

输入采用标准模糊分划的模糊控制系统设计

修智宏^{1,2}, 任光¹, 张运杰¹

(1. 大连海事大学 轮机工程学院, 辽宁 大连 116026; 2. 海军大连舰艇学院 指挥控制信息系, 辽宁 大连 116018)

摘要: 稳定性分析和系统化设计是模糊控制理论的两个重要研究课题. 根据输入采用标准模糊分划的模糊系统的有关性质, 本文研究了利用平行分布补偿法(PDC)和线性矩阵不等式法(LMI)系统化设计 T-S 模糊控制系统的方法, 提出并证明了一个判定闭环 Takagi-Sugeno (T-S)模糊控制系统稳定性的充分条件. 通过对非线性质量块-弹簧-阻尼器模糊控制系统的设计与仿真, 验证了这些方法的有效性.

关键词: 模糊控制; 系统化设计; 稳定性分析; 模糊分划; 分段 Lyapunov 函数

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Systematic design of fuzzy control systems with standard fuzzy partition inputs

XIU Zhi-hong^{1,2}, REN Guang¹, ZHANG Yun-jie¹

(1. Marine Engineering College, Dalian Maritime University, Dalian Liaoning 116026, China;

2. Department of Command Control and Information, Dalian Naval Academy, Dalian Liaoning 116018, China)

Abstract: The stability analysis and systematic design are two important subjects in fuzzy control theory. Based on the properties of fuzzy systems with standard fuzzy partition (SFP) inputs, a systematic design approach of Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy control systems was investigated in this paper by means of the parallel distributed compensation (PDC) and linear matrix inequalities (LMI). A sufficient condition to check the stability of a closed-loop T-S fuzzy control system was proposed and proved. The design and simulation results of a nonlinear mass-spring-damper fuzzy control system show that these methods are effective.

Key words: fuzzy control; systematic design; stability analysis; fuzzy partition; piecewise Lyapunov function

1 引言 (Introduction)

近年来, 许多学者对 Takagi-Sugeno (T-S) 模糊控制系统^[1]的设计方法及稳定性分析进行了研究. 基于 Lyapunov 直接方法, Tanaka 和 Sugeno^[2]研究了 T-S 模糊控制系统的稳定性问题, 最后的稳定性判据归结为在所有的局部子系统中寻找一个公共的 正定矩阵 P 、满足一系列不等式组. 其后 Cao 等人^[3]、Johansson 等人^[4]、Zhang 等人^[5]作了进一步的研究, 他们的方法在一定程度上放宽了 Tanaka 等人的稳定性判定条件, 但也各自存在一些不足之处, 在实际应用中有较大的局限性.

在工程应用中, 大多数模糊控制系统输入变量的模糊集满足正规性和全交叠性. 在文献[6]中从分析模糊控制系统规则前件的结构信息入手, 定义了模糊控制系统输入变量的标准模糊分划 (SFP), 研

究证明了输入变量采用标准模糊分划的模糊控制系统的性质, 并提出了一个判定自由 T-S 模糊控制系统稳定的充分条件. 本文在文献[6]的基础上, 利用并行分布补偿法 (PDC)^[7,8]和线性矩阵不等式方法 (LMI)^[9], 进一步研究了闭环 T-S 模糊控制系统的稳定性分析和系统化设计方法.

2 输入采用标准模糊分划的 T-S 模糊系统 (T-S fuzzy systems with SFP inputs)

T-S 模糊系统的模型可描述如下:

R_i : IF x_1 is F_1^i and $\cdots$ and x_n is F_n^i

THEN $\dot{x} = A_i x + B_i u, i = 1, 2, \cdots, l.$ (1)

其中: R_i 表示模糊系统的第 i 条规则, $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \cdots, x_n(t)]^T$ 为模糊系统的状态向量, $x_k, F_k^i (i = 1, \cdots, l, k = 1, \cdots, n)$ 分别为模糊系统的

输入状态变量和模糊集.

采用单点模糊法、Sum-Product 推理、重心法去模糊,模糊系统的总体模型为

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^l h_i \{A_i x(t) + B_i u(t)\}. \quad (2)$$

其中: $w_i = \prod_{k=1}^n F_k^i(x_k(t))$ 为第 i 条规则的激活度,

$$h_i = w_i / \sum_{i=1}^l w_i.$$

标准模糊分划的具体定义和输入变量采用标准模糊分划的模糊控制系统的几个重要性质见文献[6].标准模糊分划要求输入变量的模糊集满足正规性和全交叠性,例如图1中的(a),(b)为标准模糊分划,而(c),(d)为非标准模糊分划,因为(c)中的模糊集不满足全交叠性,(d)中的模糊集不满足正规性.

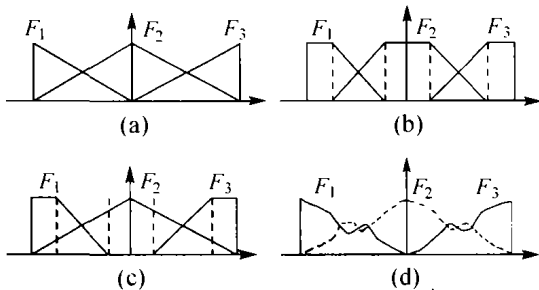


图1 标准模糊分划和非标准模糊分划的示例

Fig. 1 Illustrations of SFPs and non-SFPs

3 T-S 模糊控制系统的系统化设计方法 (Systematic design of T-S fuzzy control systems)

3.1 并行分布补偿原理(Parallel distributed compensation)

并行分布补偿的基本思路^[7,8]是:首先对式(1)的每一个子系统分别设计局部控制器 $u = -K_i x$, 各局部控制器共享式(1)的规则前件,然后由各局部控制器合成总的模糊控制器.对于系统(1),其相应的模糊控制器规则为

$$R_i: \text{IF } x_1 \text{ is } F_1^i \text{ and } \cdots \text{ and } x_n \text{ is } F_n^i \\ \text{THEN } u = -K_i x, \quad i = 1, 2, \dots, l. \quad (3)$$

模糊控制器的总体模型为

$$u = - \sum_{i=1}^l h_i K_i x. \quad (4)$$

3.2 闭环 T-S 模糊控制系统的稳定性分析(Stability analysis of closed-loop T-S fuzzy control systems)

Cao 等人^[3]将传统的 Lyapunov 直接法中 Lya-

punov 函数 $V(x)$ 的条件进一步放宽,得到了一个判定控制系统稳定性的充分条件:

定理 1 设系统可表示为 $\dot{x} = f(x)$, 其中 $x \in \mathbb{R}^n$, $f(x)$ 为 $n \times 1$ 的函数向量, 且 $f(0) = 0$. 如果存在一个分段光滑的标量函数 $V(x)$ 满足:

- $V(0) = 0$;
- 对所有的 $x \neq 0$, $V(x) > 0$;
- 当 $\|x\| \rightarrow \infty$ 时, $V(x) \rightarrow \infty$;
- 对所有的 $x \neq 0$, $\dot{V}(x) < 0$.

其中, 在 $V(x)$ 的间断点的左侧和右侧, $\dot{V}(x)$ 分别定义为 $V(x)$ 的左、右偏导数.

则系统在平衡状态 $x = 0$ 是大范围渐近稳定的, 且 $V(x)$ 是一个 Lyapunov 函数.

借助于定理 1, 进一步研究得到如下定理:

定理 2 对于式(1)所示模糊对象模型, 采用式(3)所示模糊控制器, 如果各输入变量均采用标准模糊分划, 则闭环模糊控制系统在平衡状态大范围渐近稳定的充分条件是: 在每个最大交叠规则组中分别存在一个公共的正定矩阵 P_j 满足条件 C1) 或 C2):

C1)

$$G_{ik}^T P_j + P_j G_{ik} < 0, \quad i, k \in L_j,$$

$$j = 1, 2, \dots, \prod_{p=1}^n (m_p - 1);$$

C2)

$$G_{ii}^T P_j + P_j G_{ii} < 0, \quad i \in L_j,$$

和

$$\left(\frac{G_{ik} + G_{ki}}{2} \right)^T P_j + P_j \left(\frac{G_{ik} + G_{ki}}{2} \right) < 0,$$

$$i, k \in L_j \text{ 且 } i < k; j = 1, 2, \dots, \prod_{p=1}^n (m_p - 1).$$

其中: $G_{ik} = A_i - B_i K_k$, $L_j = \{\text{第 } j \text{ 个最大交叠规则组包含的规则序号}\}$.

证 设系统的输入为 $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, 系统共有 r 个交叠规则组, $l_j = \{\text{第 } j \text{ 个交叠规则组包含的规则序号}\}$, 各交叠规则组的作用域为 S_j , $j = 1, 2, \dots, r$.

由于在 S_j 上有 $h_i h_k \geq 0$, $\sum_{i \in l_j} \sum_{k \in l_j} h_i h_k = 1$, $\sum_{i \in l_j} h_i^2 +$

$2 \sum_{i, k \in l_j} h_i h_k = 1$, 则闭环系统的局部模型为

$$\dot{x} = \sum_{i \in l_j} h_i \left\{ A_i x - B_i \left(\sum_{k \in l_j} h_k K_k x \right) \right\} = \\ \left\{ \sum_{i \in l_j} \sum_{k \in l_j} h_i h_k (A_i - B_i K_k) \right\} x = \left\{ \sum_{i \in l_j} \sum_{k \in l_j} h_i h_k G_{ik} \right\} x =$$

$$\left\{ \sum_{i \in I_j} h_i^2 G_{ii} + 2 \sum_{i, k \in I_j}^{i < k} h_i h_k \left(\frac{G_{ik} + G_{ki}}{2} \right) \right\} x. \quad (5)$$

如果在 S_j 上存在一个公共正定矩阵 P_j 满足条件式(6)或式(7),(8):

$$G_{ik}^T P_j + P_j G_{ik} < 0, \quad i, k \in I_j, \quad (6)$$

$$G_{ii}^T P_j + P_j G_{ii} < 0, \quad i \in I_j, \quad (7)$$

$$\left(\frac{G_{ik} + G_{ki}}{2} \right)^T P_j + P_j \left(\frac{G_{ik} + G_{ki}}{2} \right) < 0, \quad i, k \in I_j \text{ 且 } i < k. \quad (8)$$

选择 $V_j(x) = x^T P_j x$ 为 S_j 上的一个 Lyapunov 函数,则容易验证 $V_j(x)$ 在 S_j 上满足定理 1 的 a) ~ c)。

对 $x \neq 0$,由式(6)或式(7),(8)和 $h_i > 0$,可推出

$$\begin{aligned} \dot{V}_j(x) &= \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta} (V_j(x(t + \Delta)) - V_j(x(t))) = \\ &= \dot{x}^T P_j x + x^T P_j \dot{x} = \\ &= \left(\sum_{i \in I_j} \sum_{k \in I_j} h_i h_k G_{ik} x \right)^T P_j x + x^T P_j \left(\sum_{i \in I_j} \sum_{k \in I_j} h_i h_k G_{ik} x \right) = \\ &= \sum_{i \in I_j} h_i^2 \{ x^T (G_{ii}^T P_j + P_j G_{ii}) x \} + \\ &+ 2 \sum_{i, k \in I_j}^{i < k} h_i h_k \left\{ x^T \left(\left(\frac{G_{ik} + G_{ki}}{2} \right)^T P_j + \right. \right. \\ &\left. \left. P_j \left(\frac{G_{ik} + G_{ki}}{2} \right) \right) x \right\} < 0. \end{aligned} \quad (9)$$

因此 $V_j(x)$ 在 S_j 上也满足定理 1 的 d)。

在各交叠规则组的作用域上定义特征函数:

$$\lambda_j(x) = \begin{cases} 1, & x \in S_j, \\ 0, & \text{other,} \end{cases} \quad \sum_{j=1}^r \lambda_j(x) = 1, \quad (10)$$

则模糊系统在输入论域上的总模型可表示为

$$\dot{x} = \sum_{j=1}^r \lambda_j(x) \left(\sum_{i \in I_j} \sum_{k \in I_j} h_i h_k G_{ik} x \right), \quad (11)$$

$$\text{令} \quad P = \sum_{j=1}^r \lambda_j P_j. \quad (12)$$

在整个输入论域上构造 Lyapunov 函数为 $V(x) = x^T P x$, 并将式(12)代入:

$$\begin{aligned} V(x) &= x^T \left(\sum_{j=1}^r \lambda_j P_j \right) x = \\ &= \sum_{j=1}^r \lambda_j x^T P_j x = \sum_{j=1}^r \lambda_j V_j(x). \end{aligned} \quad (13)$$

容易验证 $V(x)$ 满足定理 1 的 a) ~ c) 3 条。 $V(x)$ 是一个分段连续函数,因此在间断点左侧和右侧的导数分别取左导数和右导数。由导数定义和式

(9) 可知当 $x \neq 0$ 时

$$\dot{V}(x) = \frac{dV}{dt} =$$

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta} (V(x(t + \Delta)) - V(x(t))) =$$

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta} \left(\sum_{j=1}^r \lambda_j V_j(x(t + \Delta)) - \sum_{j=1}^r \lambda_j V_j(x(t)) \right) =$$

$$\sum_{j=1}^r \lambda_j \left(\lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta} (V_j(x(t + \Delta)) - V_j(x(t))) \right) =$$

$$\sum_{j=1}^r \lambda_j \dot{V} < 0$$

满足定理 1 的 d),因此, $V(x)$ 是式(1)和(3)所构成的闭环 T-S 模糊控制系统的一个分段 Lyapunov 函数。

因此可以得到如下结论:如果各输入变量采用标准模糊分划,在式(1)和(3)所构成的闭环模糊控制系统的每个交叠规则组内分别存在公共的正定矩阵 P_j 满足式(6)或式(7),(8),则闭环系统在平衡状态是大范围渐近稳定的。

由文献[6]的定理 3 可知,只要在每个最大交叠规则组内存在公共的正定矩阵 P_j 满足条件 C1)或 C2),则在闭环系统中所有交叠规则组内都存在公共的正定矩阵 P_j 满足(6)式或(7)(8)式。证毕。

3.3 模糊控制器的系统化设计方法(Systematic design of fuzzy controllers)

由线性控制理论,如果状态方程为: $\dot{x} = Ax + Bu(t)$ 的系统状态完全可控,则可以利用状态反馈控制器 $u = -Kx$ 来任意配置闭环系统的极点从而使系统达到期望的性能指标。因此,对于式(1)所示输入采用标准模糊分划的 T-S 模糊系统,其模糊控制器的系统化设计可采用以下步骤:

步骤 1 对于式(1)所示的 T-S 模糊系统模型,验证各线性子系统的可控性。

步骤 2 应用线性系统理论,根据期望的闭环控制系统的性能指标,选取各局部线性子系统闭环极点的位置。

步骤 3 采用 Achermann's 公式,计算每一个局部线性子系统的状态反馈矩阵 K_i 。

步骤 4 根据文献[6]的定理 2,应用 LMI-Lab 软件工具^[9]找出系统所有的最大交叠规则组,应用定理 2 检验闭环模糊控制系统的稳定性。如果在某一最大交叠规则组内不满足定理 2 的条件,应回到步骤 2 重新配置相应子系统的闭环极点位置。

步骤 5 按式(4)将各局部线性子系统的状态

反馈控制器合成系统总体控制器模型.通过计算机仿真或实际试验,如果达到预期的控制效果则模糊控制器设计完毕;否则回到步骤2重新配置相应子系统的闭环极点位置,直到达到预期的控制效果.

4 模糊控制系统的设计示例(Design example of a fuzzy control system)

采用文献[7]的非线性质量块-弹簧-阻尼器系统为研究对象,该系统的微分方程为

$$\ddot{x} = -\dot{x}^3 - 0.01x - 0.1x^3 + (1 + 0.13\dot{x}^3)u. \quad (14)$$

其中: x 为质量块的位置, u 是外力, 并设 $x \in [-1.5, 1.5]$, $\dot{x} \in [-1.5, 1.5]$.

式(14)的非线性对象可以用以下 T-S 模糊系统模型来近似:

R_i : IF x_1 is F_1^i and x_2 is F_2^i

THEN $\dot{x} = A_i x + B_i u, i = 1, 2, \dots, 9.$ (15)

其中 $x_1 = x$, 模糊分划为 $\{F_{1j}, j = 1, 2, 3\}$; $x_2 = \dot{x}$, 模糊分划为 $\{F_{2k}, k = 1, 2, 3\}$; 且

$$F_1^1 = F_1^4 = F_1^7 = F_{11}, F_1^2 = F_1^5 = F_1^8 = F_{12},$$

$$F_1^3 = F_1^6 = F_1^9 = F_{13}, F_2^1 = F_2^2 = F_2^3 = F_{21},$$

$$F_2^4 = F_2^5 = F_2^6 = F_{22}, F_2^7 = F_2^8 = F_2^9 = F_{23}.$$

输入变量的隶属度函数如图2所示.

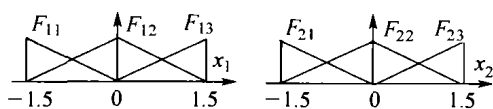


图2 输入变量的隶属函数

Fig. 2 Membership functions of input variables

由于输入变量采用标准模糊分划,可以根据文献[6]的定理2找到该系统的4个最大交叠规则组.假设通过状态反馈9个局部线性子系统期望的闭环

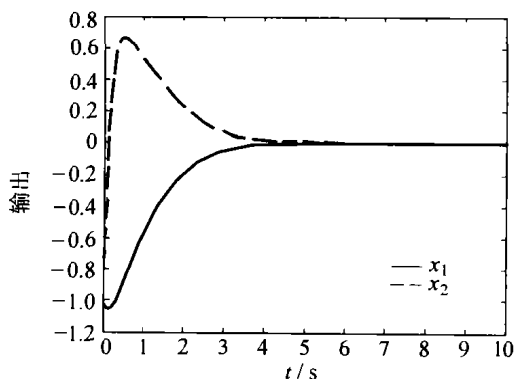


图3 初始条件为 $x_0 = [-1, -1]^T$ 时闭环系统的状态响应曲线

Fig. 3 System state responses on $x_0 = [-1, -1]^T$

极点位置均为 $p = [-2, -2]$, 由 Achermann's 公式可以计算出各局部线性子系统的状态反馈矩阵.在系统的4个最大交叠规则组内分别计算出相应的 $G_{ik} = A_i - B_i K_k$, 通过 LMI 方法可以找到满足定理2条件 C1) 或 C2) 的4个公共正定矩阵, 因而可以判定式(15)及其局部状态反馈控制器 $u = -K_i x, i = 1, 2, \dots, 9$, 组成的闭环模糊控制系统是稳定的.

根据式(14)所示的控制对象实际模型和式(4)所示的模糊控制器总体模型,通过计算机仿真,验证了在各种初始条件下闭环系统的状态响应都是稳定的,并达到了期望的动态性能指标.图3为初始条件为 $x_0 = [-1, -1]^T$ 时闭环系统的状态响应曲线.

5 小结(Conclusion)

稳定性分析和系统化设计一直是模糊控制理论研究的难点和热点.本文在文献[6]研究的基础上,利用平行分布补偿法和线性矩阵不等式方法,进一步研究了闭环 T-S 模糊控制系统的稳定性分析和系统化设计方法.通过构建分段光滑的 Lyapunov 函数提出了一个新的判定闭环 T-S 模糊控制系统稳定性的充分条件,该方法充分利用了模糊规则前件输入变量模糊隶属度函数的结构信息,只需在各最大交叠规则组内分别寻找公共的正定矩阵,减小了以往稳定性判定方法的保守性和难度.通过对非线性质量块-弹簧-阻尼器模糊控制系统的设计和计算机仿真,验证了本文系统化设计方法的有效性.在工程应用中,大多数模糊控制系统输入变量的模糊集都满足标准模糊分划的条件,因而本文的研究结果具有广泛的应用价值.

参考文献(References):

- [1] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and applications to modeling and control [J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics*, 1985, 15(1): 116-132.
- [2] TANAKA K, SUGENO M. Stability analysis and design of fuzzy control systems [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1992, 45(2): 135-156.
- [3] CAO S G, REES N W, FENG G. Quadratic stability analysis and design of continuous-time fuzzy control systems [J]. *System Science*, 1996, 27(2): 193-203.
- [4] JOHANSSON M, RANTZER A, ARZEN K E. Piecewise Quadratic Stability of Fuzzy Systems [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1999, 7(6): 713-722.
- [5] ZHANG J M, LI R H, ZHANG P A. Stability analysis and systematic design of fuzzy control systems [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2001, 120: 65-67.

- [6] 修智宏,张运杰,任光.输入采用标准模糊划分的模糊控制系统性质及稳定性分析[J].模糊系统与数学,2004,18(4):71-82.
(XIU Zhihong, ZHANG Yunjie, REN Guang. Properties and stability analysis of fuzzy control systems employing standard fuzzy partition inputs [J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 2004, 18(4): 71-82.)
- [7] TANAKA K, IKEDA T, WANG H O. Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: quadratic stability, H_∞ control theory and linear matrix inequalities [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1996, 4(1): 1-13.
- [8] WANG H O, TANAKA K, GRIFFIN M F. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1996, 4(1): 14-23.

- [9] PARK J, KIM J, PARK D. LMI-based design of stabilizing fuzzy controllers for nonlinear systems described by Takagi-Sugeno fuzzy model [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2001, 122: 73-82.

作者简介:

修智宏 (1967—),男,海军大连舰艇学院指控信息系高级工程师,现为大连海事大学博士生,主要研究领域:模糊控制、船舶自动化和智能化, E-mail: xzhdy@mail.dlptt.ln.cn;

任光 (1952—),男,大连海事大学轮机工程学院院长,博士,教授,博士生导师,主要研究领域:智能控制系统、船舶自动化, E-mail: reng@dlmu.edu.cn;

张运杰 (1963—),男,大连海事大学数理系教授,博士,主要研究领域:模糊数学、图象处理, E-mail: yunjiezhangcn@sohu.com.

(上接第 1010 页)

- [8] 秦进,梁梁.遗传算法与旋转正交设计的结合应用[J].系统工程理论与实践,2002,22(4):75-79.
(QIN Jin, LIANG Liang. The integrated application of genetic algorithm and rotating orthogonal method [J]. *J of System Engineering Theory and Practice*, 2002, 22(4): 75-79.)
- [9] 金菊良,杨晓华,丁晶.标准遗传算法的改进方案——加速遗传算法[J].系统工程理论与实践,2001,21(4):8-13.
(JIN Juliang, YANG Xiaohua, DING Jing. An improved simple genetic algorithm - accelerating genetic algorithm [J]. *J of System Engineering Theory and Practice*, 2001, 21(4): 8-13.)
- [10] 姚俊峰,梅炽,彭小奇.混沌遗传算法(CGA)的应用研究及其优化效率评价[J].自动化学报,2002,28(6):935-942.
(YAO Junfeng, MEI Chi, PENG Xiaoqi. The application research of

the chaos genetic algorithm (CGA) and its evaluation of optimization efficiency [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(6): 935-942.)

- [11] YAO Xin, LIU Yong, LIN Guangming. Evolutionary programming made faster [J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 1999, 3(2): 82-102.

作者简介:

黄鵬 (1973—),男,博士,主要研究方向为智能信息处理、智能控制与管理等, E-mail: huang_l_kun@sina.com;

陈森发 (1945—),男,博士生导师,主要研究方向为智能控制与管理、复杂系统建模等;

周振国 (1972—),男,讲师,博士研究生,研究领域为数据挖掘.

(上接第 1014 页)

- [5] FUNG Wai-keung, XI Ning, LO Wang-tai, et al. Improving efficiency of internet based teleoperation using network QoS [C] // *Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation*. Washington, DC: IEEE Press, 2002: 2707-2712.
- [6] 彭刚,黄心汉,蒋毅.网络延时和负荷变化对基于网络的遥操作机器人系统的影响和解决方法[J].计算机工程与应用,2002,38(11):12-15.
(PENG Gang, HUANG Xinhan, JIANG Yi. The influences and solutions of network delay and variable loads in telerobotics via network [J]. *J of Computer Engineering and Application*, 2002, 38(11): 12-15.)
- [7] 蔡自兴.机器人学[M].北京:清华大学出版社,2000.

(CAI Zixing. *Robotics* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000.)

- [8] 孟玉珂.排队论基础及应用[M].上海:同济大学出版社,1989.
(MENG Yuke. *Queueing System Basic and Its Application* [M]. Shanghai: Tongji University Press, 1989.)

作者简介:

张平 (1964—),男,博士,副教授,主要研究智能机器人、CIMS、基于网络的智能应用等, E-mail: pzhang@suct.edu.cn;

徐扬生 (1958—),男,博士,教授,香港中文大学自动化与计算机辅助工程系主任,主要研究空间机器人、智能控制和人机智能接口等.