

非匹配不确定系统的终端滑模分解控制

郑雪梅, 冯 勇, 鲍 晟

(哈尔滨工业大学 电气工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 针对非匹配多变量模型不确定系统, 提出了一种终端滑模分解控制方法. 通过状态变换和去耦合处理将系统转换为块能控标准型, 它由匹配扰动的值域空间子系统和稳定的非匹配扰动的零动态子系统组成. 提出了特殊的终端滑模超曲面, 采用滑模控制策略, 使值域空间子系统的状态在有限时间内收敛至平衡点, 随后非匹配扰动的零动态子系统渐近收敛至平衡点附近的邻域内, 且建立了该邻域的范围与系统的非匹配不确定性范围之间的数学关系, 并用于系统的设计与分析. 所提方法对于维数较高的非匹配不确定系统的控制具有较大的意义, 可简化设计, 实现递阶控制. 仿真实例表明了该方法的有效性.

关键词: 多变量系统; 终端滑模控制; 零动态系统; 匹配条件

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Terminal sliding mode decomposed control of multivariable linear uncertain systems

ZHENG Xue-mei, FENG Yong, BAO Sheng

(Department of Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: A terminal sliding mode decomposed control method for a linear multivariable system with unmatched uncertainties is proposed. The system was converted into the block controllable form consisting of two parts, the range space subsystem with matched uncertainties and the stable zero-dynamic subsystem with unmatched uncertainties. The special terminal sliding mode was presented for the range space subsystem, and the control law was designed to drive the state variables of the range space subsystem to the equilibrium points within a finite time. Then, the state variables of the zero-dynamics converged to the neighborhood of equilibrium points asymptotically, and the mathematical relationship with the range of the unmatched uncertainties was formulated. Simulation results were presented to validate the design and the analysis. The mathematical relationship can be used for the system design and analysis. The proposed method is significant for high-dimensional linear multivariable systems with unmatched uncertainties in that it can simplify the design of controller and realize the hierarchical control.

Key words: multivariable systems; terminal sliding mode control; zero-dynamics system; matched condition

1 引言(Introduction)

对于存在参数不确定和外部扰动的线性多变量系统的控制的研究, 既有理论研究价值又有实际应用意义. 国内外已发表了大量对此系统进行研究的文献. 滑模变结构为不确定系统的控制提供了一种可行的鲁棒控制方法. 滑模变结构控制中, 通过设计控制器, 使得系统到达滑模, 并且当系统状态处于滑模上时, 系统的闭环响应会变得对满足匹配条件的不确定性完全不敏感. 但是, 当不确定性不满足匹配条件时, 系统的不变性就不再存在, 系统状态最多只能保证收敛到一定范围内^[1]. 现有的研究范围多限于不确定性满足匹配条件的线性多变量系统, 对于

非匹配不确定线性多变量系统的研究还较少.

本文作者利用文献[2]的模型变换的思想, 在将线性多变量系统转换为块能控标准型的基础上, 提出了一种非匹配终端滑模分解控制方法. 首先确定线性多变量系统的能控指数, 然后通过状态变换将其转化为 r 个块的块能控标准型(block controllable form, BC), 再对这种 BC 能控标准型进行一次状态变换以去掉系统中的耦合项. 通过状态变换和去耦合处理将系统转换为具有 r 个块的递阶的块能控标准型, 它由一个满足匹配条件的值域空间子系统和 $r-1$ 个稳定的带有非匹配不确定性的零动态子系统组成. 针对值域空间子系统, 提出了特殊的终端滑

模超曲面,并采用滑模控制策略,使带有匹配扰动的值域空间子系统的状态在有限时间内收敛至平衡点,随后 $r - 1$ 个带有非匹配不确定性的零动态子系统渐近收敛至平衡点附近的邻域内。

2 多变量模型不确定系统的模型分解(Model decomposition of multivariable uncertain system)

考虑线性多变量模型不确定系统

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + D(t). \quad (1)$$

式中, $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m, A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times m}; D(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 为扰动. 本文中对矩阵 A, B 作如下假设:

- 1) A, B 为已知常数矩阵;
- 2) A, B 可控.

控制目的是在系统存在不确定项 $D(t)$ 的情况下,选择合适的控制策略,使得系统由初始状态 $x(0) \neq 0$ 收敛至平衡点附近的邻域内。

2.1 块能控标准型(Block controllable form)

为了将线性多变量系统(1)变换为块能控标准型,作非奇异状态变换

$$x' = Fx, \quad (2)$$

状态变换矩阵 F 为

$$F = F_1 F_2 \cdots F_{r-1}. \quad (3)$$

式中, F_1, F_2, \dots, F_{r-1} 分别是转化为块能控标准型时每步的变换矩阵。

经状态变换(2)将原系统(1)变换成如下所示的块能控标准型:

$$\dot{x}'(t) = A'x'(t) + B'u(t) + D'(t). \quad (4)$$

式中, $A' = FAF^{-1}; B' = FB = [0 \ B_{1,0}^T], B_{1,0}$ 为 $n_1 \times m$ 的矩阵, $\text{rank} B_{1,0} = n_1; D' = FD = [f_u' \ f_m']^T, f_m'$ 为 n_1 维向量; f_u' 为 $n - n_1$ 维向量。

将上述变换后的系统(4)写成如下分块的型式:

$$\begin{cases} \dot{x}'_r(t) = A_{r,r}x'_r(t) + B_{r,r-1}x'_{r-1}(t) + f'_w \\ \dot{x}'_i(t) = \sum_{j=i}^r A_{ij}x'_j(t) + B_{i,i-1}x'_{i-1}(t) + f'_{ui}, \\ \dot{x}'_1(t) = \sum_{j=1}^r A_{1j}x'_j(t) + B_{1,0}u(t) + f'_m, \\ i = 2, \dots, r-1. \end{cases} \quad (5)$$

式中,块数 r 可通过能控指数的定义确定,即通过判断 $\text{rank} B < \text{rank}(B, AB) < \text{rank}(B, AB, A^2B) < \dots < \text{rank}(B, AB, A^2B, \dots, A^{r-1}B) = \text{rank}(B, AB, A^2B, \dots, A^rB) = \text{rank}(B, AB, A^2B, \dots, A^{r+1}B) =$

\dots 来求得; $x'^T = [x'^T_1, \dots, x'^T_r], x'_i \in \mathbb{R}^{n_i}, i = 1, \dots, r$; 矩阵 $B_{i,i-1}, i = 1, \dots, r$, 行满秩, 即 $\text{rank} B_{i,i-1} = n_i, i = 1, \dots, r; \sum_{i=1}^r n_i = n; (n_1, \dots, n_r)$ 为系统(1)的 r 个块的能控指数. $f'_m \in \mathbb{R}^{n_1}, f'_{ui} \in \mathbb{R}^{n_i}, i = 2, \dots, r$ 分别为每一层的扰动. $F_1 D = [\tilde{f}_{u2} \ f'_m]^T, F_{21} \tilde{f}_{u2} = [\tilde{f}_{u3} \ f'_{u2}]^T, F_{31} \tilde{f}_{u3} = [\tilde{f}_{u4} \ f'_{u3}]^T, \dots, F_{(r-1)1} \tilde{f}_{ur} = f'_w. F_1, F_{21}, \dots, F_{(r-1)1}$, 分别为

$$F_1 = \begin{bmatrix} I_{n-n_1} & -\tilde{B}_{1,1} B_{1,0}^+ \\ 0 & I_{n_1} \end{bmatrix},$$

$$F_{21} = \begin{bmatrix} I_{n-n_1-n_2} & -\tilde{B}_{3,2} B_{2,1}^+ \\ 0 & I_{n_2} \end{bmatrix},$$

$$F_{r-1} = \begin{bmatrix} F_{(r-1)1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & I_{n_{r-2}} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & I_{n_2} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & I_{n_1} \end{bmatrix}.$$

从块能控标准型的分块形式(5)可看出其控制规律,即控制仅在块能控标准型的最后一层出现,而其余各层的控制均可将 x'_{i-1} 看成第 i 个块状态方程的虚拟控制量. 这样整个大系统就分解为一个个子系统,对这些子系统可单独控制,大大简化了设计。

2.2 递阶的块能控标准型(Hierarchical block controllable form)

块能控标准型(5)中的每个子系统的状态方程存在着耦合. 为方便系统设计,再作一次非奇异变换

$$x' = F'z. \quad (6)$$

转态变换阵 F' 为

$$F' = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -K_{r-1,r} & I & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -K_{r-2,r} & -K_{r-2,r-1} & I & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -K_{2,r} & -K_{2,r-1} & -K_{2,r-2} & \cdots & I & 0 \\ -K_{1,r} & -K_{1,r-1} & -K_{1,r-2} & \cdots & -K_{1,2} & I \end{bmatrix}. \quad (7)$$

变换后得到的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{z}_i(t) = N z_i(t) + B_{i,i-1} z_{i-1}(t) + f_{ui}, \\ \dot{z}(t) = \sum_{\alpha=1}^r \bar{A}_{1,\alpha} z_\alpha(t) + B_{1,0} u(t) + f_m, \\ i = 2, \dots, r. \end{cases} \quad (8)$$

式中, $z = [z_1^T \ \cdots \ z_r^T]^T, z_i \in \mathbb{R}^{n_i}; f_m$ 为满足匹配

条件的扰动, f_{ui} 为不满足匹配条件的扰动, $f_m \in \mathbb{R}^{n_1}$, $f_{ui} \in \mathbb{R}^{n_i}$, 并有界; $f_u = [f_{u2}, f_{u3}, \dots, f_{ur}]^T$, $i = 2, \dots, r$; N_i ($i = 2, \dots, r$) 为设计常数矩阵, 根据对系统性能的要求来确定. N_i 确定后, F' 和 $\bar{A}_{1,\alpha}$ ($\alpha = 1, \dots, r$) 可同时确定下来. 对于系统(8), z_{i-1} 看作 $\dot{z}_i = N_i z_i(t) + B_{i,i-1} z_{i-1}(t)$ ($i = 2, \dots, r$) 的虚拟控制输入, 由于 $B_{i,i-1}$ 满秩, N_i 为设计常数, 因此通过适当设计 N_i , 可以保证 $\dot{z}_i(t) = N_i z_i(t) + B_{i,i-1} z_{i-1}(t)$ ($i = 2, \dots, r$) 满足期望的控制性能要求.

3 终端滑模控制(Terminal sliding mode control)

对于线性多变量模型不确定系统(1), 经过状态变换(2)和(6), 变换成递阶的块能控标准型系统(8). 本文中采用终端滑模^[3-5]控制方法对系统(8)进行设计, 设计步骤主要有:

1) 设计终端滑模超曲面, 保证系统状态在滑模超曲面上到达平衡点的时间是有限的.

2) 设计系统的鲁棒控制, 使系统对参数摄动和外部扰动具有鲁棒性.

为了提出线性多变量模型不确定系统的终端滑模变结构控制, 首先给出下列引理.

引理 1 对于递阶的块能控系统(8), 若将 N_i ($i = 2, \dots, r$) 设计成 $N_i = -\lambda_i I_{n_i}$, $i = 2, \dots, r$, 且 $-\lambda_2 < -\lambda_3 < \dots < -\lambda_r < 0$; 设 z_1 收敛到零, z_{i-1} ($i = 2, \dots, r$) 依次收敛到 $\|z_{i-1}\| \leq \epsilon_{i-1}$ 内 ($i = 2, \dots, r$), $\epsilon_{i-1} = (2\|f_{ui}\| + \gamma_{i-1}\|M_{i-1}\|)/\mu_i$, $i = 2, \dots, r$, 其中 $\epsilon_1 = 0$; 并设矩阵 $P_i \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$, 满足 $P_i N_i + N_i^T P_i = -Q_i$, Q_i 为对称正定阵. 则在状态 z_1 到达平衡点后, 其余状态 z_2, \dots, z_r 将依次渐近趋于平衡点附近的 Ω 邻域内:

$$\Omega = \max\{z_i \in \mathbb{R}^{n_i}: \|z_i\| < (2\|f_{ui}\| + \gamma_{i-1}\|M_{i-1}\|)/\mu_i, i = 2, \dots, r\}.$$

式中, $M_{i-1} = B_{i,i-1}^T P_i + P_i B_{i,i-1}$; $\gamma_{i-1} = \epsilon_{i-1}/\lambda_{\max}(P_i)$; $\mu_i = \lambda_{\min}(Q_i)/\lambda_{\max}(P_i)$. $\lambda_{\min}(Q_i)$ 表示 Q_i 的最小特征值, $\lambda_{\max}(P_i)$ 表示 P_i 的最大特征值.

证 递阶的块能控系统(8)中的零动态子系统写为如下形式:

$$\dot{z}_i = N_i z_i + B_{i,i-1} z_{i-1} + f_{ui}, i = 2, \dots, r. \quad (9)$$

将 N_i ($i = 2, \dots, r$) 设计成 $N_i = -\lambda_i I_{n_i}$, $i = 2, \dots, r$, $-\lambda_2 < -\lambda_3 < \dots < -\lambda_r < 0$. 从式(9)可看出, 若先不考虑扰动, 由于子系统的特征根是依次增大的, 因此, 各子系统状态 z_i ($i = 2, \dots, r$) 将依次渐近趋于平衡点. 当有扰动时, 对于系统(9), 考虑如下的

Lyapunov 函数:

$$V(z_i) = z_i^T P_i z_i. \quad (10)$$

对函数(10)求一阶导数, 并根据引理中的假设, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(z_i) &= \dot{z}_i^T P_i z_i + z_i^T P_i \dot{z}_i = \\ &= -z_i^T Q_i z_i + 2f_{ui}^T P_i z_i + z_i^T M_{i-1} z_{i-1} \leq \\ &= -\lambda_{\min}(Q_i) \|z_i\|^2 + 2\lambda_{\max}(P_i) \|z_i\| \|f_{ui}\| + \\ &= \|z_i\| \|M_{i-1}\| \|z_{i-1}\|. \end{aligned}$$

即

$$\dot{V}(z_i) \leq -\|z_i\| \lambda_{\max}(P_i) (\mu_i \|z_i\| - 2\|f_{ui}\| - \gamma_{i-1} \|M_{i-1}\|). \quad (11)$$

式中, $\mu_i = \lambda_{\min}(Q_i)/\lambda_{\max}(P_i)$, $\gamma_{i-1} = \epsilon_{i-1}/\lambda_{\max}(P_i)$.

因此, 如果 $z_i \notin \Omega$, 有 $\dot{V}(z_i) < 0$. 其中,

$$\Omega = \max\{z_i \in \mathbb{R}^{n_i}: \|z_i\| < (2\|f_{ui}\| + \gamma_{i-1} \|M_{i-1}\|)/\mu_i, i = 2, \dots, r\}. \quad (12)$$

如前所述, 在状态 z_1 到达平衡点后, 系统的其余状态 z_2, \dots, z_r 将依次渐近趋于平衡点附近的 Ω 邻域内. 证毕.

由系统变换矩阵(2)和(6), 可得系统(1)的状态 x 收敛的范围为

$$\Omega' = \{x: \|x\| \leq \|\tilde{F}\| \|\Omega\|. \quad (13)$$

针对递阶的块能控系统(8), 本文提出如下终端滑模超曲面结构:

$$s(t) = z_1 + \beta \left(\int_0^t z_1 dt \right)^{q/p}. \quad (14)$$

式中: $s \in \mathbb{R}^{n_1}$; $z_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$; $\beta = \text{diag}(\beta_1, \dots, \beta_{n_1})$, $\beta_i > 0$, $i = 1, \dots, n_1$; p, q 为奇数, 且 $p > q > 0$;

$\left(\int_0^t z_1 dt \right)^{q/p}$ 表示为

$$\left(\int_0^t z_1 dt \right)^{q/p} = \left[\left(\int_0^t z_1 dt \right)^{q/p}, \dots, \left(\int_0^t z_1 dt \right)^{q/p} \right]^T.$$

令 $y = \int_0^t z_1 dt$, 则式(14)变为

$$s(t) = \dot{y} + \beta y^{q/p}. \quad (15)$$

式(14)中积分项是由设计者构造的, 其中积分项初值的选择是为了保证 $s(0) = 0$, 在这种情况下, 可确定 $y(0)$ 为

$$y(0) = [y_1(0), \dots, y_{n_1}(0)]^T = -[\beta^{-1} z_1(0)]^{p/q}.$$

对于 $s(0) = 0$, 如果控制保证系统处于滑模上, 即 $s(t) = 0$, 求解式(15), 可得 $y(t)$ 由初值 $y(0) \neq 0$ 到达平衡点的时间为

$$t_s = \frac{p}{\min_{i=1, \dots, n_1} \beta_i (p-q)} \max_{i=1, \dots, n_1} (y_i(0)^{\frac{p}{p-q}}) \quad (16)$$

由于 $y(t)$ 在有限时间 t_s 到零, z_1 在有限时间 t_s 也到达零. 在终端滑模状态 $s = 0$, 系统的动态特性完全由设计参数 β, p, q 决定而与系统模型参数无关, 从而使系统在滑模超曲面上具有鲁棒性. 与此相关的控制由下述定理给出.

定理 1 对于线性多变量不确定系统(1), 采用状态变换(2)及(6)变换成递阶的块能控标准型系统(8), 选取终端滑模超曲面(14), 如果采取如下控制律, 则系统是稳定的, 而且系统的状态 x 收敛于平衡点附近的 Ω' 邻域内(式(13)):

$$u = u_0 + u_1. \quad (17)$$

式中:

$$u_0 = -B_{10}^+ \left(\sum_{\alpha=2}^r \bar{A}_{1,\alpha} z_\alpha \right) + Kz_1;$$

$$u_1 = -B_{10}^+ (\bar{A}_{11} z_1 + B_{10} K z_1 + (q/p)(\beta) \text{diag} \left(\int_0^t z_1 dt \right)^{q-p/p} z_1) - B_{10}^+ \frac{s}{\|s\|} (k + \delta).$$

其中, $\delta > 0$ 为设计参数, $\|f_m\| \leq k$.

证 取 Lyapunov 函数:

$$V(t) = \frac{1}{2} s^T(t) s(t).$$

$V(t)$ 对时间的一阶导数为

$$\dot{V} = s^T \dot{s} =$$

$$s^T (\dot{z}_1 + (q/p)(\beta) \text{diag} \left(\int_0^t z_1 dt \right)^{(q-q)/p} z_1) =$$

$$-s^T \frac{s}{\|s\|} (k + \delta) + s^T f_m \leq -k \|s\| - \delta \|s\| + \|s^T\| \|f_m\| \leq -\delta \|s\|.$$

即

$$\dot{V} \leq -\delta \|s\| < 0, \text{ 对于 } \|s\| \neq 0.$$

根据 Lyapunov 稳定性理论^[6-8], 如果 $\|s\| \neq 0$, 则 s 总能在有限时间内到达 $s = 0$. 而系统在滑模上 $s = 0$, 则构造的系统状态 y 和 \dot{y} 将在有限时间 t_s (式(16)) 到达零点. 由于 $y = \int_0^t z_1 dt$, 则当 $y = \dot{y} = 0$ 时, z_1 也为零. 而当 $z_1 = 0$ 时, 根据引理 1, 在状态 z_1 到达平衡点后, 系统的其余状态 z_2, \dots, z_r 将渐近趋于平衡点的 Ω 邻域内. 再根据式(13), 状态 x 收敛于平衡点附近的 Ω' 邻域内. 因此, 所设计的系统是稳定的. 证毕.

4 仿真实例 (Simulation example)

下面对本文中所提出的方法进行计算机仿真,

以验证其有效性和分析的正确性. 考虑如下系统:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0.1 \sin \pi t \\ 0.1 \sin \pi t \\ 0.2 \sin \pi t \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

首先经状态变换(2)及(6)将上述系统化为下述递阶的块能控标准型:

$$\begin{cases} \dot{z}_2 = N_2 z_2 + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} z_1 + \begin{bmatrix} -0.1 \sin \pi t \\ -0.1 \sin \pi t \end{bmatrix}, \\ \dot{z}_1 = \bar{A}_{1,1} z_1 + \bar{A}_{1,2} z_2 + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0.3 \sin \pi t \\ 0.1 \sin \pi t \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (19)$$

本文设计 $N_2 = -I$ 及 $Q_2 = I$. 由此得

$$\bar{A}_{11} = \begin{bmatrix} -6 & 14 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}, \bar{A}_{12} = \begin{bmatrix} -6 & 11 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

由状态 z 到 x 的变换阵为

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} -0.5 & 1.5 & 1 & -1 \\ -3.5 & 6.5 & 1 & 1 \\ -2.5 & 3.5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

选择如下 2 个终端滑模超平面:

$$s_1 = z_{11} + \left(\int_0^t z_{11} dt \right)^{3/5}, \quad s_2 = z_{12} + \left(\int_0^t z_{12} dt \right)^{3/5}.$$

根据定理 1, 设计控制器为式(17), 其中 $\beta = I_{2 \times 2}$, $q/p = 3/5$, $k = 0.316$, $\delta = 0.01$; B_{10} , B_{10}^+ 和 K 分别为

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, B_{10}^+ = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} -0.5 & 7 \\ -3 & -1 \\ -0.5 & 7 \end{bmatrix}.$$

假设系统的初始状态为

$$x_{21}(0) = 1, x_{22}(0) = 3, x_{11}(0) = 1, x_{12}(0) = 1.$$

计算机仿真结果如图 1~6 所示. 图 1, 2 为块能控标准型系统值域空间子系统各个状态的相轨迹图, 可见系统实现了终端滑模控制, 状态 z_1 收敛到零; 图 3 为系统的控制输入; 图 4 为系统(8)中值域子空间的系统状态 z_1 , 可见 $z_1(z_{11}, z_{12})$ 在有限时间收敛到零; 图 5 为系统(8)的零动态子系统状态 z_2 , 可见 z_2 渐近趋于平衡点附近的邻域内; 图 6 为原系统状态 x , 可见系统状态 x 收敛到平衡点附近的邻域内.

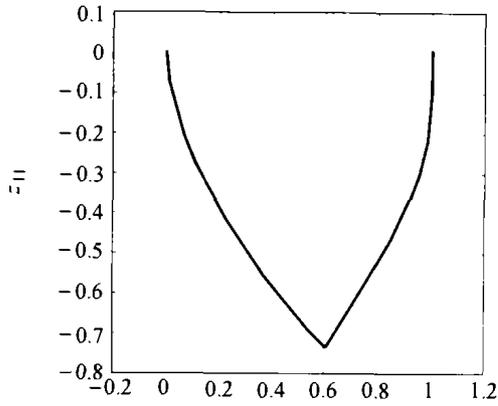


图 1 z_{11} 与其积分的相平面图
Fig. 1 Phase plot of z_{11} and its integral

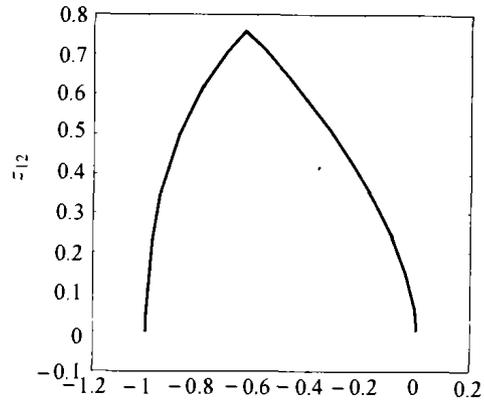


图 2 z_{12} 与其积分的相平面图
Fig. 2 Phase plot of z_{12} and its integral

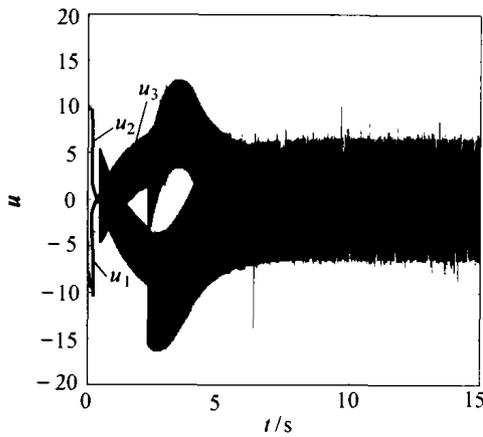


图 3 控制信号 u
Fig. 3 Control signal u

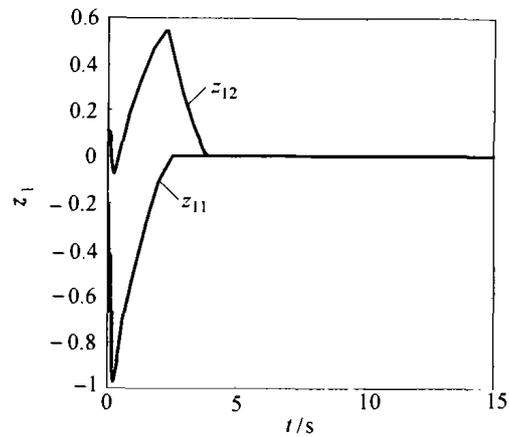


图 4 状态 z_1
Fig. 4 System state z_1

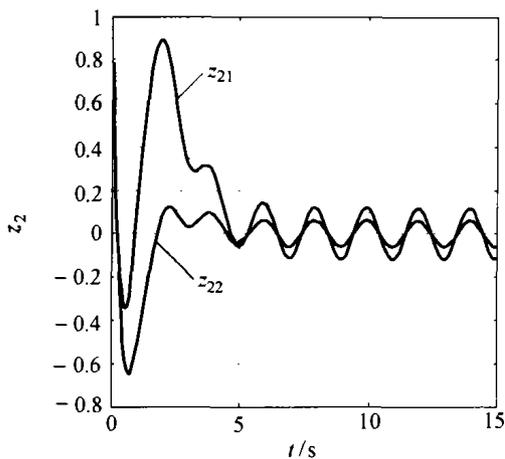


图 5 状态 z_2
Fig. 5 System state z_2

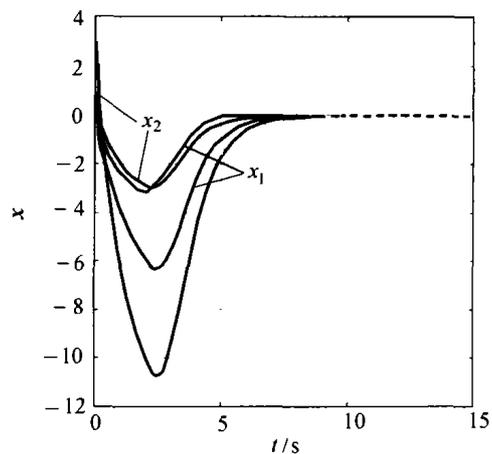


图 6 状态 x
Fig. 6 System state x

根据式(12)计算得到状态 z 的收敛范围为 $\Omega = 0.1732$,再由式(13)得到状态 x 的收敛范围为 $\Omega' = 0.98$.上述的两个范围是通过范数计算得到的最大范围.从上面的仿真结果可见,本文提出的非匹配终端滑模分解控制方法可以保证值域空间子系统的状

态 z 渐近收敛到平衡点附近的邻域 Ω 内,系统的状态 x 渐近收敛到平衡点附近的邻域 Ω' 内,这就验证了所提出方法的有效性和分析的正确性.

5 结论(Conclusion)

本文针对多变量模型非匹配不确定系统提出了

一种特殊的终端滑模分解控制方法. 通过状态变换和去耦合处理将系统转换为块能控标准型, 它由一个带有匹配扰动的值域空间子系统和 $r - 1$ 个带有不匹配扰动的零动态子系统组成. 将 $r - 1$ 个带有不匹配扰动的零动态子系统设计成稳定的. 为了使系统对于参数摄动和外部干扰具有鲁棒性和实现递阶控制, 提出了特殊的终端滑模超曲面, 并采用滑模控制策略, 使带有匹配扰动的值域空间子系统的状态在有限时间内收敛至平衡点, 随后 $r - 1$ 个带有不匹配扰动的零动态子系统渐近收敛至平衡点附近的邻域内. 本文所提出的方法对于维数较高的系统的控制具有较大的意义, 可简化设计, 实现递阶控制. 仿真结果也表明了该方法的有效性.

参考文献(References):

- [1] KWAN C M. Sliding mode control of linear system with mismatched uncertainties [J]. *Automatica*, 1995, 31(2): 303 - 307.
- [2] LUKYANOV A G, UTKIN V I. Time-varying linear system decomposed control [C]// *Proc of American Control Conference*. Pennsylvania: [s. n.], 1998: 2884 - 2888.
- [3] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Finite-time stability of homogeneous systems [C]// *Proc of American Control Conference*. Albuquerque, New Mexico: [s. n.], 1997: 2513 - 2514.
- [4] YU T. Terminal sliding mode control for rigid robots [J]. *Automatica*, 1998, 34(1): 51 - 56.
- [5] MAN Z, YU X H. Terminal sliding mode control of MIMO linear systems [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 1997, 44(11): 1065 - 1070.
- [6] WU Y, YU X, Man X. Terminal sliding mode control design for uncertain dynamic systems [J]. *Systems & Control Letters*, 1998, 34(1): 281 - 288.
- [7] FENG Y, HAN F, YU X, et al. *Tracking precision analysis of terminal sliding mode control systems with saturation functions* [M]// YU X, XU J X. *Advances in Variable Structure Systems: Analysis, Integration and Applications*. Singapore: World Scientific, 2000: 325 - 334.
- [8] FENG Y, YU X, MAN Z. Nonsingular terminal sliding mode control and its applications to robot manipulators [C]// *Proc of 2001 IEEE Int Symposium on Circuits and Systems, III*. Sydney: [s. n.], 2001: 545 - 548.

作者简介:

郑雪梅 (1969 —), 女, 博士研究生, 主要研究方向为变结构控制、鲁棒控制等, E-mail: xuemeizheng_hrb@sina.com;

冯勇 (1962 —), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为滑模与非线性控制、数码相机电子学与仿真、混沌与混沌控制等, 在国内外学术刊物和会议上发表论文 70 余篇;

鲍晟 (1975 —), 女, 博士研究生, 主要研究方向为变结构控制、鲁棒控制等研究.