文章编号：1000-8152(2005)02-0182-07

基于神经网络的鲁棒自适应逆飞行控制

朱家强[1]，朱纪洪[1]，郭锁凤[2]，孙增圻[1]
（1. 清华大学 智能技术与系统国家重点实验室，北京 100084；2. 南京航空航天大学 自动化学院，江苏 南京 210016）

摘要：提出基于在线神经网络的超机动飞行自适应动态逆鲁棒控制方法. 超机动飞行的基本控制律采用非线性动态逆方法设计，对于建模误差或者控制面损伤等因素导致的不确定性逆误差采用神经网络进行自适应补偿. 通过动态逆控制律简化计算和飞机控制面故障自适应修复的仿真表明，神经网络通过在线补偿逆误差，能够有效降低非线性动态逆对模型准确性的要求，增强控制系统的鲁棒性.

关键词：神经网络(NN)；自适应控制；飞行控制；动态逆；超机动
中图分类号：TP13，V249　　**文献标识码**：A

Neural network based robust dynamic inversion flight control

ZHU Jia-qiang，ZHU Ji-hong，GUO Suo-feng，SUN Zeng-qi
(1. State Key Laboratory of Intelligent Technology and Systems, Tsinghua University, Beijing 100084, China;
2. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China)

Abstract: An adaptive dynamic inversion controller design method based on neural network(NN) is proposed for super maneuverable fighter aircrafts. The basic control law is developed in nonlinear dynamic inversion; on-line learning neural networks are implemented to compensate inversion errors due to modeling error or actuator faults. Simulations of compensating simplified calculation and actuator failure are presented. The results demonstrate that through adaptively compensating inversion error by neural networks, the limitation of needing accurate mathematical model in dynamic inversion method is released and the robustness of the whole system is greatly enhanced.

Key words: neural network(NN); adaptive control; flight control; dynamic inversion; super maneuver

1 引言(Introduction)

大迎角超机动飞行是第4代及未来先进战斗机的必备性能. 飞机在大迎角超机动飞行状态下会表现出复杂的非线性特性和参数不确定性，并且各个控制通道之间严重耦合，给飞行控制系统设计提出了严峻挑战[1].

目前，反馈线性化[2]是非线性控制系统设计的常用方法. 对于飞行器控制，非线性动态逆[3]是研究最广泛的反馈线性化方法，能够有效地实现非线性对象的线性化和通道之间解耦. 但是，动态逆对模型误差十分敏感，使得动态逆方法应用受到限制. 自适应控制与反馈线性化相结合，为非线性对象提供了多种控制方案. 自适应单元通过补偿模型误差，可以降低对模型准确性的要求[4]. 研究表明，多层感知器神经网络具有以理想精度逼近平滑非线性函数的能力[5,6]，曾被用于空空导弹[7]等飞行器的控制中. 基于神经网络的自适应控制理论框架由Chen等人[8]和Polycarpou等人[9]首先提出，并被Calise等人[10]应用于倾转旋翼飞机等飞行器的控制，以消除模型误差对系统的影响.

本文在非线性动态逆基础上，提出基于多层感知器神经网络对超机动飞行控制系统逆误差进行在线补偿. 神经网络权值调整规则由李雅普诺夫分析导出，能够保证学习算法的收敛性. 神经网络通过自适应地补偿逆误差，能够改善控制系统的跟踪性能，并且在发生舵面故障时，在线重构控制律，保持飞机稳定和一定的操纵品质.

2 基于神经网络的自适应逆控制(NN based adaptive inversion control)

2.1 基于动态逆的反馈线性化(Dynamic inversion based feedback linearization)

对于如下二阶系统

收稿日期：2003-05-02；收修改稿日期：2004-05-24.
基金项目：中国博士后科学基金资助项目；国家863计划资助项目(2003AA755024).

$$\ddot{x} = f(x,\dot{x},\delta), \tag{1}$$

其中：x 为状态量，δ 为控制量，$x,\dot{x} \in \mathbb{R}^n$，$\delta \in \mathbb{R}^m$.

基于逆系统方法[11]，引入伪控制量 v，伪控制量和状态量之间为线性关系

$$\ddot{x} = v. \tag{2}$$

其中

$$v = f(x,\dot{x},\delta). \tag{3}$$

伪控制量 v 代表系统状态量期望的动态响应.控制输入可由下式得到：

$$\delta = \hat{f}^{-1}(x,\dot{x},v). \tag{4}$$

其中：$\hat{f}$ 为求逆计算采用的系统模型.由于 f 难以确切描述，因此 $\hat{f}$ 一般为 f 的近似函数.

动态逆误差由建模误差、求逆计算误差和外界干扰等引起，当飞机发生舵面故障时，将导致严重的逆误差.考虑逆误差的存在，系统的动态方程可以表示为

$$\ddot{x} = \hat{f}(x,\dot{x},\delta) + \Delta_{\text{inv}}(x,\dot{x},\delta). \tag{5}$$

其中：Δ_{inv} 为系统的逆误差.从数学观点分析，逆误差 Δ_{inv} 可以看作指令信号、状态量和控制量的非线性、时变函数，表示为

$$\Delta_{\text{inv}} = (x,\dot{x},\delta) = f(x,\dot{x},\delta) - \hat{f}(x,\dot{x},\delta). \tag{6}$$

由伪控制量和动态逆误差的定义，系统方程可等价表示为

$$\ddot{x} = v + \Delta_{\text{inv}}(x,\dot{x},\delta). \tag{7}$$

对于动态逆飞行控制系统，逆误差会导致控制效果急剧恶化.由于整个飞行包线内飞行条件变化很大，飞机纵向和横侧向通道相互耦合，加上外界干扰的影响，逆误差非常复杂，难以精确解析计算.本文在动态逆控制结构中增加由神经网络构成的自适应环节，其输出信号叠加到伪控制量中，以消除逆误差的影响.如图1所示.

图中，指令滤波器输出信号为 x_f，$\dot{x}_f$ 代表输入指令信号 x_c 时，期望的系统响应模型.对于二阶系统，指令滤波器可以表示为

$$\ddot{x}_f = f_f(x_f,\dot{x}_f,x_c). \tag{8}$$

指令滤波器输出的伪控制信号为

$$v_f = f_f(x_f,\dot{x}_f,x_c). \tag{9}$$

线性控制器根据线性控制理论设计，以获得期望的动态品质.线性控制器输出的伪控制信号为

$$v_l = K_p(x_f - x) + K_d(\dot{x}_f - \dot{x}). \tag{10}$$

其中 K_p，K_d 为比例微分参数矩阵.

伪控制量由指令滤波器、比例微分控制器和神经网络输出信号3部分构成：

$$v = v_f + v_l - v_{\text{ad}}. \tag{11}$$

将式(11)代入式(7)，经整理可以将跟踪误差动态特性写为如下形式：

$$\dot{e} = Ae + B[v_{\text{ad}} - \Delta_{\text{inv}}(x,\dot{x},\delta)]. \tag{12}$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_p & -K_d \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix},\ e = \begin{bmatrix} x_f - x \\ \dot{x}_f - \dot{x} \end{bmatrix}. \tag{13}$$

通过合理选择 K_p，K_d，系统矩阵 A 可以成为霍尔维茨矩阵.由式(12)可知，理想情况下，自适应输出项如果能够完全重构逆误差，则系统跟踪误差渐进趋向于零.

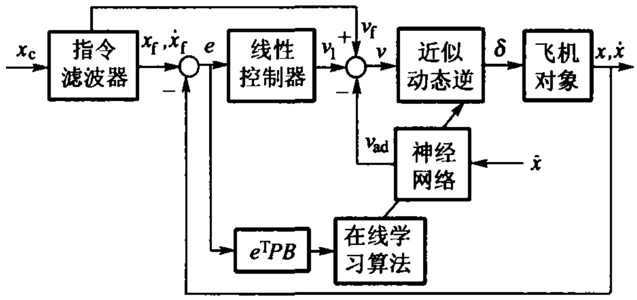


图1　基于神经网络的自适应逆控制

Fig. 1　NN based adaptive inversion control

2.2　自适应神经网络的构造(Construction of adaptive neural network)

多层感知器神经网络已经被证明具有良好的非线性逼近特性，本文采用的感知器神经网络结构如图2所示.

神经网络的输入输出关系为

$$y_i = \sum_{j=1}^{N_2}[w_{ij}\cdot\sigma(\sum_{k=1}^{N_1}v_{jk}\cdot x_k + \theta_{v_j}) + \theta_{w_i}],$$
$$i = 1,\cdots,N_3. \tag{14}$$

其中：$\sigma(\cdot)$ 表示隐含层激励函数；v_{jk} 表示输入层到隐含层之间的连接权值；w_{ij} 表示隐含层到输出层之间的连接权值；θ_{v_j}，θ_{w_i} 表示神经元阈值；N_1，N_2，N_3 分别表示输入层、隐含层和输出层神经元的个数.

隐含层神经元激励函数选择如下S型函数：

$$\sigma(z) = \frac{1}{1+e^{-az}}. \tag{15}$$

其中：$z \in \mathbb{R}$，a 称为激励系数.若定义 $\bar{x} = [1,x_1,\cdots,x_{N_1}]^T$，$y = [y_1,\cdots,y_{N_3}]^T$，$\sigma(z) = [1,\sigma(z_1),\cdots,\sigma(z_{N_2})]$；并且定义如下神经网络权值矩阵

$$W = [\theta_{wi} \mid w_{ij}],\ V = [\theta_{vj} \mid v_{jk}], \tag{16}$$

则神经网络映射可写成如下矩阵形式

$$y = W^T\sigma(V^T\bar{x}). \tag{17}$$

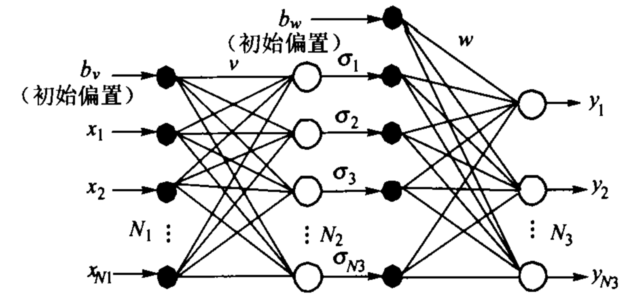


图 2 多层感知器神经网络
Fig. 2 Multilayer perceptron neural network

由多层感知器神经网络全局近似定理[6]可知，若给定足够的输入信息和隐含层神经元数目，神经网络能够以任意精度逼近连续非线性函数．因此，对于连续的不确定非线性逆误差函数 $\Delta_{\text{inv}}(x,\dot{x},\delta)$ 及任意给定的逆误差重构误差 $\varepsilon_N > 0$，存在有限个隐含层神经元数 N_2 和网络权值矩阵 W^*, V^*，使得

$$\Delta_{\text{inv}}(x,\dot{x},\delta) = W^{*\mathrm{T}}\sigma(V^{*\mathrm{T}}\bar{x}) + \varepsilon,\ \ \|\varepsilon\| \leqslant \varepsilon_N. \tag{18}$$

其中：$\bar{x}$ 为神经网络输入向量；W^*, V^* 可以认为是神经网络重构逆误差的理想权值．尽管理想的神经网络权值矩阵未知并且通常无法解析计算，但可以通过对以下李雅普诺夫稳定性分析得到的微分方程求解，以足够高的精度进行逼近．

若令式(12)中自适应项为

$$\vartheta_{\text{ad}} = W^{\mathrm{T}}\sigma(V^{\mathrm{T}}\bar{x}) + v_{\mathrm{r}}, \tag{19}$$

其中 v_{r} 为鲁棒自适应项，稍后给出定义，则系统跟踪误差动态可以改写为

$$\dot{e} = Ae + B[W^{\mathrm{T}}\sigma(V^{\mathrm{T}}\bar{x}) - W^{*\mathrm{T}}\sigma(V^{*\mathrm{T}}\bar{x}) + v_{\mathrm{r}} - \varepsilon]. \tag{20}$$

本文通过神经网络权值(包括神经元阈值)的在线调整来保证其非线性逼近性能，从而使神经网络表现出在线实时控制特性．下面给出神经网络权值调整规则，首先定义矩阵

$$Z = \begin{bmatrix} V & 0 \\ 0 & W \end{bmatrix}, \tag{21}$$

并且定义

$$\sigma = \sigma(V^{\mathrm{T}}\bar{x}),\ \sigma_z = \frac{\mathrm{d}\sigma(z)}{\mathrm{d}z}, \tag{22}$$

并且引入以下假设：

假设 1 系统中所有指令信号有界；

假设 2 神经网络权值范数有界，$\|Z\| \leqslant \bar{Z}$．

根据式(12)所描述跟踪误差动态特性，定义如下误差向量：

$$r = (e^{\mathrm{T}}PB)^{\mathrm{T}}. \tag{23}$$

其中：P 为李雅普诺夫方程 $A^{\mathrm{T}}P + PA = -2I$ 的正定解，$P \in \mathbb{R}^{2n\times 2n}$．选择鲁棒自适应项为

$$v_{\mathrm{r}} = -K_{\mathrm{r}0}r - K_{\mathrm{r}1}(\|Z\| + \bar{Z})r. \tag{25}$$

其中，$K_{\mathrm{r}0}, K_{\mathrm{r}1} > 0, \in \mathbb{R}^{n\times n}$．

定理 1 对于式(1)描述的反馈线性化系统，采用图 1 所示的神经网络动态逆控制器，控制结构解析表达式为式(11)，自适应补偿项为式(19)，并且满足上述假设．如果其权值调整规则为

$$\begin{aligned} \dot{W} &= -\Gamma_W[(\sigma - \sigma_z V^{\mathrm{T}}\bar{x})r^{\mathrm{T}} + \lambda\|r\|W], \\ \dot{V} &= -\Gamma_V[\bar{x}(rW^{\mathrm{T}}\sigma_z) + \lambda\|r\|V]. \end{aligned} \tag{26}$$

其中：$\Gamma_W > 0, \Gamma_V > 0, \lambda > 0$，则闭环系统内所有信号保持有界．定理的简要证明见附录，详细可以参考文献[12]．

3 在超机动飞行控制中的应用(Application in super maneuverable flight control)

3.1 超机动飞机数学模型(Mathematical model of super maneuverable aircraft)

本文采用的超机动飞机为三角翼/鸭翼/单垂尾/单发动机结构，并带推力矢量，其数学模型为 6 自由度、12 状态变量的非线性系统[13]．在超机动飞行过程中，飞机的姿态控制由 3 个气动舵面和 2 个推力矢量舵面加权联动实现：鸭翼和法向推力矢量配合实现飞机的俯仰运动；方向舵与侧向推力矢量用于控制飞机的偏航；滚转运动则通过副翼偏转来控制．由于发动机推力响应时间常数为 3 s，大于姿态角和角速率响应时间常数 5 倍以上，故在姿态控制仿真中，可以将发动机推力设置为常数．

飞机比较容易出现的操纵面故障包括舵面损伤、卡死和浮松等．由于各操纵通道相互耦合，飞机某一舵面发生故障会使各个通道产生耦合误差．例如，由于飞机右侧鸭翼发生缺损，使其产生的升力减小，从而使飞机的总俯仰力矩减小．同时，由于两侧鸭翼升力和阻力不平衡，会导致附加的滚转力矩和偏航力矩．

3.2 飞行控制器设计(Design of flight controller)

首先，由于飞机状态量变化速度在时间上具有明显差异，可以根据奇异摄动理论将状态变量分为快慢不同的几个层次：$x_0 = (x,y,z)^{\mathrm{T}}$ 为极慢状态，$x_1 = (V,\chi,\gamma)^{\mathrm{T}}$ 为非常慢状态，$x_2 = (\alpha,\beta,\mu)^{\mathrm{T}}$ 为慢状态，$x_3 = (p,q,r)^{\mathrm{T}}$ 为快状态．飞机姿态控制系统包括(p,q,r) 和(α,β,μ) 两个控制回路，分别称为快回路和慢回路．这两个回路的动态逆控制律详细

设计方法见参考文献[13].

然后，在慢回路中设计 3 个神经网络补偿器，分别对飞机俯仰、滚转和偏航控制通道逆误差进行自适应补偿，改善系统的跟踪性能. 选择在慢回路增加神经网络补偿，是因为：①超机动飞行期间，飞行员主要控制量为慢状态[14]，而慢回路采用近似求逆设计，将产生一定的逆误差；②慢回路作为控制系统的外回路，内回路所产生的逆误差也会反映到外回路中. 以纵向通道为例，神经网络自适应补偿结构如图 3 所示.

图中：α_c 为指令信号，经过指令滤波器输出期望的响应信号 α_f 及其微分信号 $\dot{\alpha}_f$；线性补偿器采用一阶比例控制，比例系数 K_α. 这样，纵向的迎角伪控制信号 v_α 由线性补偿器输出信号 $v_{p\alpha}$、滤波器输出的微分信号 $\dot{\alpha}_f$ 和神经网络输出的自适应信号 $v_{ad\alpha}$ 3 部分组成. 神经网络输入向量为 $\bar{x}_\alpha = [\tilde{\alpha}, \alpha_f, \dot{\alpha}_f, v_{ad\alpha}, \|Z\|_\alpha]^T$. 神经网络的输入层、隐含层和输出层神经元数目分别为 5，4 和 1. 此外，为了把隐含层和输出层的神经元阈值包括在权重矩阵中进行实时调整，在输入层和隐含层分别增加 1 个单位神经元，该神经元与下一层各神经元的连接权重(即为下层神经元阈值)也实时调整，所需调整的权值数量为 29 个. 需要说明的是，由于动态逆控制律基于时标分离进行设计，因此，图 3 中指令滤波器选为一阶模型，线性补偿器也相应选择比例控制，这与图 1 的二阶系统有所不同.

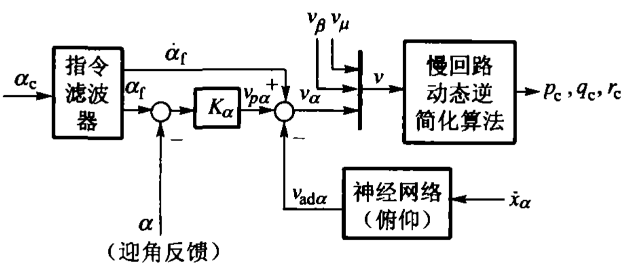


图 3　神经网络补偿结构

Fig. 3　Neural network compensation structure

3.3　数字仿真结果及分析(Digital simulation results and analysis)

为了验证神经网络补偿的效果，本文分别在动态逆模型简化计算和飞机鸭翼舵面损伤两种条件下进行数字仿真.

仿真指令是让飞机完成一个纵向大迎角机动：初始迎角指令为 0；4 s 时迎角指令变化为 $\alpha_c = 1$ rad，维持 6 s；10 s 时迎角指令变化为 $\alpha_c = -1.2$ rad，维持 6 s；16 s 时迎角指令恢复为 0. 在此期间，侧滑角 β 和航迹滚转角 μ 指令始终保持为 0. 仿真初始条件为：飞行速度 $V_0 = 100$ m/s，高度 $H_0 = 1000$ m，迎角 $\alpha_0 = 4°$，发动机推力 $T_0 = 125$ kN.

1) 对模型简化误差的补偿. 动态逆模型简化计算前后动态逆控制律和采用神经网络补偿的控制效果如图 4 所示.

图 4(a)为动态逆计算采用未简化的飞机(精确)6 自由度非线性模型、无神经网络补偿条件下迎角跟踪曲线；图 4(b)为动态逆计算采用简化模型(迎角为 4°的固定参数模型，并且忽略重力和发动机推力项)，无神经网络补偿迎角响应曲线.

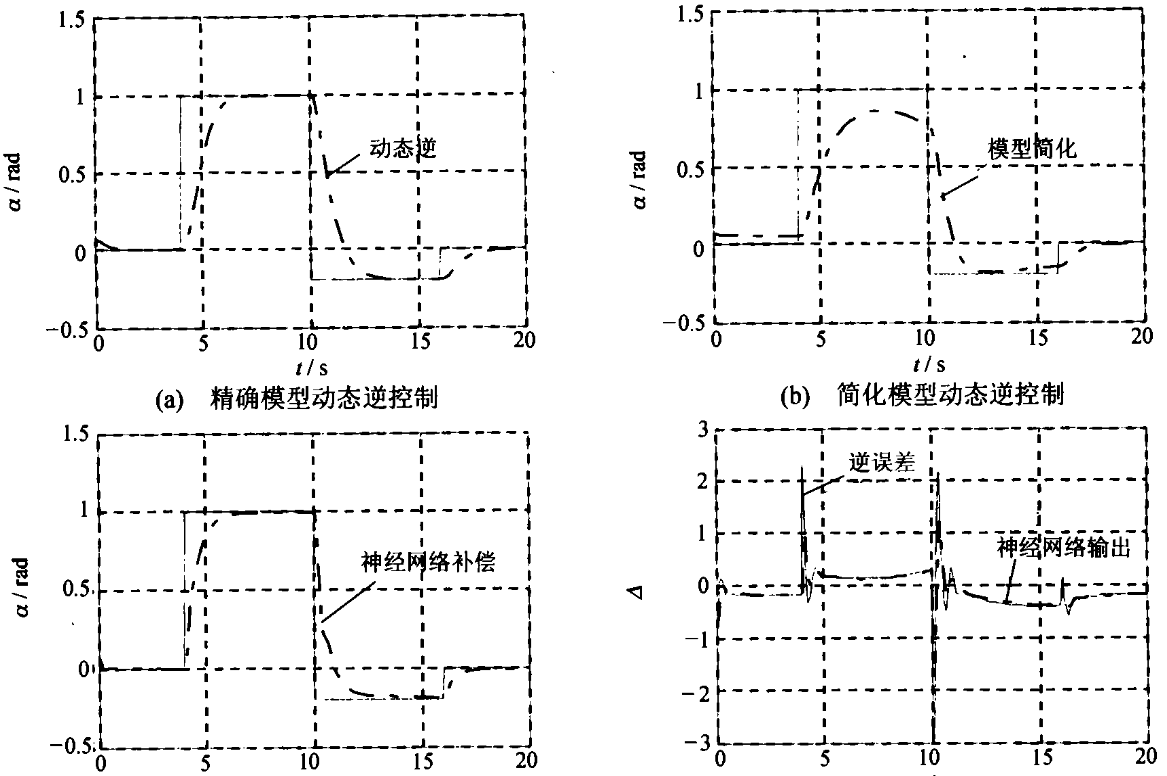
飞机模型中的气动参数是状态量的非线性函数，模型误差很大程度上是由于气动参数误差造成的. 求逆过程中对飞机模型简化也就等价于人为增加了建模误差. 图 4(b)中由于忽略以下 3 个因素：①气动参数的变化(主要因素)；②舵面变化对慢状态的影响；③重力和发动机推力的影响，从而导致动态逆控制效果变差，迎角变化不能有效跟踪指令信号.

图 4(c)为简化动态逆模型条件下，增加神经网络补偿后迎角响应曲线. 可以看出，采取神经网络补偿后，迎角可以准确地跟踪指令输入. 这是因为神经网络通过在线学习，有效地对逆误差进行了补偿. 图 4(d)给出了神经网络对逆误差的重构效果. 实线为逆误差，点划线为神经网络输出，可以看出，两条曲线紧密吻合，说明神经网络能够对逆误差高精确地重构.

2) 对鸭翼舵面损伤故障的补偿. 右鸭翼舵面缺损 40% 对系统的影响及采用神经网络补偿的效果如图 5 所示. 由于发生舵面缺损，右鸭翼产生的气动力减小，使飞机总的升力减小；同时使飞机左右两侧升力和阻力不平衡. 升力减小，会使得飞机跟踪迎角指令速度变慢，两侧受力不平衡则导致飞机产生滚转和偏航误差.

图 5(a)，(c)，(e)给出了右鸭翼缺损 40% 故障对飞机 3 个通道的影响. 可以看出，飞机滚转角和侧滑角误差分别达到了 0.35 rad(20°)和 0.05 rad(2.86°).

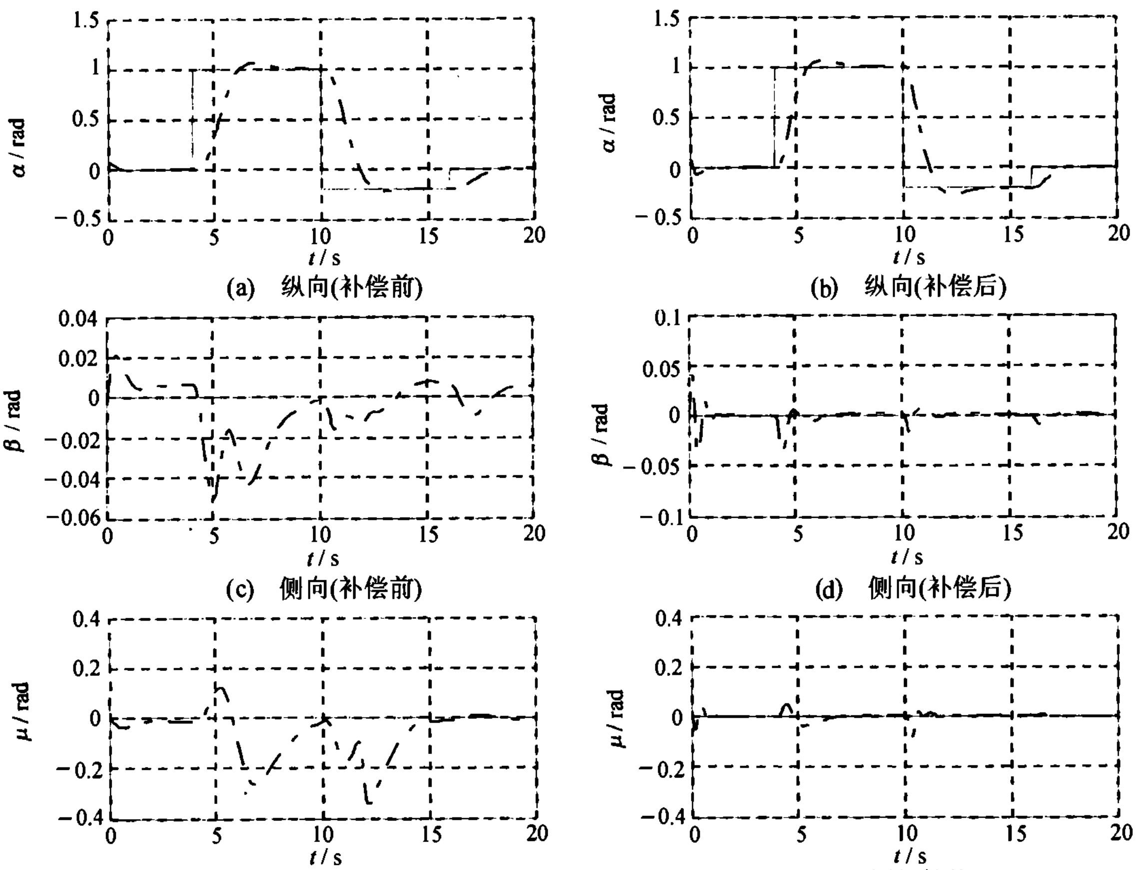
采用神经网络补偿后，各个通道的逆误差可以迅速被神经网络补偿，使飞机保持比较理想的操纵品质. 从图 5(b)，(d)，(f)可以看出，迎角能够迅速地跟踪指令信号，同时，侧滑角和滚转角误差被限制在很小的范围内.



(a) 精确模型动态逆控制
(b) 简化模型动态逆控制
(c) 采用神经网络补偿
(d) 神经网络逼近逆误差

图 4 模型简化误差的补偿

Fig. 4 Compensation for model simplification



(a) 纵向(补偿前)
(b) 纵向(补偿后)
(c) 侧向(补偿前)
(d) 侧向(补偿后)
(e) 滚转(补偿前)
(f) 滚转(补偿后)

图 5 鸭翼缺损故障补偿

Fig. 5 Compensation for canard damage

4 结论(Conclusion)

在动态逆控制结构中采用在线神经网络自适应地补偿差,能够保证跟踪误差的渐进收敛性.神经网络通过权值的在线调整,可以重构多种原因所引起的逆误差,消除动态差对整个系统的不利影响.

基于神经网络的自适应动态逆控制方法,能够有效弥补非线性动态逆要求精确数学模型的缺点,增强控制系统的鲁棒性,非常适合各种复杂的先进飞行器控制系统的设计,是一种具有广阔应用前景的飞行控制方案.

参考文献(References):

[1] 朱恩.大迎角超机动飞行控制技术研究[D].南京:南京航空航天大学,1995.
(ZHU En. *Technique study for high-angle-of-attack supermaneuverable flight control* [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 1995.)

[2] ISIDORI A. *Nonlinear Control Systems* [M]. Berlin: Springer, 1995.

[3] BRINKER J, WISE K. Stability and flying quality robustness of a dynamic inversion aircraft control law [J]. *J of Guidance, Control and Dynamics*, 1996, 19(6): 1270 – 1278.

[4] KIM B, CALISE A. Nonlinear flight control using neural networks [J]. *J of Guidance, Control and Dynamics*, 1997, 20(1): 26 – 33.

[5] HORNIK K, STINCHCOMBE M, WHITE H. Multilayer feedforward networks are universal approximators [J]. *Neural Networks*, 1989, 2(5): 359 – 366.

[6] FUNAHASHI K. On the approximate realization of continuous mappings by neural networks [J]. *Neural Networks*, 1989, 2(3): 183 – 192.

[7] McFARLAND M, CALISE A. Neural networks and adaptive nonlinear control of agile antiair missiles [J]. *J of Guidance, Control and Dynamics*, 2000, 23(3): 547 – 553.

[8] CHEN F, KHALIL H. Adaptive control of nonlinear systems using neural networks [J]. *Int J Control*, 1992, 55(6): 1299 – 1317.

[9] POLYCARPOU M, IOANNOU P. Modeling, identification and stable adaptive control of continuous-time nonlinear dynamical systems using neural networks [C]// *Proc of American Control Conference*. Chicago, IL: [s.n.], 1992: 36 – 40.

[10] CALISE A, RYSDYK R. Nonlinear adaptive flight control using neural networks [J]. *IEEE Control System Magazine*, 1998, 18(6): 14 – 25.

[11] 李春文,冯元琨.多变量非线性控制的逆系统方法[M].北京:清华大学出版社,1991.
(LI Chunwen, FENG Yuankun. *The Inverse System Method for Multivariable Control*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1991.)

[12] LEWIS F L, YESIDIREK A, LIU K. Multilayer neural-net robot controller with guaranteed tracking performance [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1996, 7(2): 388 – 399.

[13] 朱家强.基于神经网络和动态逆的超机动飞行控制技术研究[D].南京:南京航空航天大学,2004.
(ZHU Jiaqiang. *Neural network and dynamic inversion based supermaneuverable flight control* [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2004.)

[14] SNELL S A, ENNS D F, WILLIAM L G. Nonlinear inversion flight control for a supermaneuverable aircraft [J]. *J of Guidance, Control and Dynamics*, 1992, 15(4): 976 – 984.

附录(Appendix):

定理 1 的证明.

根据跟踪误差表达式(20)

$$\dot{e} = Ae + B[W^{\mathrm{T}}\sigma(V^{\mathrm{T}}\bar{x}) - W^{*\mathrm{T}}\sigma(V^{*\mathrm{T}}\bar{x}) + v_{\mathrm{r}} - \varepsilon], \tag{A.1}$$

其中, ε 是神经网络非线性函数逼近的残留误差. 对 $\sigma(V^{*\mathrm{T}}\bar{x})$ 在 V 进行泰勒展开,经整理得

$$\sigma(V^{*\mathrm{T}}\bar{x}) = \sigma(V^{\mathrm{T}}\bar{x}) - \sigma_z(V^{\mathrm{T}}\bar{x})\tilde{V}^{\mathrm{T}}\bar{x} + O(\tilde{V}^{\mathrm{T}}\bar{x})^2. \tag{A.2}$$

其中, $\tilde{W} = W - W^*$, $\tilde{V} = V - V^*$, $O(\tilde{V}^{\mathrm{T}}\bar{x})^2$ 为泰勒展开式的 2 阶和高阶项,

$$O(\tilde{V}^{\mathrm{T}}\bar{x})^2 = [\sigma(V^{*\mathrm{T}}\bar{x}) - \sigma(V^{\mathrm{T}}\bar{x})] + \sigma_z(V^{\mathrm{T}}\bar{x})\tilde{V}^{\mathrm{T}}\bar{x}. \tag{A.3}$$

关于 $O(\tilde{V}^{\mathrm{T}}\bar{x})^2$ 的范数,满足不等式

$$\begin{aligned} &\|O(\tilde{V}^{\mathrm{T}}\bar{x})^2\| \leqslant \\ &\|\sigma(V^{*\mathrm{T}}\bar{x}) - \sigma(V^{\mathrm{T}}\bar{x})\| + \|\sigma_z(V^{\mathrm{T}}\bar{x})\|\|\tilde{V}^{\mathrm{T}}\|\|\bar{x}\| \leqslant \\ &c_0 + c_1\|\tilde{Z}\| + c_2\|\tilde{Z}\|\|r\| + c_3\|\tilde{Z}\|^2. \end{aligned} \tag{A.4}$$

其中, $\tilde{Z} = Z - Z^*$, $c_i(i = 0,1,2,3)$ 依赖神经网络的规模和预先设定的权重矩阵范数值上限 $\bar{Z}$. 将式(A.2)带入式(A.1),得

$$\begin{aligned} \dot{e} = Ae + B\{&\tilde{W}^{\mathrm{T}}[\sigma(V^{\mathrm{T}}\bar{x} - \sigma_z(V^{\mathrm{T}}\bar{x})V^{\mathrm{T}}\bar{x}] + \\ &W^{\mathrm{T}}\sigma_z(V^{\mathrm{T}}\bar{x})\tilde{V}^{\mathrm{T}}\bar{x} - \varepsilon + w + v_{\mathrm{r}}\}. \end{aligned} \tag{A.5}$$

其中

$$w = \tilde{W}^{\mathrm{T}}\sigma_z(V^{\mathrm{T}}\bar{x})V^{*\mathrm{T}}\bar{x} - W^{*\mathrm{T}}O(\tilde{V}^{\mathrm{T}}\bar{x})^2. \tag{A.6}$$

对于 w 的范数,存在如下不等式:

$$\begin{aligned} \|w\| \leqslant &\|\tilde{W}^{\mathrm{T}}\sigma_z(V^{\mathrm{T}}\bar{x})V^{*\mathrm{T}}\bar{x}\| + \|W^{*\mathrm{T}}O(\tilde{V}^{\mathrm{T}}\bar{x})^2\| \leqslant \\ &\bar{Z}\|\tilde{Z}\|\|\sigma_z(V^{\mathrm{T}}\bar{x})\|\|\bar{x}\| + \bar{Z}\|O(\tilde{V}^{\mathrm{T}}\bar{x})^2\| \leqslant \\ &c_4 + c_5\|\tilde{Z}\| + c_6\|\tilde{Z}\|\|r\| + c_7\|\tilde{Z}\|^2. \end{aligned} \tag{A.7}$$

其中, $c_j(j = 4,5,6,7)$ 依赖神经网络的规模和预先设定的权重矩阵范数值上限 $\bar{Z}$. 选择如下李雅普诺夫函数

$$L(w, V, W) = \frac{1}{2}e^{\mathrm{T}}Pe + \frac{1}{2}\mathrm{tr}(\tilde{V}\Gamma_V^{-1}\tilde{V}^{\mathrm{T}}) + \frac{1}{2}\mathrm{tr}(\tilde{W}^{\mathrm{T}}\Gamma_W^{-1}\tilde{W}), \tag{A.8}$$

则李雅普诺夫函数的导数可以表示为

$$\dot{L} = -\|e\|^2 + r^{\mathrm{T}}(w + v_{\mathrm{r}} - \varepsilon) - \lambda\|r\|\mathrm{tr}(\tilde{Z}^{\mathrm{T}}Z). \tag{A.9}$$

将 v_{r} 代入式(A.9)并利用三角不等式 $-\mathrm{tr}(\tilde{Z}^{\mathrm{T}}Z) \leqslant \|\tilde{Z}\|\bar{Z} - \|\tilde{Z}\|^2$, 可以得到

$$\dot{L} \leqslant -\|e\|^2 + \|r\|(\bar{\varepsilon} + \|w\|) - \lambda\|r\|\|\tilde{Z}\| + \lambda\|r\|\|\tilde{Z}\|\bar{Z} - K_{r0}\|r\|^2 - K_{r1}\|r\|^2(\|Z\| + \bar{Z}), \tag{A.10}$$

上式可以写为

$$\dot{L} \leqslant -\|e\|^2 - a_0\|r\|^2 - a_1\|r\|. \tag{A.11}$$

其中

$$a_0 = K_{r0} + 2K_{r1}\bar{Z} + (K_{r1} - c_6)\|\tilde{Z}\|, \tag{A.12}$$

$$a_1 = (c_7 - \lambda)\|\tilde{Z}\|^2 + (\lambda\|\tilde{Z}\| + c_5)\|\tilde{Z}\| + \bar{\varepsilon} + c_4. \tag{A.13}$$

当 $K_{r1} > c_6$ 时, $a_0 > 0$. 当 $\|r\| \geqslant \left|\frac{a_1}{a_0}\right|$ 时,上面的条件是保证 $\dot{L}$ 负半定的充分条件.因此,由 LaSalle 定理可知, e 和 Z 保持有界.如果假设条件 2 满足,所有系统信号保持有界.

作者简介:

朱家强 (1974—),男,在清华大学计算机科学与技术系作博士后研究工作,主要研究方向为智能飞行控制、嵌入式系统、飞行控制计算机,E-mail: zhujiaqiang@tsinghua.org.cn;

朱纪洪 (1968—),男,清华大学计算机科学与技术系教授,博士生导师,当前研究领域为无人驾驶飞机、飞行控制系统、月球探测机器人和鲁棒控制理论,E-mail: jhzhu@tsinghua.edu.cn;

郭锁凤 (1929—),男,南京航空航天大学自动化学院教授,博士生导师,主要研究方向为飞行器导航、制导与控制,E-mail: guosf@nuaa.edu.cn;

孙增圻 (1943—),男,清华大学计算机科学与技术系教授,博士生导师,当前研究领域为月球探测机器人、足球机器人、空间遥操作系统和模糊神经网络理论,E-mail: szq-dcs@tsinghua.edu.cn.

(上接第 181 页)

[7] YEDAVALLI R K. An improved extreme point solution for checking robust stability of interval matrices with much reduced vertex set and combinatorial effort [C]// *Proc of American Control Conference*. Arlington, VA, USA: American Automatic Control Council, 2001: 3902 - 3907.

[8] HU S, WANG J. On stabilization of a new class of linear time-invariant interval systems via constant state feedback control [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(11): 2106 - 2111.

[9] WEI K. Stabilization of linear time-invariant interval systems via constant state feedback control [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(1): 22 - 32.

[10] KOSMIDOU O I, ABOU-KANDIL H, BERTRAND P. A game theoretic approach for guaranteed cost control [C]// *Proc of European Control Conference*. Grenoble, France: European Union Control Association, 1991: 2220 - 2225.

[11] FISCHMAN A, DION J M, DUGARD L, et al. A linear matrix inequality approach for guaranteed cost control [C]// *Proc of the 13th IFAC World Congress*. San Francisco, USA: Int Federation of Automatic Control, 1996, H: 197 - 202.

[12] 俞立.线性不确定系统的最优保性能控制——线性矩阵不等式处理方法[J].控制理论与应用,2000,17(3):423 - 428.
(YU Li. Optimal guaranteed cost control of linear uncertain system: am LMI approach [J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(3): 423 - 428.)

[13] PETERSEN I R, MCFARLANE D C. Optimal guaranteed cost control and filtering for uncertain linear systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(9): 1971 - 1977.

[14] 吴庆宪,王源,姜长生.区间矩阵系统低保守性鲁棒控制器的设计[J].控制理论与应用,2000,17(2):291 - 295.
(WU Qingxian, WANG Yuan, JIANG Changsheng. Design of lower conservatism robust controller for interval matrix systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(2): 291 - 295.)

作者简介:

毛维杰 (1969—),男,浙江大学教授,1991 年毕业于浙江大学,1996 年获浙江大学工学博士学位,主要研究方向为鲁棒控制、时滞系统控制、解耦控制等理论与应用,E-mail: wjmao@iipc.zju.edu.cn;

刘征宇 (1979—),男,2001 年毕业于浙江大学,2004 年获浙江大学工学硕士学位,主要研究方向为复杂工业过程的建模与控制.