

文章编号: 1000-8152(2004)05-0809-03

一类带时滞状态扰动系统的自适应鲁棒镇定

王中生¹, 廖晓昕²

(1. 中原工学院 电气工程系, 河南 郑州 450007; 2. 华中科技大学 控制科学与工程系, 湖北 武汉 430074)

摘要: 针对一类带时滞状态扰动的系统, 讨论了系统的鲁棒自适应镇定问题. 当扰动有界且界未知时, 运用自适应控制方法, 设计出一类自适应控制器. 采用 Lyapunov-Karsovskii 函数方法, 证明了文中所提出的控制器可鲁棒镇定该系统.

关键词: 鲁棒镇定; 自适应控制; 时滞扰动; Lyapunov-Karsovskii 泛函

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Adaptive robust stabilization for a class of dynamical systems with delayed state perturbations

WANG Zhong-sheng¹, LIAO Xiao-xin²

(1. Department of Electric Engineering, ZhongYuan Institute of Technology, Zhengzhou Henan 450007, China)

(2. Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan Hubei 430074, China)

Abstract: For a class of systems with delayed state perturbations, the problem of adaptively robust stabilization was discussed. The bound of the perturbations was assumed to be unknown. By using the adaptive control method, an adaptive controller was designed. Based on the Lyapunov-Karsovskii functional, it was shown that the dynamical system can be robustly stabilized by the adaptive controller.

Key words: robust stabilization; adaptive control; delayed perturbation; Lyapunov-Karsovskii functional

1 引言 (Introduction)

近年来, 对含时滞的不确定系统的鲁棒镇定问题的研究已引起人们极大的兴趣^[1~5]. 各种工程问题中, 不可避免地会遇到各种不确定性的干扰和系统响应时延, 这些时延和不确定性可能引起系统的不稳定, 甚至系统的崩溃. 研究含时滞的不确定系统的稳定性及可控制性问题无疑具有重要的理论和实际意义. 对含时滞的不确定系统进行控制, 当系统的不确定性有界, 且界的大小已知时, 已有文献设计出了与界的信息相关的鲁棒控制器. 然而, 在实际控制问题中, 扰动的界不一定确知, 针对这类系统的控制器设计的讨论, 文献不是很多. 文献[6, 7]采用自适应设计方法, 找到了对含状态扰动的一类时滞系统的自适应鲁棒控制器. 但在该控制器控制下, 只得到了闭环系统的解一致最终有界的结论.

对这类系统, 能否设计出保证系统的解全局渐近稳定的自适应控制器呢? 本文中讨论了这方面的问题. 在假设扰动有界且界未知下, 设计出一个自适

应控制器, 该控制器可保证系统一致渐近稳定, 所得结论优于已有文献的结论.

2 系统描述 (System description)

考虑如下的含时滞状态扰动的系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + Bu(t) + E(x(t-h), t), \\ x(t) = \phi(t), t \in [-h, 0]. \end{cases} \quad (1)$$

式中 $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 为状态向量, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 为控制输入, A, B 为已知具有适当维数的实常矩阵, $E(\cdot): \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ 为一非线性连续函数, $E(0, t) = 0$ 代表系统的时滞状态扰动, $h \geq 0$ 为一常数, $\phi(t)$ 为一连续的向量初始值函数.

本文的目的是设计一个关于状态的控制器

$$u(t) = P(x(t), t), \quad (2)$$

使系统(1)在该控制器作用下的闭环系统一致渐近稳定.

关于系统(1), 给出如下的假设:

假设 1 (A, B) 为可控对.

注 由假设 1 知, 存在矩阵 K , 使 $A - BK$ 稳定.

假设 2 存在一个连续向量函数 $\eta(\cdot): \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$, 使

$$E(x(t-h), t) = B\eta(x(t-h), t), \quad (3a)$$

$$\text{且 } \|\eta(x(t-h), t)\| \leq \beta \|x(t-h)\|. \quad (3b)$$

这里 $\|\cdot\|$ 定义为欧氏范数, β 为一未知的正常数, 当设 $\theta^* = \beta^2$ 时, θ^* 亦为一未知的正常数.

3 自适应鲁棒控制器设计 (Design of adaptive robust controller)

由假设 1 知, 对矩阵 K 和对称正定阵 Q , 下述 Lyapunov 方程

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) = -Q \quad (4)$$

具有正定对称的解矩阵 P .

对系统 (1), 设计如下的自适应反馈镇定控制器:

$$u(t) = -Kx(t) - U_N(t). \quad (5)$$

其中 $U_N(t) = \frac{1}{2} \alpha^{-1} B^T P x \hat{\theta}(t)$, α 为使 $Q - \alpha I$ 为正定矩阵的某一正常数, $\hat{\theta}(t)$ 为 θ^* 的估计, P 为 Riccati 方程 (4) 的解.

式 (5) 中的 $\hat{\theta}(t)$ 由下述规律调节

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = r \alpha^{-1} \|B^T P x\|^2. \quad (6)$$

其中 r 为正的调节增益, 记 $\bar{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta^*$.

系统 (1) 在控制器 (5) 作用下的闭环系统为

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) - BU_N(t) + E(x(t-h), t). \quad (7)$$

4 可控性分析 (Analysis of controllability)

定理 1 对满足假设 1 和假设 2 的系统 (1), 采用自适应控制器 (5), (6) 可使闭环系统的状态一致渐近稳定.

证 构造 Lyapunov-Karasovskii 泛函

$$V(x, \bar{\theta}) = x^T P x + \alpha \int_{t-h}^t x^T(\tau) x(\tau) d\tau + \frac{1}{2} r^{-1} \bar{\theta}^2(t)$$

对 $V(x, \bar{\theta})$ 沿闭环系统 (7) 的解关于时间 t 求导得 $\dot{V}(x, \bar{\theta}) =$

$$\begin{aligned} & x^T P \dot{x} + \dot{x}^T P x + \alpha x^T(t) x(t) - \\ & \alpha x^T(t-h) x(t-h) + r^{-1} \bar{\theta}(t) \dot{\bar{\theta}}(t) = \\ & x^T [(A - BK)^T P + P(A - BK)] x - \\ & 2x^T P B U_N(t) + 2x^T P E(x(t-h), t) + \\ & \alpha x^T(t) x(t) - \alpha x^T(t-h) x(t-h) + r^{-1} \bar{\theta}(t) \dot{\bar{\theta}}(t) = \\ & -x^T (Q - \alpha I) x - 2x^T P B U_N(t) + 2x^T P B E(x(t-h), t) - \\ & \alpha x^T(t-h) x(t-h) + r^{-1} \bar{\theta}(t) \dot{\bar{\theta}}(t) \leq \\ & -x^T (Q - \alpha I) x - 2x^T P B U_N(t) + \\ & 2\beta \|x^T P B\| \|x(t-h)\| - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \alpha x^T(t-h) x(t-h) + r^{-1} \bar{\theta}(t) \dot{\bar{\theta}}(t) \leq \\ & -x^T (Q - \alpha I) x(t) - 2x^T P B U_N(t) + \\ & \alpha^{-1} \beta^2 \|x^T P B\|^2 + r^{-1} \bar{\theta}(t) \dot{\bar{\theta}}(t) = \\ & -x^T (Q - \alpha I) x(t) - 2x^T P B U_N(t) + \alpha^{-1} \bar{\theta}(t) \|B^T P x\|^2, \end{aligned}$$

因为

$$\alpha^{-1} \bar{\theta}(t) \|B^T P x\|^2 - 2x^T P B U_N(t) = 0,$$

于是对 $\dot{V}(x, \bar{\theta})$ 的估计有

$$\dot{V}(x, \bar{\theta}) \leq -x^T (Q - \alpha I) x.$$

由泛函微分方程关于部分变元的稳定性定理^[8]可知, 闭环系统的状态一致渐近稳定. 证毕.

5 数值实例及仿真结果 (Illustrative example and simulation)

考虑如下的带时滞状态扰动的系统^[7]:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) + E(x(t-h), t), \quad (8)$$

式中 $E(\cdot) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \eta(\cdot)$, $\eta(0, t) = 0$. 取 $K = [1, 3]$,

$A - BK = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ 为稳定矩阵. 取 $Q = I$, 由 $(A - BK)^T P + P(A - BK) = -Q$, 可解得矩阵 $P = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix}$. 取 $r = 5, \alpha = 0.5$. 于是由定理 1 知

$$u = -x_1 - 3x_2 - \frac{1}{2} x_2 \hat{\theta}(t)$$

为式 (8) 的鲁棒镇定控制器, 其中 $\hat{\theta}(t)$ 由下述规律调节:

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = \frac{5}{8} x_2^2.$$

图 1, 2 为当取 $\eta(x(t-h), t) = \frac{x_1(t-h)}{1 + e^{-t}}$ 时, 初值为 $x(0) = (1.5, 2.0)$, $\hat{\theta}(0) = 1.0, h = 1$ 时的状态响应图; 图 3, 4 为取初值 $x(0) = (-1.0, 2.0)$, $\hat{\theta}(0) = 1.0, h = 1$ 时的状态响应图.

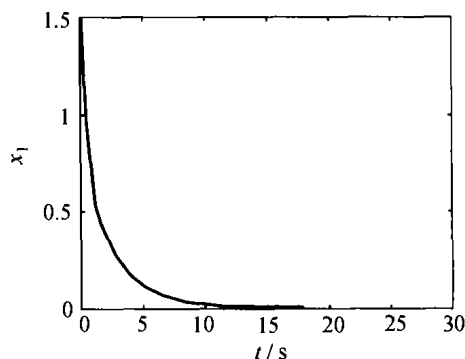
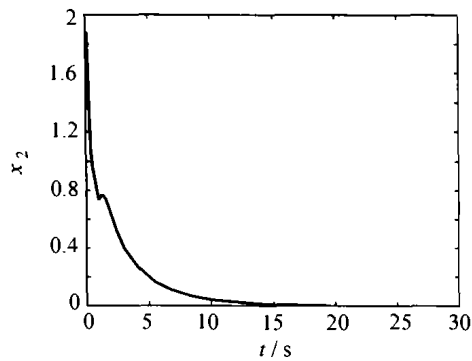
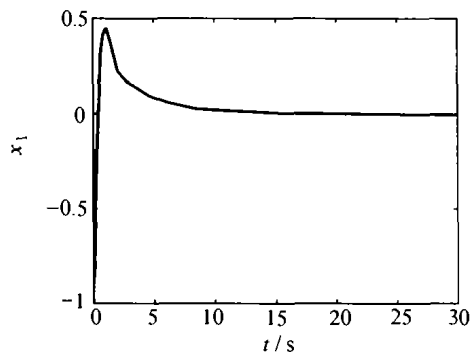
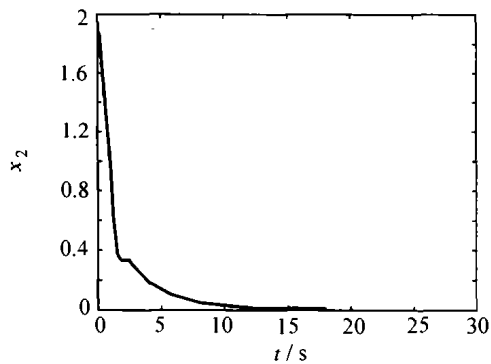


图 1 状态 $x_1(t)$ 的响应图

Fig. 1 Response of state $x_1(t)$

图2 状态 $x_2(t)$ 的响应图Fig. 2 Response of state $x_2(t)$ 图3 状态 $x_1(t)$ 的响应图Fig. 3 Response of state $x_1(t)$ 图4 状态 $x_2(t)$ 的响应图Fig. 4 Response of state $x_2(t)$

6 结束语(Conclusion)

针对一类带时滞状态扰动的系统,讨论了系统的鲁棒自适应镇定问题,当扰动有界且界未知时,运用自适应控制方法,设计出了一类自适应控制器,该控制器可控制闭环系统的状态一致渐近稳定.所得结论好于已有文献的结果.仿真实例验证了所设

计的控制器的有效性.

参考文献(References):

- [1] 苏宏业,王景成,褚健.一类不确定时滞系统的无记忆鲁棒镇定控制[J].自动化学报,1998,24(4):497-501.
(SU Hongye, WANG Jingcheng, CHU Jian. Memoryless robust stabilization of a class of uncertain linear time-delay systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1998, 24(4): 497-501.)
- [2] LIEN C H, SUN Y J, HSIEH J G. Global Stabilizability for a class of uncertain systems with multiple time-varying delays via linear control [J]. *Int J Control*, 1999, 72(10): 904-910.
- [3] KAPILA V, HADDAD W M. Robust stabilization for systems with parametric uncertainty and time delay [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 1999, 336: 473-480.
- [4] 方洋旺,韩崇昭.不确定时变时滞系统稳定性的 Riccati 方程法[J].控制理论与应用,1999,16(3):448-451.
(FANG Yangwang, HAN Chongzhao. A Riccati equation approach to stabilization of uncertain linear systems with time-varying state delay [J]. *Control Theory & Applications*, 1999, 16(3): 448-451.)
- [5] 孙继涛,邓飞其,刘永清,等.具多时滞的不确定多变量反馈系统的鲁棒稳定化[J].控制理论与应用,2002,19(1):103-104.
(SUN Jitao, DENG Feiqi, LIU Yongqing, et al. Robust stabilization of uncertain multivariable feedback systems with multiple time-delays [J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(1): 103-104.)
- [6] WU H S. Adaptive stabilizing state feedback controllers of uncertain dynamical systems with multiple time delays [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(9): 1697-1701.
- [7] WU H S. Adaptive robust state feedback controller for a class of dynamical systems with delayed state perturbation [C]// *Proc of American Control Conference*. Chicago, Illinois: [s. n.], 2002: 3661-3665.
- [8] 舒卫华. 滞后型泛函微分方程部分变元的稳定性[J]. 华中师范大学学报, 1996, 30(2): 135-138.
(SHU Weihua. On partial stability of functional differential equations with delays [J]. *Journal of Central China Normal University (Nat Sci)*, 1996, 30(2): 135-138.)

作者简介:

王中生 (1965—),男,中原工学院副教授,1987年于湖南师范大学获学士学位,1990年于西北大学获硕士学位,2003年于华中科技大学获博士学位,主要研究兴趣为自适应控制及神经网络, E-mail: zswang3@263.net;

廖晓昕 (1938—),男,华中科技大学博士生导师,发表论文130余篇,出版专著3部,主要研究兴趣为非线性动力系统的稳定性、人工神经网络的动力学行为。