the system)

以作平面运动的自由浮动两杆空间机械臂系统 为例,如图 1 所示,忽略微弱的重力梯度,漂浮基空 间机械臂系统为无根多体系统.设系统由自由漂浮 的载体  $B_0$ ,机械臂  $B_1$ , $B_2$ 组成.建立各分体  $B_i$ (i = 0,1,2)的主轴坐标系( $O_i x_i y_i$ ),其中  $O_0$ 与  $B_0$ 的质心  $O_{c0}$ 重合, $O_1$ , $O_2$ 分别为联结  $B_1$ 与  $B_0$ 以及  $B_2$ 与  $B_1$ 的转动铰的中心, $x_i$ (i = 1,2)为机械臂的对称轴. 设 $O_1 在 O_0 x_0$ 轴上与  $O_0$ 的距离为  $l_0$ , $B_i$ (i = 1,2)沿  $x_i$ 轴的长度为 $l_i$ (i = 1,2);机械臂  $B_1$ 的质心  $O_{c1}$ 在  $O_1 x_1$ 轴上与  $O_1$ 的距离为  $a_1$ ,机械臂  $B_2$ 的质心  $O_{c2}$ 在  $O_2 x_2$ 轴上与  $O_2$ 的距离为  $a_2$ ;各分体的质量和中 心惯量张量分别为  $m_i$ 和 $J_i$ (i = 0,1,2); $M = \sum_{i=0}^2 m_i$ 为系统的总质量, C 为系统的总质心.



图 1 自由浮动两杆空间机械臂系统 Fig. 1 Two link space manipulator system

建立平动的惯性坐标系 (*OXY*), 设各分体沿 (*X*, *Y*) 平面作平面运动,  $e_i(i = 0, 1, 2)$  为  $x_i$  轴的基 矢量.则由系统位置几何关系及系统总质心的定义, 空间机械臂末端 *P* 点相对 *O* 的矢径  $\rho_p$  及各分体质 心  $O_{ci}$  相对 *O* 的矢径  $\rho_i(i = 0, 1, 2)$  可表示为

$$\begin{cases} \rho_P = \rho_c + \sum_{i=0}^{2} L_{Pi} e_i, \ \rho_0 = \rho_c + \sum_{i=0}^{2} L_{0i} e_i, \\ \rho_1 = \rho_c + \sum_{i=0}^{2} L_{1i} e_i, \ \rho_2 = \rho_c + \sum_{i=0}^{2} L_{2i} e_i, \end{cases}$$
(1)

其中  $L_{0i}, L_{1i}, L_{2i}, L_{Pi}$ (i = 0, 1, 2) 仅为系统惯性参数的组合函数.

忽略微弱的重力梯度,空间机械臂系统为无外 力作用的自由浮动无根多体系统,遵守对(OXY)的 动量守恒及相对 O 点的动量矩守恒关系.不失一般 性,设系统的初始动量、动量矩均为零,即有  $\rho_c = 0$ . 则由式(1)可见,各分体的质心速度  $\rho_i$  及机械臂末 端速度 $\rho_p$  均可表示为一组(组合)惯性参数的线性 函数.

由拉格朗日方程,可得到如下形式的空间机械 臂系统的动力学方程

 $D(q)\ddot{q} + h(q,q)\dot{q} = (0,\tau^{T})^{T}.$  (2) 其中, D(q) 为 3 × 3 的对称、正定质量矩阵,  $\tau = (\tau_1 - \tau_2)^{T}$  为由关节铰  $O_1, O_2$  的控制力矩  $\tau_1, \tau_2$  组成的 2 阶列向量,  $q = (\alpha, \theta_1, \theta_2)^{T}$  为系统的广义坐标列向量,  $h(q,q)\dot{q}$  为包含哥氏力、离心力的3 阶列向量, 其中 h(q,q) 为适当选择的3 × 3矩阵, 且对任意变量  $z \in \mathbb{R}^3$  存在如下关系式<sup>[7]</sup>:

$$z^{\mathrm{T}}hz = \frac{1}{2}z^{\mathrm{T}}\dot{D}z. \qquad (3)$$

由于各分体质心速度为一组适当选择的(组合)惯性 参数的线性函数,显然式(2)中的矩阵 D(q),h(q, q)也为一组适当选择的(组合)惯性参数的线性函 数,这一结果将有利于后面的鲁棒自适应控制方案 的设计.

#### 2 运动 Jacobi 关系(Jacobian relationship)

以  $x_0$ 轴相对 Y轴的偏角 $\alpha$ ,  $x_1$ 轴相对  $x_0$ 轴的转 角  $\theta_1$ , 以及  $x_2$ 轴相对  $x_1$ 轴的转角  $\theta_2$  为系统广义坐 标,将机械臂末端 P 点矢径  $\rho_p$  向 X, Y 轴投影,得到

$$\begin{cases} x_P = x_c + L_{P0} \sin \alpha + L_{P1} \sin (\alpha + \theta_1) + \\ L_{P2} \sin (\alpha + \theta_1 + \theta_2), \\ y_P = y_c + L_{P0} \cos \alpha + L_{P1} \cos (\alpha + \theta_1) + \\ L_{P2} \cos (\alpha + \theta_1 + \theta_2). \end{cases}$$
(4)

将上面两式对时间 t 求导,并利用系统初始动量、动量矩为零的假设,有

$$\begin{cases} \dot{x}_{P} = J_{11} \cdot \dot{\alpha} + J_{12} \cdot \dot{\theta}_{1} + J_{13} \cdot \dot{\theta}_{2}, \\ \dot{y}_{P} = J_{21} \cdot \dot{\alpha} + J_{22} \cdot \dot{\theta}_{1} + J_{23} \cdot \dot{\theta}_{2}. \end{cases}$$
(5)

由式(4)和(5)可见,空间机械臂末端运动速度可表示为一组系统惯性参数的线性函数.但是式(5)中包含了本体姿态角的角速度  $\dot{\alpha}$ ,为了得到所谓的空间机械臂末端运动速度( $\dot{x}_P$ , $\dot{y}_P$ )<sup>T</sup>与机械臂关节铰角速度( $\dot{\theta}_1$ , $\dot{\theta}_2$ )<sup>T</sup>之间的广义 Jacobi 矩阵<sup>[8]</sup>,需利用系统的动量矩守恒关系(即式(2)中第一式的首次积

分)消去式(5)中的 *a*. 然而此时空间机械臂末端运 动速度将不再能表示为惯性参数的线性函数.对于 系统动力学参数存在不确定性的情况,这一结果将 非常不利于自适应等控制方案的实现.为此,采用增 广变量法,以解决这一难点.

#### 3 增广变量法(Augmentation approach)

为保证空间机械臂系统运动 Jacobi 关系关于系 统惯性参数的线性函数关系,我们扩展系统原来的 输出  $X_P = [x_P \ y_P]^T \in \mathbb{Z}^2$ ,定义  $Y = [\alpha \ X_P^T]^T \in \mathbb{Z}^3$ 为系统新的增广输出变量,从而则可导出系统的 增广速度变量 Y 与广义速度变量 $q = [\alpha \ \theta^T]^T$ , $\theta = [\theta_1 \ \theta_2]^T$ 之间的关系

$$\begin{cases} \dot{Y} = \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{X}_{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & O \\ J_{b} & J_{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = J_{a}\dot{q}, \\ J_{b} = \begin{bmatrix} J_{11} \\ J_{21} \end{bmatrix}, J_{r} = \begin{bmatrix} J_{12} & J_{13} \\ J_{22} & J_{23} \end{bmatrix}.$$
(6)

其中 I 为1阶单位阵, 0 为1×2阶零矩阵.

由式(6)可见,矩阵 *J<sub>a</sub>* 继续保持了关于系统惯 性参数的线性函数关系.若 *J*, 非奇异,则矩阵 *J<sub>a</sub>* 可 逆,从式(6)可解出

$$\dot{q} = J_a^{-1} \dot{Y} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -J_r^{-1} J_b & J_r^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{X}_P \end{bmatrix}.$$
(7)

设  $Y_{\rm D} = \begin{bmatrix} \alpha & X_{\rm D}^{\rm T} \end{bmatrix}^{\rm T}$ 为系统的增广期望输出变量,其 中  $X_{\rm D}$ 为空间机械臂末端抓手在惯性空间的期望运 动轨迹.并设  $e_1 = (X_{\rm D} - X_P) \in \mathbb{R}^2$ 为实际轨迹与期 望轨迹之间的误差向量,如空间机械臂载体的姿态 角  $\alpha$ ,及其角速度  $\dot{\alpha}$ ,角加速度  $\dot{\alpha}$  可计算或可测量得 到,则  $Y = Y_{\rm D}$ 之间的增广输出误差向量 e 可写为

 $e = Y_{\rm D} - Y = \begin{bmatrix} 0 & (X_{\rm D} - X_P)^{\rm T} \end{bmatrix}^{\rm T} = \begin{bmatrix} 0 & e_1^{\rm T} \end{bmatrix}^{\rm T}.$ (8)

利用实测的输出误差 e 计算系统的参考角速度 η 为

$$\eta = \tilde{J}_a^{-1}[Y_D + K_1 e] = [a \eta^T]^T.$$
 (9)  
其中  $K_1$ 为任选的对称正定常值矩阵.将系统的实际  
角速度  $q$  与参考角速度  $\eta$  之差记作  $S$ ,则有

$$\begin{cases} \dot{S} = \dot{\eta} - \dot{q} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{S}_{1}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \ \dot{S}_{1} = \dot{\eta}_{r} - \dot{\theta}, \\ \dot{\eta}_{r} = \begin{bmatrix} - \tilde{J}_{r}^{-1} \tilde{J}_{b} & \tilde{J}_{r}^{-1} \end{bmatrix} (\dot{Y}_{\mathrm{D}} + K_{1}e). \end{cases}$$
(10)

将式(8),(9),(10)代入式(6),导出误差方程

$$\dot{e} + K_1 e = J_a \dot{S} - W_1 \Phi_1.$$
 (11)

其中,  $W_1\overline{\Phi}_1 = (J_a - \overline{J}_a)\eta$ ,  $\tilde{\Phi}_1 = \Phi_1 - \tilde{\Phi}_1; \Phi_1$  为系 统真实模型  $J_a$  中待估计参数向量的真值,  $\tilde{\Phi}$  为参考 模型  $J_a$  中的可调参数向量,  $\bar{\Phi}_1$  即是由不确定惯性 参数引起的系统真实模型与参考模型间的参数误差 向量.

将式(9) 两端对时间 t 求导,得到

$$\begin{cases} \ddot{\eta} = \tilde{J}_{a}^{-1} (\ddot{Y}_{\mathrm{D}} + K_{1}\dot{e} - \dot{J}_{a}\dot{\eta}) = [\ddot{\alpha} \quad \ddot{\eta}_{r}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, \\ \ddot{\eta}_{r} = [-\tilde{J}_{r}^{-1}\tilde{J}_{b} \quad \tilde{J}_{r}^{-1}](\ddot{Y}_{\mathrm{D}} + K_{1}\dot{e} - \dot{J}_{a}\dot{\eta}). \end{cases}$$

$$(12)$$

利用式(10)及式(12),系统动力学方程(2)可化为

 $D\ddot{S} + h\dot{S} = D\ddot{\eta} + h\dot{\eta} - \begin{bmatrix} 0 & \tau^{T} \end{bmatrix}^{T}$ . (13) 上式显然继续保持了关于系统动力学参数的线性函 数关系,这是我们所期望的结果.

由式(13)可以看到,为了保持上述结果不仅需 要将系统的输出  $X_P \in \mathbb{R}^2$  扩展为  $Y \in \mathbb{R}^3$ ,还需要将 系统的 控制 输入  $\tau = [\tau_1 \quad \tau_2]^T \in \mathbb{R}^2$  扩展为  $[0 \quad \tau^T]^T \in \mathbb{R}^3$ .

## 4 鲁棒自适应混合控制方案(Robust and adaptive composite control scheme)

设计如下增广控制输入规律

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \boldsymbol{\tau}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \widetilde{D} \boldsymbol{\ddot{\eta}} + \widetilde{h} \boldsymbol{\dot{\eta}} + \begin{bmatrix} \delta & (K_2 \dot{S}_1)^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} + \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0} & (P \operatorname{sgn}(\dot{S}_1))^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$
(14)

其中 $\tilde{D}$ , $\tilde{h}$ 为参考模型中相应的D,h矩阵, $K_2$ 为任选的对称正定常值矩阵,一般为对角矩阵;  $Psgn(\dot{S}_1)$ 为2阶列阵,其中P的元素 $P_1$ , $P_2$ 为待定系数.

控制输入规律(14)可分解为两部分  $\begin{cases}
0 = \tilde{D}_{bb}\ddot{\alpha} + \tilde{D}_{br}\ddot{\eta}_{r} + \tilde{h}_{bb}\dot{\alpha} + \tilde{h}_{br}\dot{\eta}_{r} + \delta, \\
\tau = \tilde{D}_{rb}\ddot{\alpha} + \tilde{D}_{rr}\ddot{\eta}_{r} + \tilde{h}_{rb}\dot{\alpha} + \tilde{h}_{rr}\dot{\eta}_{r} + K_{2}\dot{S}_{1} + P \operatorname{sgn}(\dot{S}_{1}).
\end{cases}$ (15)

其中,参数 δ 的作用在于使(15)式中第一式右端恒 为零得到满足.

将(14)式确定的控制输入规律代入方程(13), 得到

$$D\ddot{S} + h\dot{S} + [\delta (K_2\dot{S}_1)^T]^T +$$

 $[0 (P \operatorname{sgn}(\dot{S}_1))^T]^T = W^* \bar{\Phi}^*.$  (16) 矩阵  $W^* \bar{\Phi}^* 定义为 W^* \bar{\Phi}^* = (D - \tilde{D})\ddot{\eta} + (h - \tilde{h})\dot{\eta}, 其中 W^* \in \mathbb{R}^{3\times6} 为 q, q, \eta, \ddot{\eta}$ 的不含待估计参数的函数矩阵; $\bar{\Phi}^* = \Phi^* - \tilde{\Phi}^* \in \mathbb{R}^{6\times1}, \Phi^*$ 为系统 真实模型中从 D, h 分离出的待估计参数的真值,  $\tilde{\Phi}^*$  为参考模型中从  $\tilde{D}, \tilde{h}$  分离出的待估计参数的不 精确估计值,故  $\bar{\Phi}^*$  为惯性参数不确定所引起的系 统真实模型与参考模型间的参数误差向量.

如不确定参数的误差范围是确定已知的,则  $\Phi^*$ 的范围是可以确定的,设定为  $|\bar{\Phi}_{i}^{*}| = |\Phi_{i}^{*} - \tilde{\Phi}_{i}^{*}| \leq c_{i}, i = 1, \dots, 6.$  (17) 其中  $c_{i}$  为计算得到的误差范围确定值.

若空间机械臂载体的姿态角 α 及其角速度 α, 角加速度 α 可计算或可测量得到,则可以得到如下 定理.

**定理** 控制输入规律(14)及其中待定系数  $P_1$ ,  $P_2$ 的合理选取规律,以及参数  $\tilde{\Phi}_1$ 的自适应调节规律

$$\tilde{\Phi}_1 = - W_1^{\mathrm{T}} H e \tag{18}$$

可保证  $\lim e = 0$ ,  $\lim \dot{S} = 0$ .

证 设  $e = 0, S = 0, \overline{\Phi}_1 = 0 及 \overline{\Phi}^* = 0 为无扰$ 运动,式(11),(16)及(18)为受扰运动方程.选择如下正定函数作为准 Lyapunov 函数 V:

$$V = \frac{1}{2} (e^{\mathrm{T}} H e + \gamma \dot{S}^{\mathrm{T}} D \dot{S} + \overline{\Phi}_{1}^{\mathrm{T}} \overline{\Phi}_{1}).$$
(19)

计算 V 通过动力学方程构成的全导数 V,并利用式 (11),(16),(18)及关系式(3),得到

$$\dot{V} = e^{\mathrm{T}}H\dot{e} + \gamma\dot{S}^{\mathrm{T}}D\ddot{S} + \frac{1}{2}\gamma\dot{S}^{\mathrm{T}}D\dot{S} + \overline{\Phi}_{1}^{\mathrm{T}}\overline{\Phi}_{1} = e^{\mathrm{T}}H(-K_{1}e - W_{1}\overline{\Phi}_{1} + J_{a}\dot{S}) + \gamma\dot{S}^{\mathrm{T}}(D\ddot{S} + h\dot{S}) - \overline{\Phi}_{1}^{\mathrm{T}}\overline{\Phi}_{1} = -e^{\mathrm{T}}HK_{1}e + e^{\mathrm{T}}HJ_{a}\dot{S} + \gamma\dot{S}^{\mathrm{T}}\{W^{*}\overline{\Phi}^{*} - [\delta - (K_{2}\dot{S}_{1})^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} - [0 - (P\mathrm{sgn}(\dot{S}_{1}))^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\} = (-e^{\mathrm{T}}HK_{1}e + e^{\mathrm{T}}HJ_{a}\dot{S} - \gamma\dot{S}^{\mathrm{T}}K\dot{S}) + \gamma\dot{S}^{\mathrm{T}}\{W^{*}\overline{\Phi}^{*} - [0 - (P\mathrm{sgn}(\dot{S}_{1}))^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\}.$$
(20)

其中  $K = \text{diag} \{1 \ K_2\}$ .显然上式右端前面括号内的 三项为 e, S 的二次型.由于  $J_a$  有界,当参数  $\gamma$  选择 得足够大时可保证这三项的和小于零.而最后一项 可以写为

$$\gamma \dot{S}^{\mathrm{T}} \left\{ W^* \overline{\Phi}^* - \begin{bmatrix} 0 \\ P \operatorname{sgn}(\dot{S}_1) \end{bmatrix} \right\} =$$

$$\gamma \dot{S}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 \\ (\sum_{i=1}^{6} W_{2i}^* \overline{\Phi}_i^*) - P_1 \operatorname{sgn}(\dot{S}_1)_1 \\ (\sum_{i=1}^{6} W_{3i}^* \overline{\Phi}_i^*) - P_2 \operatorname{sgn}(\dot{S}_1)_2 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

由上式可见,若将系统控制输入式(14)中的待定系数  $P_1, P_2$  选取为

$$\begin{cases}
P_1 = \sum_{i=1}^{6} | W_{2i}^* | c_i + \mu_1, \\
P_2 = \sum_{i=1}^{6} | W_{3i}^* | c_i + \mu_2.
\end{cases}$$
(22)

其中,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  为任意的正常数值,  $W_{ij}^*$  为矩阵  $W^*$  的 元素. 那么式(20)的最后一项满足

$$\gamma \dot{S}^{\mathrm{T}} \{ \boldsymbol{W}^* \, \boldsymbol{\bar{\Phi}}^* - [\boldsymbol{0} \quad (\boldsymbol{P} \mathrm{sgn}(\dot{S}_1))^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \} \leq -\sum_{i=1}^{2} \mu_i \mid (\dot{S}_1)_i \mid.$$

最终得到

$$\dot{V} \leqslant \left[ -e^{\mathrm{T}}HK_{1}e + e^{\mathrm{T}}HJ_{a}\dot{S} - \gamma\dot{S}^{\mathrm{T}}K\dot{S} \right] - \sum_{i=1}^{2} \mu_{i} + (\dot{S}_{1})_{i} + .$$
(23)

由上式可见,若按式(22)给出的规律选取系统控制 输入中的待定系数  $P_1$ ,  $P_2$ ,则  $\dot{v}$  为 $e, \dot{S}$  的负定函数. 且  $\dot{v} = 0$ ,当且仅当  $e = 0, \dot{S} = 0$ .

由于  $\dot{V} \leq 0$ ,且 V有下界(为零),则  $t \rightarrow \infty$  时, V趋于某常数,故在区间  $t \in [0, \infty]$ 是有界的.因 D一致正定,则由 V的定义可导出  $e, \dot{S}$  有界, $\bar{\Phi}_1, \bar{\Phi}^*$ 也有界,从而  $\dot{q}, \eta, \dot{e}$  有界.由式(16) 可知  $\ddot{S}$  也是有 界的.由于  $\dot{e}, \ddot{S}, J_a$  及 $\dot{J}_a$ 是有界的,则  $\dot{V}$ 在区间  $t \in$   $[0, \infty]$ 是一致连续的.于是由 V有界及 $\dot{V}$ 不变号( $\dot{V} \leq 0$ )可知, $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} = 0$ ,从而由式(23)可知,当  $t \rightarrow \infty$ 时, $e \rightarrow 0, \dot{S} \rightarrow 0$ .

更进一步,如  $\lim_{t \to \infty} \overline{\Phi}_1 = 0$ ,则由式(11)还可导出 lime = 0. 证毕.

#### 5 仿真算例(Simulation study)

以作平面运动的自由浮动两杆空间机械臂系统 为例.系统惯性参数如下:  $l_0=1.5 \text{ m}, a_1=1.5 \text{ m}, l_1=$ 3.0 m,  $a_2 = 1.5 \text{ m}, l_2 = 3.0 \text{ m};$ 系统中各分体的质量 分别为  $m_0 = 40 \text{ kg}, m_1 = 2 \text{ kg}, m_2 = 1 \text{ kg};$ 中心惯量 矩为  $J_0 = 34.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, J_1 = 1.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, J_2 =$ 1.5 kg·m<sup>2</sup>.仿真时假定机械臂的质量  $m_1, m_2$ 及中心 惯量矩  $J_1, J_2$ 为不确定系统参数,其不确定范围为

 $1.2 \leq m_1 \leq 2.6, \ 0.6 \leq m_2 \leq 1.8;$ 

 $1.0 \leq J_1 \leq 2.0, \ 0.7 \leq J_2 \leq 2.0.$ 

并设其不精确估计值为

 $m_1 = 1.3 \text{ kg}, m_2 = 0.7 \text{ kg};$ 

 $J_1 = 1.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \ J_2 = 0.9 \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$ 

则系统的待估计参数向量为

 $\Phi_1 = \begin{bmatrix} L_{P0} & L_{P1} & L_{P2} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$ 

 $\Phi^* = [\Phi_1^* \quad \Phi_2^* \quad \Phi_3^* \quad \Phi_4^* \quad \Phi_5^* \quad \Phi_6^*]^{\mathsf{T}}.$ 仿真过程中,提到的控制系统对  $\Phi_1$  采用参数调节, 对  $\Phi^*$  保持鲁棒性.

仿真过程中计算得到的相应于式(17)的参数 误差向量  $\Phi^*$ 的不确定范围为  $\begin{cases} c_1 = 3.0, c_2 = 7.0, c_3 = 2.5, \\ c_4 = 4.0, c_5 = 2.0, c_6 = 3.50. \end{cases}$ 

设空间机械臂末端抓手在惯性空间的期望运动轨迹 为圆:

$$\begin{cases} x_{\rm d} = 4.2 - 0.6 \cdot \cos(1.5t), \\ y_{\rm d} = 4.0 + 0.6 \cdot \sin(1.5t). \end{cases}$$

仿真时将运动初始值取为  $\alpha(0) = 0.208 \operatorname{rad}, \theta_1(0) = -0.103 \operatorname{rad}, \theta_2(0) = 1.517 \operatorname{rad}.$ 利用上面给出的鲁棒 自适应控制方案(14),(18) 及(22) 进行系统仿真运 算.图(2) 为分别采用上述鲁棒自适应控制方案(图 中用实线表示) 与关闭其中的鲁棒控制项(图中用 虚线表示) 得到的机械臂末端抓手沿 x, y 方向的追 踪误差比较; 图(3) 为采用上述鲁棒自适应控制方 案时,本体姿态角 y(1) 及机械臂关节角 y(2), y(3)的变化情况.



图 3 本体姿态角及机械臂关节角的变化情况 Fig. 3 Angle change curves of the base and the arms joints

仿真计算结果表明,本文提出的鲁棒自适应混 合控制方案能够有效地消除惯性参数的不确定性对 系统控制精度的影响,使空间机械臂的末端抓手稳 定地跟踪惯性工作空间的期望运动轨迹.此外,经适 当扩充上述控制方案后还可以很容易地推广应用于 作三维空间运动的一般空间机械臂系统.

#### 参考文献(References):

- PAPADOPOULOS E G, DUBOWSKY S. On the nature of control algorithms for free-floating space manipulators [J]. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 1991, 7(6):750 – 758.
- [2] VAVA Z, DUBOWSKY S. On the dynamics of space manipulators using the virtual manipulator, with applications to path planning [J].
   J of the Astronautical Science, 1990, 38(4):441 472.
- [3] CHEN Li, LIU Yanzhu. Adaptive control of free-floating space robot system with prismatic joint [J]. Proc of the 52nd Int Astronautical Congress. Toulouse, France; [s. n.], 2001.
- [4] MICHAEL W, WALKER. Adaptive control of space-based robot manipulators [J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1992, 7 (6):828-835.
- [5] 马保离,霍伟.空间机器人系统的自适应控制[J]. 控制理论与应用,1996,13(2):191 197.
   (MA Baoli, HUO Wei. Adaptive control of space robot system [J]. Control Theory & Applications, 1996, 13(2):191 - 197.)
- [6] GU Y L, XU Y S. A normal form augmentation approach to adaptive control of space robot systems [J]. J of the Dynamics and Control, 1995, (5):275 - 294.
- [7] SLOTIN J E, LI W P. On the adaptive control of robot manipulators
   [J]. J of the Robotics Research, 1987, 6(3):49 59.
- [8] UMETANI Y, YOSHIDA K. Resolved motion rate control of space manipulators with generalized Jocabian matrix [J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1989,5(3):303 - 314.

#### 作者简介:

陈 力 (1961 一), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 1984 年毕业于 吉林大学数学系力学专业, 1994 年 2 月获东北大学一般力学硕士学 位, 1997 年 4 月获上海交通大学一般力学博士学位, 现为福州大学机 械工程学院教授、博士生导师, 中国自动化学会机器人专业委员会委 员, 美国机械工程师协会会员, 福建省"百千万"人才工程人选, 主要 研究方向为多体系统动力学、空间机器人系统动力学与控制、非线性 振动及振动控制, E-mail: chnle@fzu.edu.cn.