

降低参数灵敏度的磁浮列车鲁棒悬浮控制器设计

龙志强, 郝阿明, 曹承侃

(国防科学技术大学 磁悬浮技术工程研究中心, 湖南 长沙 410073)

摘要: 磁浮列车的悬浮静态工作点与承载重量有关, 因此对悬浮控制器的设计提出了更高的要求. 以八达岭磁浮列车旅游线用的 CMS-3 型磁浮列车为研究对象, 在分析磁浮列车悬浮控制系统的数学模型基础上, 应用降低参数灵敏度的鲁棒控制器设计法对悬浮控制器进行设计, 使控制器对列车质量变化的参数灵敏度明显降低.

关键词: 磁浮列车; 悬浮控制; 鲁棒控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Sensitivity constrained robust controller design of suspension controller for maglev train

LONG Zhi-qiang, HAO A-ming, CAO Cheng-kan

(Engineering Research Center of Maglev Technology, National University of Defense Technology, Changsha Hunan 410073, China)

Abstract: The operating point of the maglev train is concerned with its load, and so the design of the maglev controller has to meet this requirement. In the experiment with the CMS-3 Maglev Train developed for Badaling travel line as the design object, the sensitivity constrained robust control theory is used to design a robust controller for the maglev train on the basis of analyzing the model of the maglev train using this controller, the sensitivity of the maglev train to the loads is reduced prominently.

Key words: maglev train; suspension control; robust control

1 引言 (Introduction)

磁浮列车作为一种新型的轨道交通工具, 因其速度快, 安全性好等优点, 近年来得到快速发展. 磁浮列车从悬浮机理上可分为电动悬浮 (EDS) 和电磁悬浮型 (EMS). 电动悬浮型的磁浮列车悬浮间隙较大, 无需主动式的悬浮与导向控制. 而电磁悬浮型磁浮列车通过对车载的电磁铁与轨道上的铁磁性构件 (钢质导轨或长定子直线电机定子铁芯) 相互吸引, 将列车向上拉起悬浮于轨道上. 由于电磁力有限, 电磁铁和铁磁构件之间的悬浮间隙一般约 8~10 mm, 通过控制悬浮电磁铁的励磁电流来保证稳定的悬浮间隙.

磁浮列车在空载和满载的重量相差很大. 在传统的控制器设计中, 是将磁浮列车在某个特定的载重量条件下线性化, 并据此设计控制器. 但是如果磁浮列车的质量发生变化, 并且其实际质量和设计控制器时的假定质量相差较大时, 控制效果将会降低, 甚至造成列车失稳或自激振动. 本文中用于八达

岭旅游示范线的电磁悬浮型 (简称 CMS-3 型) 中低速磁浮列车为研究对象, 运用鲁棒控制理论, 设计了鲁棒悬浮控制器, 降低了悬浮控制器对列车载重量变化的灵敏度^[1].

2 磁浮列车悬浮原理 (Principle of maglev train)

CMS-3 磁浮列车中车的侧视示意图见图 1, 该车长 14 m, 宽 3 m. 每辆车共包括 4 个转向架, 每个转向架通过 4 个空气弹簧与车体连接, 空气弹簧与阻尼构成二次系用以提高乘坐的舒适性. 每个转向架与 8 个悬浮电磁铁固连在一起, 左右两侧各 4 个. 图 1 中转向架 A 一侧有电磁铁 1, 2, 3, 4, 分别被两个控制器所控制, 其中 1 和 2 共用一个悬浮控制器, 3 和 4 共用一个悬浮控制器, 各自组成一个悬浮单元, 全车共有 16 个悬浮单元. 当电磁铁通以适当电流时, 悬浮电磁铁产生磁场, 与轨道相吸通过克服车体重力而将车体托起.

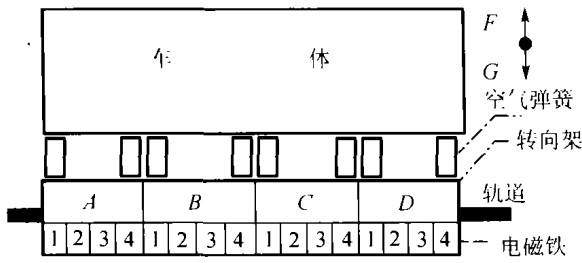


图1 CMS-3型车体侧视图(中车)
Fig. 1 Side view of the CMS-3 train

由于CMS-3型磁浮列车是一个包含车厢、二次系、转向架、悬浮电磁铁以及轨道内的有源支撑且有着非线性耦合的复杂系统,动力学影响因素繁多,使得问题过于复杂,往往需要对模型作进一步的简化,以突出问题的主要方面。本文中所研究的CMS-3型磁浮列车由4个相互独立转向架支撑,每个转向架左右各有一个悬浮模块,每个模块由两对独立控制的电磁铁完成模块悬浮,通过前后两个防侧滚梁把左右模块连接起来构成一个转向架,转向架通过空气弹簧、减振器、滑台和推力杆与车体相连,转向架上每个悬浮模块集成了磁浮列车的悬浮与导向和推进与制动的全部功能,这种结构不仅保证了电磁铁的4个自由度(除滚动、运行自由度以外)的运动,而且由于模块结构具有独立控制的特性,以及机械结构上通过防侧滚梁解耦,如果忽略角运动的影响,那么整个悬浮系统可以认为等同于一个个等效的悬浮单元支撑的系统。

当悬浮单元工作时,悬浮控制器根据加速度传感器和位置传感器以及电流互感器的反馈信号,经过校正网络输出控制方波信号作用到功率斩波器,从而有效地控制电磁铁两端的电压,产生相应的磁场力与轨道作用,达到车体悬浮的目的,其原理如图2所示。

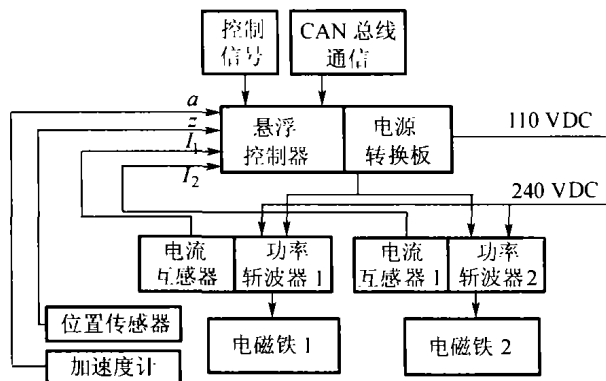


图2 单元悬浮系统控制框图
Fig. 2 Sketch of the suspension unit

3 磁浮列车动力学模型 (Kinetic model of maglev train)

根据以上分析,磁浮列车的多点悬浮系统可以

简化成所谓的单铁悬浮控制模型。单铁控制模型是磁浮系统中最简单、最基本的模型。因对单铁控制模型的研究是本文中考虑的基本问题,下面主要推导单铁控制系统的模型。

考虑二次悬挂系统的磁浮列车单铁模型如图3所示, m_C 为列车车厢在单电磁铁上的等效质量, m_B 为列车转向架在单电磁铁上的等效质量, i 为电磁铁电流, v 为电磁铁两端电压, $z(t)$ 表示绝对参考平面到电磁铁的位移, $h(t)$ 表示绝对参考平面到轨道的位移, $c(t)$ 表示电磁铁的悬浮间隙(轨道到电磁铁的位移)。另设 N 为电磁铁绕组匝数, A 为电磁铁极面积, μ_0 为真空磁导率, f_d' 为施加于转向架上的干扰力, x_0 为弹簧的静态长度。

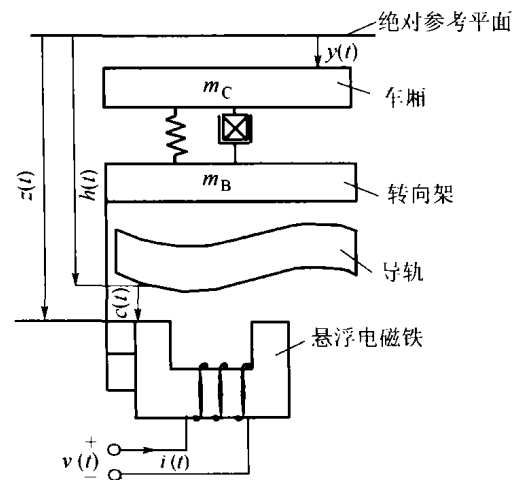


图3 考虑二次悬挂系统的磁浮列车单铁模型
Fig. 3 Single magnet model of maglev train considering the second suspension system

为了简化问题,暂时忽略轨道的不平顺,即认为 $h(t) = h_0$ 为常数,则有 $\dot{z}(t) = \dot{c}(t)$, $\ddot{z}(t) = \ddot{c}(t)$ 。考虑二次悬挂系统的单电磁铁悬浮系统的经典数学描述如下式所示:

$$\begin{cases} m_B \ddot{z}(t) = -F(i, c) + m_B g + m_C g - k[z(t) - y(t) - x_0] - c[\dot{z}(t) - \dot{y}(t)] + f_d'(t), \\ m_C \ddot{y}(t) = m_C g + k[z(t) - y(t) - x_0] + c[\dot{z}(t) - \dot{y}(t)] + f_d''(t), \\ v(t) = Ri(t) + \frac{\mu_0 N^2 A}{2} \frac{i(t)}{c(t)} - \frac{\mu_0 N^2 A i(t)}{2} \frac{\dot{c}(t)}{[c(t)]^2}, \\ F(i, c) = \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \left[\frac{i(t)}{c(t)} \right]^2, \\ z(t) = c(t) + h(t) = c(t) + h_0, \\ F_0(i_0, c_0) = m_B g + m_C g, \\ z_0 = c_0 + h_0. \end{cases} \quad (1)$$

选取状态变量 $x^T = (x_1, x_2, x_3) = (c, \dot{c}, i)$, 将由二次系产生的动态干扰力当作干扰力的一部分, 即 $f_d = f_d' - k[z(t) - y(t) - x_0] - c[\dot{z}(t) - \dot{y}(t)]$. 可以写出系统的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t), m_{CG}, f_d(t)), \\ y = x_1. \end{cases} \quad (2)$$

车厢质量 m_C 由于乘载重量的多少而变化, 并且变化范围很大, 空载和满载时车厢质量相差近 $\pm 30\%$, 但其变化频率是很低的, 在列车运行过程中认为其为常值, 即 m_{CG} 为常值. 设 $m_C \in [m_C^-, m_C^+]$, 对于一个常值的车厢质量 $\bar{m}_C$, 系统有一个平衡工作点, 在这个平衡点上, 状态变量 $x^T = (z_0, 0, i_0)$, 且有 $F(i_0, z_0) = m_B g + \bar{m}_C g = \bar{w}$. 在此平衡点上对系统进行线性化处理, 可以得到

$$\begin{cases} m_b \Delta \ddot{c}(t) = k_z \Delta c(t) - k_i \Delta i(t) + \Delta f_d(t), \\ \Delta v(t) = R \Delta i(t) + L_0 \Delta \dot{i}(t) - k_i \Delta \dot{c}(t). \end{cases} \quad (3)$$

其中, $k_z = \frac{\mu_0 N^2 A i_0^2}{2c_0^3}$, $k_i = \frac{\mu_0 N^2 A i_0}{2c_0^2}$, $L_0 = \frac{\mu_0 N^2 A}{2c_0}$.

由于磁浮列车的静态悬浮间隙 C_0 始终保持不变, 因此由

$$F(i_0, C_0) = \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \left[\frac{i_0}{c_0} \right]^2 = w,$$

可得 $i_0 = 2\sqrt{\frac{w}{k}} c_0$, 其中 $k = \mu_0 N^2 A$. 因此

$$k_z = \frac{2w}{z_0}, k_i = \frac{\sqrt{wk}}{z_0}, L_0 = \frac{k}{2z_0}.$$

由于磁浮列车的二次系采用空气弹簧作为弹性元件, 与悬浮控制系统的刚度相比, 空气弹簧的刚度很小, 二者相差 20~40 倍, 并且由于悬浮控制系统的调节作用, 列车正常运行过程中转向架相对于平衡位置的位移很小 (不超过 3 mm), 因此二次系施加于转向架上的动态干扰力于电磁力相比很小, 为简化问题的研究, 将其忽略. 同样, 外界施加于转向架上的动态干扰 f_d' 也很小, 也将其忽略.

写成状态空间表达式, 可以得到 (此处 $x^T = (x_1, x_2, x_3) = (\Delta C, \Delta \dot{c}, \Delta i)$, 忽略 Δf_d)

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx_1. \end{cases} \quad (4)$$

式中

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2w}{m_B c_0} & 0 & -\frac{\sqrt{wk}}{m_B c_0} \\ 0 & \frac{2\sqrt{wk}}{k} & -\frac{2Rc_0}{k} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{2c_0}{k} \end{pmatrix}, C = 1.$$

系统能控矩阵是满秩的, 因此系统完全能控^[2,3].

4 系统的灵敏度模型 (Sensitive model of system)

为了对磁浮列车进行鲁棒控制器设计, 需要对其建立参数灵敏度模型. 在本文中, 主要考虑列车总质量 w 对控制器设计的影响, 为此建立系统对于 w 的转迹灵敏度模型.

设系统采用状态反馈 $u = -Kx$, $\sigma = \frac{\partial x}{\partial w}$, 即状

态对参数 w 的灵敏度函数; $\eta = \frac{\partial y}{\partial w}$, 即输出对参数 w 的灵敏度函数, 由系统的状态方程可得灵敏度模型为

$$\begin{cases} \dot{\sigma} = (A - BK)\sigma + \frac{\partial(A - BK)}{\partial w}x + \frac{\partial B}{\partial w}u = \\ (A - BK)\sigma + (A_w - B_w K)x + B_w u, \\ \eta = \frac{\partial C}{\partial w}x + C\sigma = C_w x + C\sigma, \\ \sigma(0) = \sigma_0 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

式中, $A_w = \frac{\partial A}{\partial w}$, $B_w = \frac{\partial B}{\partial w}$, $C_w = \frac{\partial C}{\partial w}$.

针对磁浮列车的模型, 因为 $B_w = 0$, $C_w = 0$, 所以上式可以写为

$$\begin{cases} \dot{\sigma} = (A - BK)\sigma + A_w x, \\ \eta = C\sigma, \\ \sigma(0) = \sigma_0 = 0. \end{cases}$$

5 降低参数灵敏度的控制器的设计 (Sensitivity constrained robust controller design)

在磁浮列车控制器的设计中, 采用最优线性调节器的方法对其进行设计. 取控制 $u = -Kx$, 性能指标 $J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt$, 可以得到使性能指标最小的最优控制 $u^* = -K^* x$. 选取不同的性能指标加权矩阵 Q , 在损失最优性的同时可以降低系统参数灵敏度, 在最优性和参数灵敏度之间折衷, 可以得到所需要的鲁棒控制器, 本文中使用这种方法来对悬浮控制系统进行鲁棒性设计.

5.1 设计方法 (Design method)

鲁棒控制器的设计分为两步, 首先选择一个正定加权矩阵 Q_1 , 使用最优线性调节器设计法在标称参数下对系统进行最优性设计, 得到

$$\begin{cases} J_1 = \int_0^\infty (x^T Q_1 x + u^T R u) dt, \\ u_1 = -K_1 x = -R^{-1} B_0^T P_1 x. \end{cases} \quad (6)$$

然后选取一个正定矩阵 ΔQ , 并使 $Q_2 = Q_1 + \Delta Q$, 再

次在标称参数下对系统进行最优线性调节器设计,得到

$$\begin{cases} J_2 = \int_0^{\infty} (x^T Q_2 x + u^T R u) dt, \\ u_2 = -K_2 x = -R^{-1} B_0^T P_2 x. \end{cases} \quad (7)$$

以上两式中 P_1, P_2 为下列 Riccati 方程的解:

$$A_0^T P_i + P_i A_0 - P_i B_0 R^{-1} B_0^T P_i + Q_i = 0 \quad (i = 1, 2). \quad (8)$$

式中 A_0, B_0 分别为标称参数下的 A 矩阵和 B 矩阵.

分析控制 u_1 和 u_2 对系统的影响,可以发现,若选取控制 u_2 作为控制函数,则有

$$\begin{aligned} J_2 &= \int_0^{\infty} (x^T Q_2 x + u_2^T R u_2) dt = \\ &\int_0^{\infty} [x^T (Q_1 + \Delta Q) x + u_2^T R u_2] dt > \\ \hat{J} &= \int_0^{\infty} (x^T Q_1 x + u_2^T R u_2) dt. \end{aligned}$$

而由最优控制的定义知

$$\begin{aligned} \hat{J} &= \int_0^{\infty} (x^T Q_1 x + u_2^T R u_2) dt > \\ J_1 &= \int_0^{\infty} (x^T Q_1 x + u_1^T R u_1) dt. \end{aligned}$$

故 $J_2 > J_1$.

因此选用控制 u_2 使系统最优性遭到损失,而同时系统的参数灵敏度会下降,即^[1]

$$J_{S_2} = \int_0^{\infty} \sigma_2^T S \sigma_2 dt < J_{S_1} = \int_0^{\infty} \sigma_1^T S \sigma_1 dt.$$

其中 J_{S_1} 为控制 u_1 下的系统参数灵敏度指标,

$\sigma_1 = \frac{\partial x}{\partial w} \Big|_{w, u_1}$ 为控制 u_1 下的参数灵敏度函数, J_{S_2} 为

控制 u_2 下的系统参数灵敏度指标, $\sigma_2 = \frac{\partial x}{\partial w} \Big|_{w, u_2}$ 为控制 u_2 下的参数灵敏度函数, S 为一正定加权矩阵.

可见,控制 u_2 虽然损失了最优性,但却降低了系统的参数稳定性,即增强了系统的鲁棒性.因此,通过选择合适的 ΔQ 能够使系统的鲁棒性和最优性得到较好的平衡,从而达到设计鲁棒控制系统的目的.

在最优控制理论中,性能指标加权矩阵 Q 的选取主要是针对系统的一组特定参数进行,并不考虑参数灵敏度的要求,并且 Q 阵的选取凭经验的成分较多,往往较难把握,需要反复分析加以确定,而 Q 阵的选取对控制器参数起决定性影响,如果 Q 阵选取不合适,控制器将得不到满意的控制效果.

上述降低参数灵敏度的设计方法的实质是对未考虑参数灵敏度的 Q 阵加以改进,使其向着有利于降低参数灵敏度的方向发展,然后使用改进后的 Q 阵进行最优控制器的设计.由于考虑了参数灵敏度,用这种方法设计的控制器有较好的鲁棒性.

5.2 ΔQ 阵的选择 (Selection of ΔQ)

由以上分析可以看出, ΔQ 矩阵的选择对系统的最优性和灵敏度有很大的影响,因此选择合适的 ΔQ 是系统鲁棒性设计的关键.

在控制 u_1 上,由系统的参数灵敏度方程(5)可得系统的参数性能指标^[1] $J_{S_1} = \int_0^{\infty} \sigma_1^T S \sigma_1 dt = x_0^T M_{11} x_0$, 其中 $M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}$ 为李雅普诺夫方程 $\bar{A}^T M + M \bar{A} + \bar{S} = 0$ 的正定解, $\bar{A} = \begin{pmatrix} A_0 - B_0 K_1 & 0 \\ A_w - B_w K_1 & A_0 - B_0 K_1 \end{pmatrix}$, $\bar{S} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix}$, x_0 为初始状态.

矩阵 M_{11} 的第 i 个元素值的大小将对应相应状态变量 x_i 的参数灵敏度大小,因此, M_{11} 可以作为对参数灵敏度性能指标 J_{S_1} 的估计,故选择 $\Delta Q = \beta M_{11}$. M_{11} 给出了 Q 变化的最佳方向, β 则实现系统最优性与灵敏度之间的折衷, β 值越大,系统的最优性损失越大,而参数灵敏度越低,系统鲁棒性越好^[2,4,5].

6 鲁棒控制系统的仿真分析 (Simulation of the robust control system)

以 CMS-3 型磁浮列车控制系统设计为例,通过仿真分析说明降低参数灵敏度设计法对系统鲁棒性的作用.

为了使系统的悬浮间隙误差尽可能的小,并保证系统有足够的阻尼特性和乘坐舒适性,设计控制器时选择 $Q_1 = \text{diag}(2 \times 10^8, 1 \times 10^6, 1)$, 系统的灵敏度主要考虑悬浮间隙和阻尼对参数的稳定性,并且列车的承载重量变化较大,因此将参数灵敏度性能指标加权矩阵 S 取得很大,使悬浮间隙和阻尼在不同承载重量下能够有一致的变化效果,选择 $S = \text{diag}(2 \times 10^{18}, 1 \times 10^{16}, 50)$, $R = 1$, $x_0 = (10^{-3}, 0, 0)^T$, $\beta = 10$. 得到

$$K_1 = (-31801, -1343, 16),$$

$$K_2 = (-1090500, -28901, 143).$$

为考察鲁棒控制系统的效果,对其进行计算机仿真.对于 CMS-3 型磁浮列车,可得针对标称参数所设计的最优调节器和鲁棒控制器在不同列车质量下的

响应曲线如图4和图5所示。

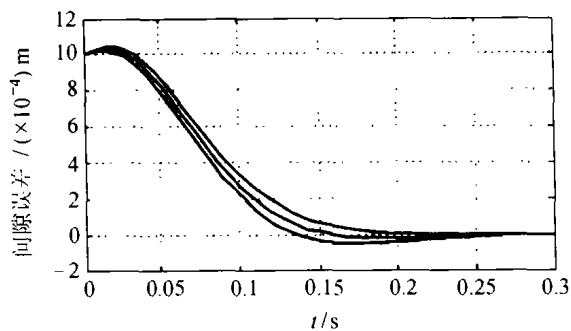


图4 使用最优调节器法设计的控制器响应曲线

Fig. 4 Response of the optimal controller

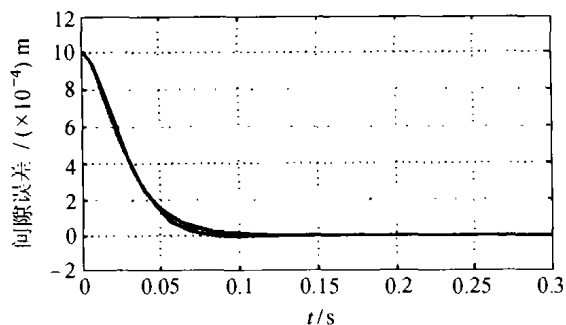


图5 降低灵敏度的控制器响应曲线

Fig. 5 Response of the sensitivity constrained controller

由响应曲线可以看出,使用最优调节器法设计的控制器在空载质量下会出现超调,是欠阻尼系统,而满载时是一个过阻尼系统,列车的悬浮特性不一致;通过使用降低参数灵敏度方法得到的鲁棒控制器在各种载重量下的响应曲线十分接近,并且系统性能有很大提高,达到了预期的设计目的。

7 结束语(Conclusion)

磁浮列车的悬浮控制系统是非线性的不稳定系统,对于单辆车来说,共有16套悬浮控制系统进行支撑,虽然通过转向架在机械上实现了解耦,但各点之间的相互干扰肯定还存在,而且在运行过程中也存在由于轨道不平顺而产生的动态干扰力,特别是在列车空载和满载时,系统的模型参数将发生较大变化。作者从分析CMS-3型磁浮列车的数学模型

入手,主要分析了列车质量变化对模型的影响,进而使用鲁棒控制设计方法对其进行降低参数灵敏度的控制器设计。仿真结果表明,降低参数灵敏度的控制器与传统的最优控制器相比,列车质量的参数灵敏度明显降低,保证了列车在不同乘载量下都具有良好的悬浮特性。并将该鲁棒控制器设计方法应用到CMS-3型磁浮列车中,经过国防科技大学试验线的试运行,证明了该鲁棒控制器能够有效地提高悬浮控制系统对参数变化的适应性。

参考文献(References):

- [1] 赵长安,王子才.鲁棒控制系统[M].北京:宇航出版社,1991.
(ZHAO Changan, WANG Zicai. *The Robust Control System* [M]. Beijing: Yuhang Press, 1991.)
- [2] 刘峰,龙志强,尹力明.磁浮列车系统的鲁棒控制分析[J].机电传动,1996,36(5):23-26.
(LIU Feng, LONG Zhiqiang, YIN Liming. Robust control analysis of maglev system [J]. *Electric Drive for Locomotive*, 1996, 36(5): 23-26.)
- [3] SINHA P K. *Electromagnetic Suspension: Dynamics and Control* [M]. London; United Kingdom: Peter Peregrinus Ltd, 1987.
- [4] 龙志强,洪华杰,周晓兵.磁浮列车的非线性控制问题研究[J].控制理论与应用,2003,20(3):399-402.
(LONG Zhiqiang, HONG Huajie, ZHOU Xiaobing. Research of non-linear control for maglev train [J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(3): 399-402.)
- [5] KOOK Hun Kim. Gain scheduled control of magnetic suspension system [C] // *Proc of the American Control Conference*. Baltimore Maryland: [s. n.], 1994, (3): 3127-3131.

作者简介:

龙志强 (1967—),男,国防科技大学磁浮技术工程研究中心副教授,主要研究方向为磁浮控制、列车运行控制、磁浮列车动力学仿真等, E-mail: zhqlong@263.com;

郝阿明 (1979—),男,国防科技大学在读硕士生,主要研究方向为磁浮列车控制技术, E-mail: aming_nudt@21cn.com;

曹承侃 (1952—),男,国防科技大学磁浮技术工程研究中心高级工程师,主要研究方向为磁浮列车控制技术, E-mail: caochengkan@263.com.