

用状态变量的一阶微分反馈法实现蔡电路的混沌控制

邹艳丽¹, 罗晓曙¹, 陈关荣²

(1. 广西师范大学 物理与电子科学系, 广西 桂林 541004; 2. 香港城市大学 电子工程系, 九龙, 香港)

摘要: 提出了用系统变量的一阶微分反馈实现 Chua 电路的分岔和混沌控制的方法. 首先根据理论分析, 求出使混沌 Chua 电路中不动点稳定时控制参数 k_1 的取值范围和使系统发生 Hopf 分岔时控制参数 k_1 的临界值 k_0 . 由分岔图可以得到系统被控制到各种 nP 周期轨道时 k_1 的取值范围. 然后根据该控制方法, 设计了实现 Chua 电路混沌控制的电路, 并进行了电路仿真. 数值计算和仿真结果验证了这种控制分岔和混沌方法的正确性和有效性.

关键词: 蔡电路; 变量的微分反馈; 混沌控制; Hopf 分岔; 电路仿真

中图分类号: TM132 **文献标识码:** A

Applying first-order differential of state variable as feedback to realize chaos control of Chua's Circuit

ZOU Yan-li¹, LUO Xiao-shu¹, CHEN Guan-rong²

(1. Department of Physics and Electronic Science, Guangxi Normal University, Guilin Guangxi 541004, China;

2. Department of Electronic Engineering, City University of Hong Kong, Kowloon, Hong Kong, China)

Abstract: A method of controlling chaos and bifurcation on Chua's circuit is proposed, in which only a single variable differential feedback is used. A theoretical analysis gave the range of value of control parameter k_1 to stabilize the unstable fixed points in Chua's circuit and its critical value k_0 for generating Hopf bifurcation. The range of values of k_1 to stabilize a certain nP periodic orbit in Chua's circuit was then obtained through the bifurcation diagram. The periodic orbits could be stabilized with appropriate k_1 . Then based on this chaos control method, a schematic circuit was designed for controlling Chua's circuit. Numerical and circuit simulations validated this method of controlling chaos and bifurcation on Chua's circuit.

Key words: Chua's circuit; variable differential feedback; chaos control; Hopf bifurcation; circuit simulation

1 引言(Introduction)

近年来,混沌的控制与同步由于具有巨大的应用前景而成为非线性科学中的一个研究热点. 科学工作者已提出了大量的混沌控制与同步方法^[1-4]. 这些控制方法主要分为开环控制和闭环控制两种.

Chua 电路由于结构简单,易于工程实现,因此在混沌信息处理、混沌细胞神经网络、混沌保密通讯等领域具有很高的应用价值,受到了广泛的关注. 人们对 Chua 电路的混沌特性及其混沌控制方法进行了大量的研究. 其中 Barone 和 Singh 提出了 Chua 电路的自适应线性反馈控制法^[5]; Laval 和 Sirdi 提出了基于能量的滑动模控制混沌的方法^[6]并应用到 Chua 电路的混沌控制; Guo 等提出了采样数据反馈和数字再设计法^[7]控制 Chua 电路的混沌. 本文提出了状态变量的一阶微分反馈法并成功地实现了

Chua 电路的混沌控制. 不仅给出了理论分析和数值结果,而且设计出控制电路,并完成了电路实验仿真. 电路仿真结果和理论分析与数值计算结果具有很好的一致性.

2 控制模型和控制方法(Control model and method)

2.1 控制模型(Control model)

著名的 Chua 电路的原理如图 1 所示. 图 1 中 NR 是一非线性电阻. 图 1 所示 Chua 电路的无量纲形式的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha[x_2 - x_1 - f(x_1)], \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 + x_3, \\ \dot{x}_3 = -\beta x_2. \end{cases} \quad (1)$$

式中

$$f(x_1) = bx_1 + \frac{1}{2}(a-b)(|x_1+1| - |x_1-1|). \quad (2)$$

方程(1)中,状态变量 x_1, x_2, x_3 分别对应图1中电容 C_1, C_2 上的电压 v_{C_1}, v_{C_2} 和电感 L 中的电流 i_L . 当系统参数为 $\alpha = 9.78, \beta = 14.97, a = -1.31, b = -0.75$ 时,Chua 电路处于混沌运动状态^[8].

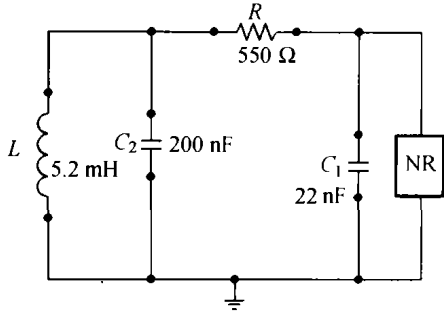


图1 Chua 电路图
Fig. 1 Chua's circuit

2.2 控制方法(Control method)

在控制理论中,基于状态反馈控制的一般形式为

$$\dot{x} = f(x) + u(x). \quad (3)$$

式中 $x \in \mathbb{R}^n$, f 是 n 维矢量场, $u(x)$ 是 n 维控制矢量. 本文采用系统变量的一阶微分反馈法实现蔡电路的分岔与混沌控制,其中控制量 $u(x)$ 取如下形式:

$$u(x_1, x_2, x_3) = [\alpha k_1 \dot{x}_2 \quad 0 \quad 0]^T. \quad (4)$$

式中 k_1 为控制参数. 将上述控制矢量加入到状态方程(1),得受控后 Chua 电路的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha[x_2 - x_1 - f(x_1)] + \alpha k_1 \dot{x}_2, \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 + x_3, \\ \dot{x}_3 = -\beta x_2. \end{cases} \quad (5)$$

因为在系统不动点处 $\dot{x}_2 = 0$, 所以受控后系统(5)与原系统(1)具有相同的不动点. 将式(5)中第二个方程代入第一个方程得

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (\alpha k_1 - \alpha)x_1 - \alpha f(x_1) + (\alpha - \alpha k_1)x_2 + \alpha k_1 x_3, \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 + x_3, \\ \dot{x}_3 = -\beta x_2. \end{cases} \quad (6)$$

受控后系统(6)在不动点处的 Jacobian 矩阵为

$$J = \begin{bmatrix} \alpha k_1 - \alpha - \alpha f'(x_{eq}) & \alpha - \alpha k_1 & \alpha k_1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -\beta & 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

在不动点处的特征方程为

$$|\lambda I - J| = \begin{vmatrix} \lambda - \alpha k_1 + \alpha + \alpha f'(x_{eq}) & \alpha k_1 - \alpha & -\alpha k_1 \\ -1 & \lambda + 1 & -1 \\ 0 & \beta & \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (8)$$

在上述参数取值下,系统(1)有三个不稳定不动点分别为

$$A_1(x_{1eq}, x_{2eq}, x_{3eq}) = (2.24, 0, -2.24),$$

$$A_2(x_{1eq}, x_{2eq}, x_{3eq}) = (-2.24, 0, 2.24),$$

$$A_3(x_{1eq}, x_{2eq}, x_{3eq}) = (0, 0, 0).$$

根据劳斯判据,由式(8)可以求出使非零不动点 A_1, A_2 稳定的 k_1 的取值范围为 $k_1 < -0.13792732$, 在此范围内不动点 A_3 并不稳定. 由于使不稳定不动点 A_1, A_2 稳定的 k_1 的取值范围相同,所以当 $k_1 < -0.13792732$, 系统被稳定到哪个不动点与起控时刻有关. 当起控时,系统演化位于不动点 A_1 的吸引域时,系统将会被稳定到不动点 A_1 ; 相反,当起控时,系统演化位于不动点 A_2 所在的吸引域时,系统将会被稳定到不动点 A_2 .

由于不动点只是 Chua 电路中的不稳定低周期轨道,要实现其混沌吸引子中各种不稳定高周期轨道的稳定控制,可以通过分岔控制来实现. 一般来说,非线性动力系统中分岔现象的控制指的是,通过控制手段去达到改变系统的分岔性质,从而获得某种期望的系统动力学性能. 理论分析表明,本文的控制方法可以成功地实现蔡氏电路系统的 Hopf 分岔和倍周期分岔、切分岔等控制,并能将系统稳定到不同的周期轨道. 下面给出受控系统发生 Hopf 分岔的条件. 由非线性动力学的理论可知,当三维非线性系统的一对共轭复根满足条件

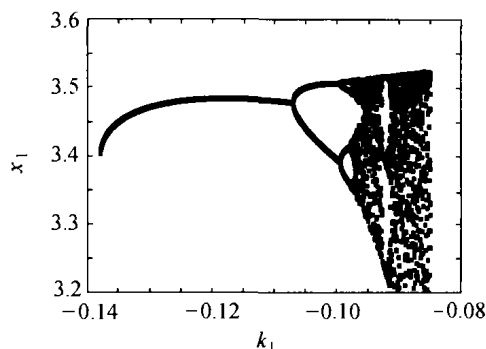
$$\begin{cases} \operatorname{Re}(\lambda)|_{k_1=k_0} = 0, \\ \operatorname{Im}(\lambda)|_{k_1=k_0} \neq 0, \\ \left. \frac{d\lambda}{dk_1} \right|_{k_1=k_0} \neq 0 \end{cases} \quad (9)$$

时,系统发生 Hopf 分岔^[9]. 根据式(8),(9)可得 Chua 电路系统发生 Hopf 分岔时 k_1 的临界值为 $k_0 = -0.13792732$. 此时式(8)的3个特征根分别为 $-4.7939, 0.0 \pm 2.7632i$, 满足以上 Hopf 分岔条件. 当再继续增大 k_1 ($k_1 > k_0$) 时,电路系统发生一系列闭轨分岔(倍周期分岔是一种特殊闭轨分岔),并可以得到 $2P, 3P, 4P, 6P, 8P$ 等不同的稳定周期轨道.

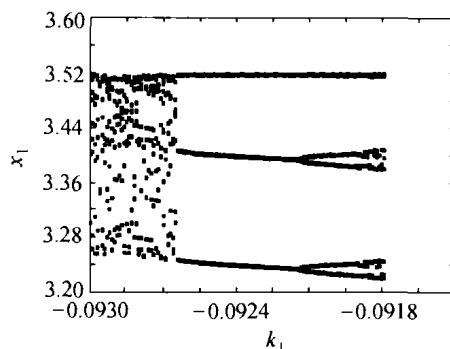
3 数值计算结果(Numeric results)

我们采用四阶龙格库塔法对上述控制方法进行数值计算.为了求得将系统稳定到某一周期轨道时控制参量 k_1 的取值范围,以 k_1 为控制参量,通过庞加莱截面法作受控后系统(6)的分岔图.图 2(a)是取 $x_2 = 0$ 的庞加莱截面,变量 x_1 的分岔图.图 2(b)

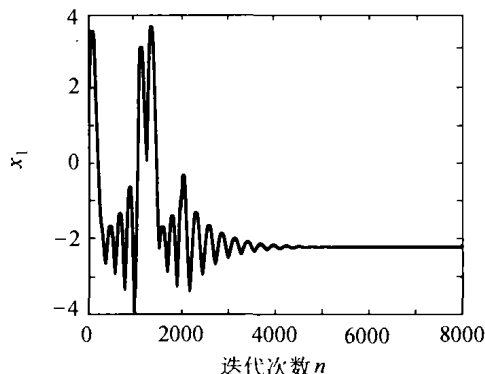
由对图 2(a)中的三周期窗口进行放大所得.由图 2(a),(b)可看出,系统在 $k_1 > k_0$ 后发生一系列闭轨分岔.根据分岔图,选择使系统稳定到不同周期轨道时 k_1 的取值.可以得到各种稳定的周期轨道,图 2(c),(d)给出了不动点和三周期轨道的控制结果.其它周期轨道的数值计算结果略.



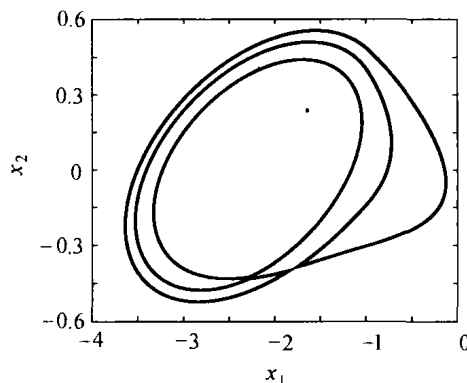
(a) 控制参量 k_1 为变量的系统分岔图



(b) 控制参量 k_1 为变量的系统分岔图



(c) 控制到稳定的不动点 ($k_1 = -0.4$)



(d) 稳定的3P周期轨道的控制结果($k_1 = -0.0925$)

图 2 Chua 电路的数值计算结果

Fig. 2 Numerical results of the Chua's circuit

4 控制电路的设计与仿真(Circuit design and simulation)

一种控制方法是否能应用于工程实践,取决于两个关键问题.首先是反馈控制量要物理上可测量,其次是要设计合适的物理控制器以实现理论上的控制方案.根据前面的讨论可知,方程(5)中变量 x_1 , x_2 分别对应电路(1)中的 v_{C_1} 和 v_{C_2} ,微分反馈量 $\dot{x}_2$ 对应 $\dot{v}_{C_2}$,由于 $\dot{v}_{C_2} = i_{C_2}/C_2$,则反馈量 $\dot{x}_2$ 对应 i_{C_2} ,所以 $\dot{x}_2$ 可以通过电容 C_2 支路的电流 i_{C_2} 测得,因此 Chua 电路的反馈量 $\dot{x}_2$ 具有微分可测性.由式(5)可以看出,控制量 $u(x_1, x_2, x_3)$ 加入到 $\dot{x}_1$ 所对应的微分方程中(相当于 $\dot{v}_{C_1}$ 所在微分方程),即控制量相当于加入到电容 C_1 所在的节点电流方程中.

本文采用图 3 所示的电路来实现式(5)所描述的控制混沌方法.首先在电容 C_2 支路中串联一小电阻 R_{11} 作为取样电阻,获取控制量 $R_{11} i_{C_2}$,控制量经流控流源线性放大,得其输出电流为 $i_F = k_c \times R_{11} \times i_{C_2}$ (此处 k_c 为流控流源的电流增益).由于流控流源的输出端并联在电容 C_1 两端,因此 i_F 就加入到电容 C_1 所在的节点电流方程中.这样所设计的控制电路完成了方程(5)所表达的控制方法.电路仿真中,通过调节 k_c 的值可实现 Chua 电路中各种不稳定周期轨道控制.图 3 中 U_5 为一开关,其闭合时微分反馈控制起作用.用 Pspice 软件得到的电路仿真结果如图 4 所示.由图可见,控制电路的仿真结果与理论分析及数值计算结果是完全一致的.

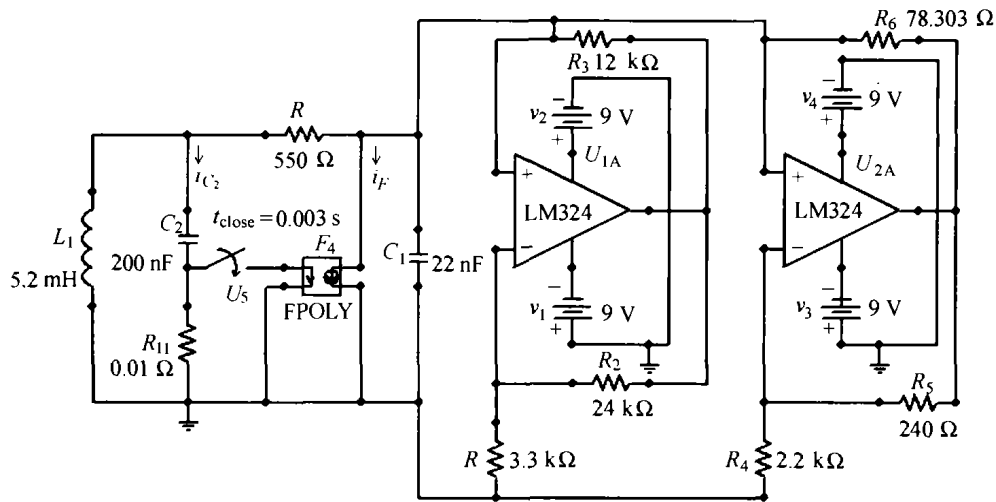
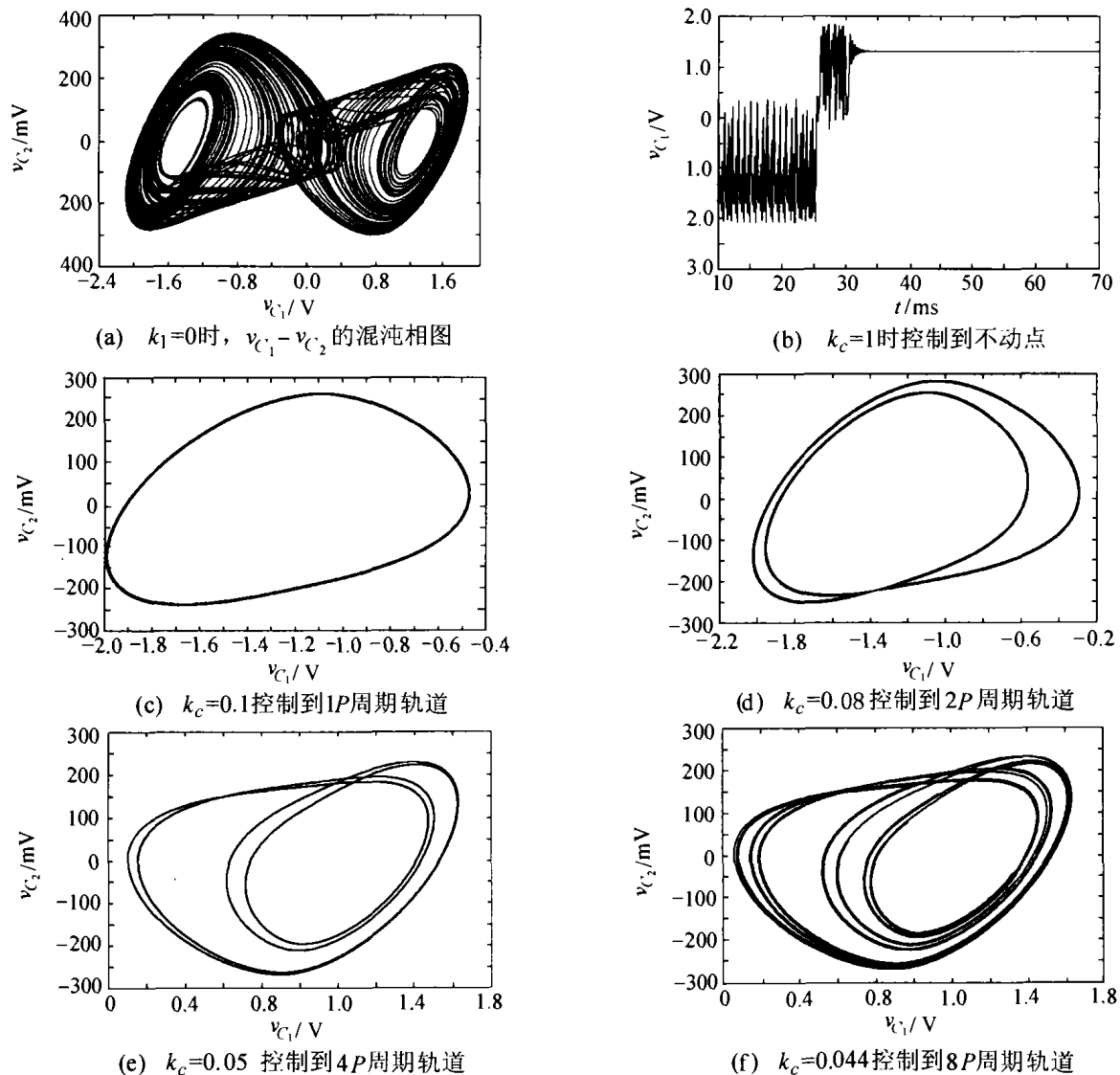


图3 Chua电路混沌控制电路图

Fig. 3 The controlled Chua's circuit

图4 Chua电路混沌控制的电路仿真结果(k_c 为流控流源的增益)Fig. 4 Circuit simulation results of controlled Chua's circuit (k_c is the ride gain of current controlled current source)

5 结论(Conclusion)

本文中采用变量的微分反馈法实现了混沌

Chua 电路的各种周期轨道的稳定控制.通过适当的

(下转第 573 页)

- (YANG Lunbiao, GAO Yingyi. *Principle and Application of Fuzzy Mathematics* [M]. 2nd ed. Guangzhou: South China University of Technology Press, 1998.)
- [6] 袁敏, 曾志, 宋力飞, 等. 气相色谱指纹图谱用于连翘的质量控制[J]. 分析化学, 2003, 31(4): 455 - 458.
(YUAN Min, ZENG Zhi, SONG Lifei, et al. The quality assessment of Forsythia suspensa (Thunb.) Vahl by gas chromatographic fingerprint [J]. *Chinese J of Analytical Chemistry*, 2003, 31(4): 455 - 458.)
- [7] 梁晓恽, 吕春祥, 李香兰, 等. 模糊聚类分析评价炭纤维裂解色谱图重现性[J]. 色谱, 1998, 16(5): 439 - 441.
(LIAN Xiaoyi, LU Chuanxiang, LI Xianglan, et al. Fuzzy clustering analysis evaluating the reproducibility of pyrolysis gas chromatography of carbon fibers [J]. *Chromatography*, 1998, 16(5): 439 - 441.)
- [8] 颜春兰. 模糊聚类分析法在中药成分特征谱分析系统中的应用研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2003.
(YAN Chunlan. *Research and application using fuzzy clustering in the componential analysis system of chinese traditional medicine characteristic spectrum* [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2003.)

作者简介:

周敬泉 (1943 —), 男, 副教授, 主要研究方向为智能控制、仪表与装置、计算机应用、电子产品研发, E-mail: aujqzhou@scut.edu.cn;

颜春兰 (1974 —), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为智能仪表与自动装置、计算机应用;

袁 鹏 (1972 —), 男, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向为人工智能、智能控制、计算机应用、电子产品研发;

曾启杰 (1977 —), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为智能仪表与自动装置、计算机应用;

袁 敏 (1962 —), 女, 高级实验师, 主要研究方向为气相色谱分析;

张铭光 (1956 —), 男, 副教授, 主要研究方向为植物研究.

(上接第 568 页)

选择控制参数 k_1 的值可以将混沌 Chua 电路稳定到所需的目标轨道. 为了验证该控制方法及讨论其在工程应用中的潜力, 文中设计了控制电路, 电路仿真的结果与理论分析是一致的. 在现有的混沌控制方法中, 有许多方法具有复杂的描述形式且停留在理论实现和数值计算阶段, 而本文中所采用的控制方法不仅控制量易于测得, 而且控制原理很容易在电路中实现, 因此具有较好的工程应用价值.

参考文献(References):

- [1] OTT E, GREBOGI C, YORKE J A. Controlling chaos [J]. *Physical Review Letters*, 1990, 64(11): 1196 - 1199.
- [2] GUEMEZ J, MATIAS M A. Control of chaos in unidimensional maps [J]. *Physical Letter A*, 1993, 181(1): 29 - 32.
- [3] PYRAGAS K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback [J]. *Physical Letter A*, 1992, 170(6): 421 - 428.
- [4] MASOLO S, GRASSI G. Controlling chaotic dynamics using back-stepping design with application to the Lorenz system and Chua's circuit [J]. *Int J of Bifurcation and Chaos*, 1999 9(7): 1425 - 1434.
- [5] BARONE K, SINGH S N. Adaptive feedback linearizing control of Chua's circuit [J]. *Int J of Bifurcation and Chaos*, 2002, 12(7): 1599 - 1604.
- [6] LAVAL L, M' Sirdi N K. Stabilization global invariant sets for chaotic systems: An energy based control approach [J]. *Int J of Bifurcation and Chaos*, 2002, 12(6): 1403 - 1409.
- [7] GUO S M, SHIEH L S, CHEN G. Ordering chaos in Chua's circuit: A sampled-data feedback and digital redesign approach [J]. *Int J of Bifurcation and Chaos*, 2000, 10(9): 2221 - 2231.
- [8] CHUA LO, ITOH M, KOCAREV L, et al. Chaos synchronization in Chua's circuits [J]. *J of Circuits, Systems and Computers*, 1993, 3(1): 93 - 108.
- [9] ALLIGOOD K T, SAUER T D, YORKE J A. *Chaos: An Introduction to Dynamical Systems* [M]. New York: Springer-Verlag, 1996.

作者简介:

邹艳丽 (1972 —), 女, 讲师, 研究方向为混沌控制与同步, E-mail: zouyanli@sjtu.edu.cn;

罗晓曙 (1961 —), 男, 博士, 教授, 主要研究方向包括混沌理论与应用、混沌控制与混沌同步;

陈关荣 (1948 —), 男, 博士, 首席教授, 主要研究方向包括混沌控制与同步、复杂性网络研究.