

## 机动目标跟踪的机动频率自适应算法

刘昌云, 刘进忙, 陈长兴, 李 松

(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原, 713800)

**摘要:** 为了更好地跟踪机动目标, 提出了一种机动目标跟踪的改进方法. 利用目标的跟踪残差, 求取跟踪滤波器的理论残差方差值, 再根据统计的残差方差, 建立了残差的假设检验阈值. 并对其算法进行了具体的推导, 得出自适应选择机动频率的原则, 使机动频率与目标的当前状态更接近. 对“当前”模型和改进后的模型进行了仿真, 仿真结果表明该方法具有更小的跟踪误差, 是可行和有效的.

**关键词:** 机动目标; 机动频率; 模型; 残差

**中图分类号:** TN953      **文献标识码:** A

## Maneuvering frequency adaptive algorithm of tracking a maneuvering object

LIU Chang-yun, LIU Jin-mang, CHEN Chang-xing, LI Song

(The Missile Institute, the Air Force Engineering University, Sanyuan Shaanxi 713800, China)

**Abstract:** To track a maneuvering object, an improved method of tracking a maneuvering object was advanced. Based on the tracking residuals of object, the theory residuals self-covariance was gained, and the supposed testing value of residuals was gained, which utilized the statistical residuals self-covariance. The rule of adaptively choosing maneuvering frequency was deduced by careful deducing arithmetically, so that the maneuvering frequency could be close to the true state of object. By simulating on the current model and the improved model, the test results indicate that the improved model has smaller tracking error, which verifies the efficiency of the model.

**Key words:** maneuvering object; maneuvering frequency; model; residuals

### 1 引言 (Introduction)

Singer 模型、机动目标“当前”模型属于机动目标跟踪的理论研究范畴, 这两种模型都是通过与一个时间相关的参数  $\alpha$  (即机动频率) 以概率的方式计算目标的机动情况<sup>[1,2]</sup>. 当  $\alpha$  在实数轴上连续变化时, 就对应目标从等速机动到等加速机动之间的不同运动状态. 但不论是 Singer 模型还是机动目标“当前”模型, 对  $\alpha$  的确定都是事先根据对目标估计状态而确定一个常值  $\alpha$ . 这样当目标机动时,  $\alpha$  值的描述将不适合此时的目标性质, 这时再用此状态估计目标状态时必将引起较大的误差. 基于此, 本文提出了一种对机动频率  $\alpha$  的自适应选择的算法, 该算法能根据空中目标的机动或非机动情况进行自适应的确定, 以更精确描述目标的机动性质.

### 2 自适应模型 (Adaptive model)

目标的机动加速度与目标的状态噪声之间存在某种物理上的内在联系, 即机动加速度的估值是状态噪声的均值乘以某常数. 通过改变机动频率  $\alpha$ , 进而可改变目标的状态噪声, 从而改变对目标的机动加速度均值的估计. 当采用的对目标的估计模型与实际的目标模型不相符合时, 会引起系统状态误差增大, 进而造成目标的丢失. 在文献[3]中, 利用协方差阵的不确定性变化而引起的信息增量来进行传感器的管理. 本文利用目标的系统状态误差<sup>[1,4]</sup>, 通过对其误差的估计自适应地选择  $\alpha$ . 设计的模型如图 1 所示.

从模型可以看出, 机动频率  $\alpha$  的调整主要利用了测量信息和目标状态的估计信息, 利用测量值和估计值之间的误差对  $\alpha$  自适应进行估计, 从而最终调整状态转移矩阵和状态协方差矩阵.

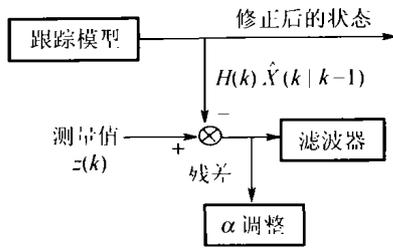


图1 机动频率自适应调整模型

Fig. 1 Adaptive model of maneuvering frequency

### 3 滤波器的数学模型 (Mathematical model of filter)

根据文献[5], 机动目标“当前”模型为

$$X_{k+1} = \Phi_{k+1,k} X_k + U_k \bar{a} + w_k \quad (1)$$

其中,  $X_{k+1} = [x_{k+1}, \dot{x}_{k+1}, \ddot{x}_{k+1}]$  为目标的状态;  $w_k$  为系统状态噪声;  $E[w_k] = 0, E[w_k^2] = Q_k$ ;  $\alpha$  为目标机动频率.

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{\alpha^2}(-1 + \alpha T + e^{-\alpha T}) \\ 0 & 1 & \frac{1}{\alpha}(1 - e^{-\alpha T}) \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{bmatrix}$$

为目标状态转移矩阵;

$$U = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha}(-T + \frac{\alpha T^2}{2} + \frac{1 - e^{-\alpha T}}{2}) \\ T - \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha} \\ 1 - e^{-\alpha T} \end{bmatrix}$$

为输入矩阵;  $Q_k = [q_{ij}]_{3 \times 3}$  是对称阵, 其中

$$\begin{aligned} q_{11} &= \frac{\sigma_a^2}{2\alpha^5} [1 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T + \frac{2\alpha^2 T^3}{3} - 2\alpha^2 T^2 - 4\alpha T e^{-\alpha T}], \\ q_{12} &= \frac{\sigma_a^2}{2\alpha^4} [e^{-2\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T} + 2\alpha T e^{-\alpha T} - 2\alpha T + \alpha^2 T^2], \\ q_{13} &= \frac{\sigma_a^2}{2\alpha^3} [1 - e^{-2\alpha T} - 2\alpha T e^{-\alpha T}], \\ q_{22} &= \frac{\sigma_a^2}{2\alpha^3} [4e^{-\alpha T} - 3 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T], \\ q_{23} &= \frac{\sigma_a^2}{2\alpha^3} [e^{-2\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T}], \\ q_{33} &= \frac{\sigma_a^2}{2\alpha^3} [1 - e^{-2\alpha T}]. \end{aligned}$$

若设观测方程为

$$Z_k = H_k X_k + v_k \quad (2)$$

其中,  $H_k = [1 \ 0 \ 0]$  为观测矩阵,  $v_k$  为观测噪声,  $E[v_k] = 0, E[v_k^2] = R_k$ , 则可得滤波方程

$$\hat{X}_{k+1|k+1} = \hat{X}_{k+1|k} + K_{k+1} [Z_{k+1} - H_{k+1} \hat{X}_{k+1|k}], \quad (3)$$

$$\hat{X}_{k+1|k} = \Phi \hat{X}_{k|k} + U_k \bar{a}, \quad (4)$$

$$K_{k+1} = P_{k+1|k} H_{k+1}^T [H_{k+1} P_{k+1|k} H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1}, \quad (5)$$

$$P_{k+1|k} = \Phi P_{k|k} \Phi^T + Q_k, \quad (6)$$

$$P_{k+1|k+1} = [I - K_{k+1} H_{k+1}] P_{k+1|k}. \quad (7)$$

### 4 $\alpha$ 的自适应算法 (Adaptive algorithm of $\alpha$ )

从目标状态方程的状态转移矩阵  $\Phi$  和噪声矩阵  $Q$  可以得出二者都是机动频率  $\alpha$  的函数. 通过改变  $\alpha$ ,  $\Phi$  和  $Q$  也相应改变, 以使状态转移矩阵和噪声矩阵更加精确符合目标的真实状态. 将机动频率设为

$$\alpha = \gamma(t)\alpha, \quad \alpha = \alpha_0. \quad (8)$$

式中,  $\gamma(t)$  是调整值, 为时变的, 根据滤波器的残差特性, 自适应地调整  $\gamma(t)$ , 使其自动的跟踪目标的机动状态.

根据通常的经验<sup>[5]</sup>,  $\alpha$  的取值范围为: 转弯机动  $\alpha = 1/60$ ; 逃避机动  $\alpha = 1/20$ ; 大气扰动  $\alpha = 1$ . 通常在进行状态滤波时, 根据经验事先确定  $\alpha$  的值.

#### 4.1 残差的理论值 (Theory residuals)

对空中目标的状态始终是估计-平滑-估计-平滑的循环过程, 在观察过程中始终存在误差, 根据“新息理论”可知, 目标的新息向量 (也称为残差向量) 为

$$d_k = Z_k - H_k \hat{X}_{k|k-1}. \quad (9)$$

式(9)反映了该系统模型依赖量测值的程度. 实际上残差就是滤波器模型中真实量测值与估计值之间的差值. 在理想情况下的残差为零均值白噪声<sup>[6]</sup>. 如果系统运行过程中不再是零均值白噪声, 说明滤波器存在问题. 根据文献[7], 残差的方差阵以下式计算:

$$P_d = H_k (\Phi P_{k-1} \Phi^T + Q) H_k + R. \quad (10)$$

式(10)实际上就是残差方差阵的理论值.

#### 4.2 残差的统计估计值 (Estimated residuals)

跟踪滤波器中的残差的方差和均值可以判断滤波器的性能高低. 由式(9)可以计算出每个时刻的残差向量, 假设  $n$  表示一段时间内的统计数, 则残差的方差和均值的估计值为<sup>[7]</sup>

$$\hat{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=t-n}^t d_i, \quad (11)$$

$$\hat{P}_d = \frac{1}{n-1} \sum_{i=t-n+1}^t (d_i - \hat{d})(d_i - \hat{d})^T. \quad (12)$$

式(11),(12)是残差的统计均值和统计方差值.

### 4.3 残差的假设检验(Hypothesis varifying of residuals)

从式(11)可以看出,残差  $\hat{d}$  是一个多维的向量,设残差序列为  $\{\hat{d}(i)\}$ ,下标  $i$  表示残差序列是由第  $i$  个观测量产生的,由式(10)可得残差的理论方差阵序列  $\{P_d(i)\}$ ,下标  $i$  表示第  $i$  个观测量的理论方差,由式(12)可得残差的估计方差序列  $\{\hat{P}_d(i)\}$ ,下标  $i$  表示第  $i$  个观测量的估计方差.当滤波器达到稳态时,残差序列  $\{\hat{d}(i)\}$  应为独立同分布的高斯  $N(0, P_d(i))$  随机变量序列<sup>[8]</sup>.经分析可知,对残差的均值和方差实际上是一个假设检验问题,设残差均值和方差的显著性水平为  $\alpha$ .

#### 4.3.1 残差均值的假设检验(Hypothesis varifying of residuals meanvalue)

假设  $H_0$   $\hat{d}(i) = 0$ ,残差均值等于 0;

假设  $H_1$   $\hat{d}(i) \neq 0$ ,残差均值不等于 0.

由假设检验理论得

$$|\hat{d}(i)| \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} M_0. \quad (13)$$

其中  $M_0 = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{P_d(i)}/\sqrt{n}$ , 所以

1) 当  $|\hat{d}(i)| > z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{P_d(i)}/\sqrt{n}$  时,则  $H_1$  成立,残差不服从均值为零,表明此时跟踪出现了偏离.

2) 当  $|\hat{d}(i)| \leq z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{P_d(i)}/\sqrt{n}$  时,则  $H_0$  成立,残差服从均值为零,表明此时跟踪正常.

#### 4.3.2 残差方差的假设检验(Hypothesis varifying of residuals variant)

假设  $H_2$   $\hat{P}_d(i) = P_d(i)$ ,残差方差等于理论值;

假设  $H_3$   $\hat{P}_d(i) \neq P_d(i)$ ,残差方差不等于理论值.

由假设检验理论得到  $\hat{P}_d(i)$  的拒绝域为

$$\begin{aligned} \hat{P}_d(i) &\leq \frac{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1) \cdot P_d(i)}{n-1}, \\ \hat{P}_d(i) &\geq \frac{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1) \cdot P_d(i)}{n-1}. \end{aligned} \quad (14)$$

所以

1) 当  $\hat{P}_d(i)$  在拒绝域内时,即式(14)成立,则  $H_3$  成立,表明此时跟踪有剧烈振荡;

2) 当  $\hat{P}_d(i)$  在拒绝域外时,即式(14)不成立,

则  $H_2$  成立,表明此时跟踪平稳.

### 4.4 $\alpha$ 的自适应算法(Adaptive algorithm of $\alpha$ )

通过以上的分析,可知调整参数  $\gamma(t)$  的调整过程是一个跟踪残差的假设检验的过程.由式(13),(14)建立了残差的均值和方差的假设检验.  $H_0, H_1, H_2, H_3$ ,可以建立 4 种情况下的  $\gamma(t)$  的调整过程:  $H_0$  和  $H_2$  同时成立,即跟踪正常,  $\gamma(t)$  不改变;  $H_0$  和  $H_3$  成立,表明跟踪过程中有剧烈的震荡;  $H_1$  和  $H_2$  成立,表明跟踪出现了偏离;  $H_1$  和  $H_3$  成立,表明跟踪出现了偏离且跟踪不稳定,在后 3 种情况都应改变  $\gamma(t)$  的值,以使机动频率  $\alpha$  能精确描述目标的当前状态.可得  $\alpha$  的自适应算法为

$$\gamma(t) = \begin{cases} 1, & H_0 \text{ 和 } H_2 \text{ 同时成立;} \\ 0.1(\hat{P}_d(i)/P_d(i)) + \hat{d}(i)/M_0, & H_0 \text{ 成立, } H_3 \text{ 成立;} \\ 0.1(\hat{P}_d(i)/P_d(i)) + 1.2\hat{d}(i)/M_0, & H_1 \text{ 成立, } H_2 \text{ 成立;} \\ 0.2(\hat{P}_d(i)/P_d(i)) + 1.4\hat{d}(i)/M_0, & H_1 \text{ 成立, } H_3 \text{ 成立.} \end{cases} \quad (15)$$

进行  $\alpha$  的调整时,一般是在 3 ~ 5 步(即采样 3 ~ 5 个残差点)才估计残差的距离函数,进行  $\alpha$  的调整.在进行  $\gamma(t)$  的调整时,一般只取第一维作为残差的估计和检验(即  $i = 1$ ).

## 5 仿真(Simulations)

### 5.1 目标想定(Object track)

假设一空中目标在某一水平面飞行,飞行速度  $V = 400 \text{ m/s}$ ,飞行加速度  $a = 20 \text{ m/s}^2$ ,飞行航向角为  $45^\circ$ ,初始坐标(4 km, 4 km),在空中作机动飞行.在 0 ~ 12 s 时,目标作常速飞行;在 12 ~ 24 s,目标作加速度飞行;在 24 ~ 36 s,目标作逆时针方向的转弯机动(设转弯半径  $R = 4 \text{ km}$ );在 36 ~ 48 s,目标作顺时针方向的转弯机动(设转弯半径  $R = 4 \text{ km}$ ),目标理想航迹如图 2 所示.

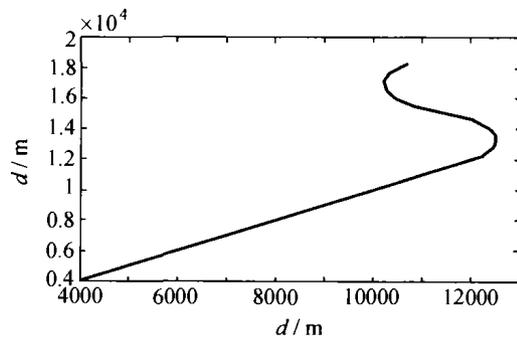


图 2 目标想定飞行曲线  
Fig. 2 Flying curve of object track

### 5.2 仿真 (Simulation)

设雷达的测量周期  $T = 2\text{ s}$ , 测量方差  $R = 0.15\text{ km}^2$ . 在两个坐标轴上的初始状态为

$$\hat{X}_0 = \hat{Y}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.28 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ (单位: } \begin{bmatrix} \text{km} \\ \text{km/s} \\ \text{km/s}^2 \end{bmatrix} \text{)},$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \text{ (单位: } \begin{bmatrix} \text{km}^2 & \text{km}^2/\text{s} & \text{km}^2/\text{s}^2 \\ \text{km}^2/\text{s} & \text{km}^2/\text{s}^2 & \text{km}^2/\text{s}^3 \\ \text{km}/\text{s}^2 & \text{km}^2/\text{s}^3 & \text{km}^2/\text{s}^4 \end{bmatrix} \text{)}.$$

对两坐标轴进行解耦滤波, 并设初始机动频率  $\alpha = 1/120, \gamma(t) = 1$ , 选定残差的均值检验和方差检验置信度  $a = 0.95$ . 为了比较机动频率固定的滤波器和机动频率自适应调整的滤波器的性能, 对两个滤波器进行了仿真, 对理想航迹加入均值为  $100\text{ m}$  的高斯噪声. 通过  $100$  次 Monte Carlo 仿真实验, 得到  $X, Y$  轴的均方根误差分别如图 3, 4 所示, 图 5 为调整参数  $\gamma(t)$  的调整曲线. 机动频率固定的滤波器的平均算法时间  $t_1 = 0.01431\text{ s}$ , 机动频率自适应的平均算法时间  $t_2 = 0.01774\text{ s}$  (运行环境: PIII 1G, Windows 2000 操作系统).

### 5.3 仿真分析 (Analysis of simulation)

由图 3 和图 4 的误差曲线可知, 用固定频率的目标机动模型跟踪机动目标时, 跟踪误差:  $X$  轴为  $80.47\text{ m}$ ,  $Y$  轴为  $78.77\text{ m}$ , 且跟踪误差始终在作剧烈的震荡. 而采用自适应的机动频率跟踪模型, 在匀速和加速运动时, 跟踪误差都很小, 接近  $0\text{ m}$ , 具有良好的跟踪性能. 调整参数  $\gamma(t)$  的均值  $\bar{\gamma} = 1.15$ , 从第 4 节的分析可知, 该调整均值符合所仿真的目标飞行曲线. 在图 5 中, 调整参数  $\gamma(t)$  在某些时刻有较大的值, 主要原因是在仿真中加入了均值为  $100\text{ m}$  的高斯噪声.

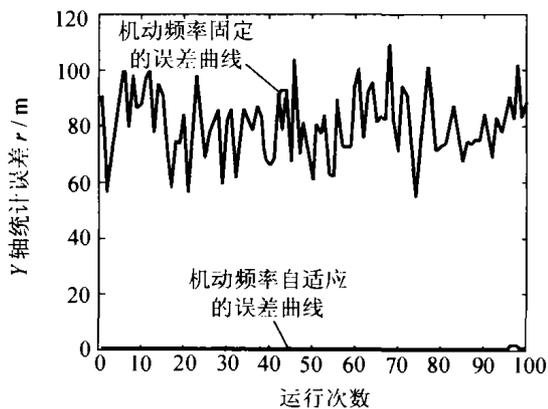


图 3  $\alpha$  固定和自适应的  $X$  轴误差曲线  
Fig. 3  $X$  error curve of the static and adaptive  $\alpha$

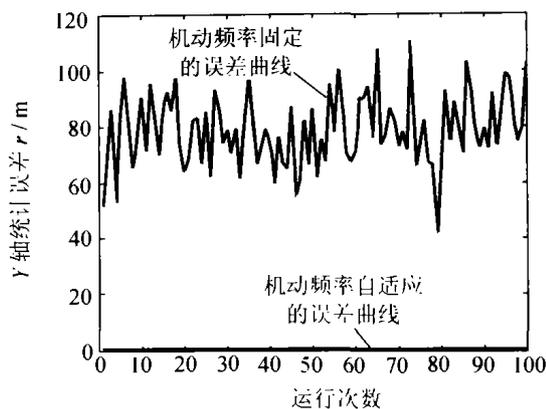


图 4  $\alpha$  固定和自适应的  $Y$  轴误差曲线  
Fig. 4  $Y$  error curve of the static and adaptive  $\alpha$

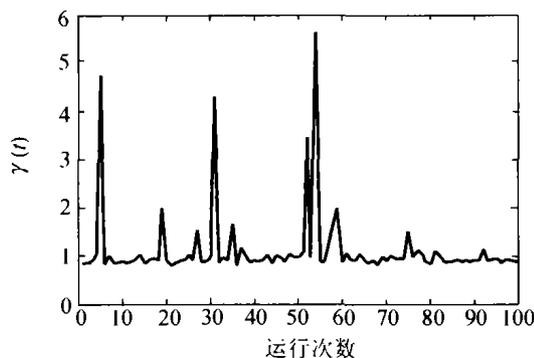


图 5  $\gamma(t)$  参数的调整曲线  
Fig. 5 Adjusted curve of  $\gamma(t)$

## 6 结论 (Conclusion)

通过对残差的理论方差的计算, 得到其残差均值和方差的拒绝域, 建立了目标的自适应机动跟踪模型. 通过实时的估计残差的均值和方差, 当残差均值和方差落在拒绝域内时, 表明此时采用的机动频率  $\alpha$  也不能正确的描述此时的目标机动状态. 通过实时的调整机动频率  $\alpha$ , 使其正确的描述目标的当前机动状态. 通过仿真可知, 在算法时间增加不大的情况下, 目标的跟踪误差得到了很大的提高, 能较好地跟踪机动目标, 因而具有很大的实用性.

### 参考文献 (References):

[1] 潘泉. 机动目标跟踪双滤波器模型及其自适应算法[J]. 控制理论与应用, 1995, 12(4): 482 - 486.  
(PAN Quan. Tracking a maneuvering target with sliding acceleration meanvalue model and algorithm [J]. *Control Theory & Applications*, 1995, 12(4): 482 - 486.)

[2] WANG T C, VARSHNEY P K. A tracking algorithm for maneuvering targets [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems (TAES)*, 1993, 29(3): 910 - 924.

[3] 申石磊, 刘先省, 潘泉. 基于运动模型的一类传感器管理方法[J]. 电子学报, 2002, 30(2): 201 - 203.

- (SHEN Shilei, LIU Xiansheng, PAN Quan. The managed method of sensor based on moved model [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2002, 30(2): 201 - 203.)
- [4] 柏箬, 刘建业, 袁信. 模糊自适应卡尔曼滤波技术研究[J]. 信息与控制, 2002, 31(3): 193 - 197.  
(BAI Jing, LIU Jianye, YUAN Xin. Study of fuzzy adaptive Kalman filtering technique[J]. *Information and Control*, 2002, 31(3): 193 - 197.)
- [5] 周宏仁, 敬忠良, 王培德. 机动目标跟踪[M]. 北京: 国防工业出版社, 1994: 133 - 142.  
(ZHOU Hongren, JING Zongliang, WANG Peide. *The Maneuvering Object Tracking* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1994: 133 - 142.)
- [6] 周锐, 杨涤, 王恒霖. 一种快速跟踪机动目标的并行算法[J]. 战术导弹技术, 1996, 17(3): 39 - 43.  
(ZHOU REI, YANG Di, WANG Henglin. A parallel algorithm for fast tracking maneuvering targets [J]. *Tactical Missile Technology*, 1996, 17(3): 39 - 43.)
- [7] SASIADEK J Z, WANG Q, ZEREMBA M B. Fuzzy adaptive Kalman filtering for INS/GPS data fusion[C]// *Proc of the 15th IEEE Int Symposium on Intelligent Control*. Rio, Patras, Greece: IEEE Press, 2000: 181 - 186.
- [8] 柯晶, 钱积新. 基于逻辑切换的改进跟踪卡尔曼滤波器[J]. 电子学报, 2002, 30(6): 925 - 927.  
(KE Jing, QIAN Jixin. Modified strong tracking Kalman filter based on logic switching [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2002, 30(6): 925 - 927.)

#### 作者简介:

刘昌云 (1973 —), 男, 空军工程大学导弹学院讲师, 主要从事信号与信息处理方面的教学和研究工作, E-mail: kjlchy@163.net;

刘进忙 (1958 —), 男, 空军工程大学导弹学院教授, 博士生导师, 主要从事信号与信息处理研究, E-mail: liujinmang@sina.com;

陈长兴 (1964 —), 男, 空军工程大学文理学院副教授, 西北工业大学博士生, 主要从事信息处理研究, E-mail: 126x.chenchangxin@sina.com;

李松 (1977 —), 男, 空军工程大学导弹学院助教, 硕士, 感兴趣的领域有 C<sup>3</sup>I 系统的建模与仿真, E-mail: lisong@163.com.

## 下 期 要 目

- 一类不确定离散系统的严格正实分析和设计 ..... 邵汉永, 冯纯伯
- 线性约束非线性函数全局优化算法的研究 ..... 张贵军, 俞立
- 基于神经网络 MIMO 非线性系统自适应输出反馈控制 ..... 朱永红, 姜长生, 费树岷
- 基于自适应 AGBFN 的不确定非线性系统的跟踪控制 ..... 刘亚, 侯霞, 胡寿松
- 基于案例推理的层流冷却过程建模方法研究 ..... 谭明皓, 柴天佑
- 单目视觉中基于 IEKF, DD1 及 DD2 滤波器的位姿和运动估计(英文) ..... 伍雪冬, 王耀南, 李灿飞
- 不稳定零动态系统的鲁棒控制 ..... 王广雄, 张静, 何朕
- 一类可数 Markov 控制过程的最优平稳策略 ..... 殷保群, 李衍杰, 奚宏生, 周亚平
- 弹簧振子理论: 研究证券价格波动的新范式 ..... 赵贞玉, 欧阳令南, 祝波
- 时滞模糊奇异摄动系统的 H<sub>2</sub> 次优控制 ..... 刘华平, 孙富春, 李春文, 何克忠, 孙增圻
- 广义线性系统的干扰解耦观测器设计 ..... 段广仁, 吴爱国
- BP 算法在信用风险分析中的应用 ..... 庞素琳, 黎荣舟, 徐建闽
- 电动车制动防抱死控制系统 ..... 李果, 余达太