第22卷第3期 控制理论与应用 Vol.22 No.3
2005年6月 Control Theory & Applications Jun. 2005

文章编号：1000-8152(2005)03-0386-05

一类非线性系统输出反馈的半全局实用镇定

蔡秀珊[1]，韩正之[2]，寇春海[2]
(1. 浙江师范大学 信息科学与工程学院，浙江 金华 321004；2. 上海交通大学 电子信息学院，上海 200030)

摘要： 研究了一类含有未知参数的非线性系统的半全局实用镇定问题，通过系统线性部分和零动态部分的Lyapunov函数构造了整个系统的Lyapunov函数，据此设计了使系统半全局实用稳定的状态反馈和动态输出反馈，且证明了只要未知参数不改变系统的相对阶，那么控制器是鲁棒的．仿真实例说明了所提出方法的有效性．

关键词： 非线性系统；半全局镇定；半全局实用镇定；零动态；输出反馈
中图分类号： TP273　　**文献标识码：** A

Semiglobally practical stabilization of a class of nonlinear systems by output feedback

CAI Xiu-shan[1], HAN Zheng-zhi[2], KOU Chun-hai[2]
(1. College of Information Science and Engineering, Zhejiang Normal University, Jinhua Zhejiang 321004, China;
2. School of Electronic and Electric Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: The semiglobally practical stabilization of a class of nonlinear systems with unknown parameters is considered. A Lyapunov function for the overall system is established through a Lyapunov function of the linear part and that of the zero dynamics. A state feedback and a dynamic output feedback are designed respectively to stabilize the system. It also verifies that the controllers are robust as long as the variation of unknown parameters maintains the same relative degree. A simulation example shows its effectiveness.

Key words: nonlinear systems; semiglobal stabilization; semiglobally practical stabilization, zero dynamics; output feedback

1 引言(Introduction)

近几年，各种反馈可线性化系统的输出反馈镇定，引起许多研究者的兴趣[1~6]．Khalil的早期工作[1]研究了可完全线性化系统的输出反馈镇定，但是要得到全局镇定，系统的非线性需要满足全局的Lipschitz条件．Khalil在文献[2]中继续研究这没有零动态的可完全线性化的非线性系统，证明只要在吸引域中包含紧集，就不需要全局Lipschitz的条件．Teel和Praly[3]对于一致半全局镇定性进行了研究，他们认为考虑局部收敛性与解的有界性分开来是非常有益的．Byrnes[4]通过一些简单例子，说明非线性系统实用镇定的输出调节器的设计方法．Isidori[5]对半全局非线性输出调节器的设计问题做过一个综述．

本文在文献[7]的基础上着重研究一类含有未知参数的非线性系统通过输出反馈的半全局实用镇定问题，通过系统线性部分和零动态部分的Lyapunov函数构造了整个系统的Lyapunov函数，据此设计了使系统半全局实用稳定的状态反馈和动态输出反馈，且证明只要未知参数不改变系统的相对阶，那么控制器是鲁棒的．当系统不含有零动态时，本文的结果包含了Khalil[1,2]的结果．仿真实例说明了所提出方法的有效性．

2 系统的描述和预备知识(System description and preliminaries)

考虑含有不确定参数的多输入多输出非线性系统

$$\begin{cases} \dot z = Q(z,x,d), & \text{(1a)}\\ \dot x = Ax + B[F(z,x,d)+G(z,x,d)u], & \text{(1b)}\\ y = Cx. & \text{(1c)}\end{cases}$$

其中 $x\in\mathbb{R}^r$，$z\in\mathbb{R}^{n-r}$ 都为状态，$u\in\mathbb{R}^m$ 是控制输入，$y\in\mathbb{R}^l$ 是输出，$D\subset\mathbb{R}^q$ 为一紧集，$d\in D$ 为未知的参数向量．$f_i(z,x,d)$，$g_{ij}(z,x,d)$ 都为$\mathbb{R}^n\times D\to\mathbb{R}$上 的函数，设

收稿日期：2003-05-08；收修改稿日期：2004-06-17．
基金项目：福建省教育厅科技项目(JA03163)．

$F(z,x,d)=(f_1(z,x,d)\ \ f_2(z,x,d)\ \ \cdots\ \ f_l(z,x,d))^{\mathrm T}$ 是光滑的,矩阵 $G(z,x,d)=(g_{ij}(z,x,d))_{l\times m}$ 是光滑的和行满秩的,且对于任意 $d\in D$, $F(0,0,d)=0$,及任意 $z\in\mathbb{R}^{n-r}$, $F(z,0,d)=0$, 而且式(1b)具有如下的规范结构:

$$A=\operatorname{diag}\{A_1,\cdots,A_l\},\ A_i=\begin{pmatrix}0&1&\cdots&0\\ \cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\ 0&0&\cdots&1\\ 0&0&\cdots&0\end{pmatrix}_{r_i\times r_i},$$

$$B=\operatorname{diag}\{B_1,\cdots,B_l\},\ B_i=[0\ \ \cdots\ \ 0\ \ 1]^{\mathrm T}_{r_i\times 1},$$

$$C=\operatorname{diag}\{C_1,\cdots,C_l\},\ C_i=[1\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0]_{1\times r_i}.$$

根据 Isidori[8],仿射非线性系统

$$\begin{cases}\dot x=f(x,d)+g(x,d)u,\\ y=h(x,d),\end{cases}$$

具有一致向量相对阶 $\{r_1,r_2,\cdots,r_l\}$, $r_1+r_2+\cdots+r_l<n$,且分布 $G=\operatorname{span}\{g(x,d)\}$ 总是对合的,都可以通过微分同胚化成式(1)的形式.

我们还需要下面的假设.

假设 1　系统 (1)的零动态

$$\dot z=Q(z,0,d)\tag{2}$$

是局部渐近稳定的,即存在一个包含原点的开集 $\Lambda\subset\mathbb{R}^{n-r}$,及非负实数 $\vartheta<1$, $h\geqslant 1$,且存在一个 C^1 函数 $U:\Lambda\to\mathbb{R}\geqslant 0$,使得 $\{z:U(z)\leqslant h+1\}$ 为 Λ 中的紧集,且沿着式(2)的解有 $\dot U(z)\leqslant-\phi_1(z)$,其中 $\phi_1(z)$ 在 Λ 上连续,在集合 $\{z:\vartheta<U(z)\leqslant h+1\}$ 上是正定的.

设 $F_0(z,x)$, $G_1(z,x)$ 分别为 $F(z,x,d)$ 和 $G(z,x,d)$ 的标称模型,且 $F_0(0)=0$,对任意 $(z,x)\in\mathbb{R}^n$, $G_1(z,x)$ 是行满秩的.则可以定义

$$G_0(z,x)=G_1^{\mathrm T}(z,x)((G_1(z,x)G_1^{\mathrm T}(z,x))^{-1}.$$

假设 2　$\Omega\subset\mathbb{R}^r$ 为一紧集,对

$$\forall(z,x,d)\in\{z:\|U(z)\|\leqslant h+1\}\times\Omega\times D,$$

存在一个常数 $k_1>0$, 使得

$$G(z,x,d)G_0(0,x)+(G(z,x,d)G_0(0,x))^{\mathrm T}\geqslant 2k_1I>0.\tag{3}$$

函数 $V(x)$ 称为是径向无界的,如果 $\|x\|\to\infty$, $V(x)\to\infty$.其中 $\|\cdot\|$ 表欧几里得范数.

3　主要结果(Main results)

3.1　基于部分状态反馈的半全局实用镇定(Semiglobally practical stabilization using partial state feedback)

由于 (A,B) 是完全可控,总可选择一个矩阵 K,使得 $A+BK$ 是 Hurwitz 矩阵,于是对任意常数 $k_2>0$(k_2 为待定的正常数),Lyapunov 方程

$$P(A+BK)+(A+BK)^{\mathrm T}P=-k_2I\tag{4}$$

有正定解 P(P 依赖于 k_2).令 $V(x)=x^{\mathrm T}Px$,由于 $V(x)$ 是径向无界的,因此对任给紧集 $\Gamma\subset\mathbb{R}^r$, $\exists c\geqslant 1$,使得 $\Gamma\subset\Omega_c=\{x\in\mathbb{R}^r:V(x)\leqslant c+1\}$.令

$$S_1=\{x:V(x)\leqslant c+1\}\times\{z:U(z)\leqslant h+1\}.\tag{5}$$

由于当 $x=0$ 时,

$$F(z,x,d)-G(z,x,d)G_0(0,x)F_0(0,x)-Kx$$

为零,因此存在 $a>0$,使得对任意 $(z,x,d)\in S_1\times D$,

$$\|F(z,x,d)-G(z,x,d)G_0(0,x)F_0(0,x)-Kx\|\leqslant a\|x\|.\tag{6}$$

考虑部分状态反馈

$$u=\varphi(x)=-G_0(0,x)F_0(0,x)-G_0(0,x)\omega.\tag{7}$$

这里 $\omega=2B^{\mathrm T}Px$.那么对任意 $(z,x,d)\in S_1\times D$,由式(3),(4),(6),(7)有

$$\dot V(x)\leqslant-k_2\|x\|^2+a\|\omega\|\|x\|-k_1\|\omega\|^2\leqslant-\left(k_2-\frac{a^2}{4k_1}\right)\|x\|^2.\tag{8}$$

令

$$W(z,x)=\frac{hU(z)}{h+1-U(z)}+\frac{cV(x)}{c+1-V(x)},$$

任取充分小的正数 δ,且定义集合

$$S=\{(z,x):\vartheta+\delta\leqslant W(z,x)\leqslant c^2+h^2+1\}.\tag{9}$$

那么由文献[7]中的定理即

引理 1　假定系统 (1) 满足假设 1,2,考虑状态反馈控制

$$u=-G_0(0,x)F_0(0,x)-\frac{l_1^2}{k_1}G_0(0,x)\omega,\tag{10}$$

其中 $\omega=2B^{\mathrm T}Px$,对任意 $\delta>0$,必存在正实数 K_*,使得当 $k_2>K_*+0.25$, $W(z,x)$,沿着式(1),(10)所组成闭环系统轨线的导数 $\dot W(z,x)\leqslant-\phi_2(z,x)$, $\phi_2(z,x)$,在集合 S 上正定,在集合 $\{x:V(x)<c+1\}\times\{z:U(z)<h+1\}$ 上连续.

我们可以得到下面的定理 1.

定理 1　若假设 1,2 成立,对任意 $\delta>0$,必存在正实数 K_*,使得当 $k_2\geqslant\max\left(K_*,\dfrac{a^2}{4k_1}\right)$ 时,由式(1)和(7)所构成的闭环系统当初始值 $(z,x,d)\in S\times D$ 的 x 轨线是半全局渐近稳定, z 的轨线最终进入集合 $\{z:U(z)\leqslant 4\vartheta\}$ 中;若 $\vartheta=0$,则 z 的轨线是半

全局实用稳定.

推论 1 若系统(1)不含状态 z, 则控制律(7)可半全局镇定系统(1)的平衡点.

3.2 基于输出反馈的半全局实用镇定(Semiglobally practical stabilization using output feedback)

在这个部分,将给出如何通过输出反馈取得半全局实用镇定,首先选择 K,使得 $A+BK$ 是 Hurwitz 矩阵,取 $V(x)=x^{\mathrm T}Px$,对 $k_2\geqslant\max\left(K_*,\dfrac{a^2}{4k_1}\right)$, P 是满足 Lyapunov 方程(4)的解,给定一个紧集 $\Gamma\subset\mathbb{R}^r$,选择一个常数 $c>1$,使得 $\Gamma\subset\Omega_c$,寻找分别满足式(3),(6)的 k_1,a,设计状态反馈控制(7),通过输出反馈来贯彻这种控制,使用如下的观测器来估计状态 x:

$$\begin{cases}\dot{\hat{x}}_j^i=\hat{x}_{j+1}^i+\dfrac{b_j^i}{\varepsilon^j}(y_i-\hat{x}_1^i),\ j=1,2,\cdots,r_i-1,\\ \dot{\hat{x}}_{r_i}^i=\dfrac{b_{r_i}^i}{\varepsilon^{r_i}}(y_i-\hat{x}_1^i),\end{cases}\tag{11}$$

$i=1,2,\cdots,l$, ε 是任给的一个正常数,正数 b_j^i 的选择使得 $\lambda^{r_i}+b_1^i\lambda^{r_i-1}+\cdots+b_{r_i-1}^i\lambda+b_{r_i}^i=0$ 是 Hurwitz 多项式.记 $e_j^i=x_j^i-\hat{x}_j^i$ 为估计误差,定义变量

$$\zeta_j^i=\frac{1}{\varepsilon^{r_i-j}}e_j^i,\tag{12}$$

可得到闭环系统为

$$\dot{x}=Ax+B[F(z,x,d)+G(z,x,d)\hat{u}],\tag{13a}$$

$$\varepsilon\dot{\zeta}=(A-LC)\zeta+\varepsilon B[F(z,x,d)+G(z,x,d)\hat{u}],\tag{13b}$$

$$\dot{z}=Q(z,x,d),\tag{13c}$$

$$\hat{u}=\varphi(\hat{x})(\text{其中 }\varphi(x)\text{ 由式(7)定义}).\tag{14}$$

这里

$$\zeta=[\zeta_1^1\ \cdots\ \zeta_{r_1}^1\ \cdots\ \zeta_1^i\ \cdots\ \zeta_{r_i}^i\ \cdots\ \zeta_1^l\ \cdots\ \zeta_{r_l}^l]^{\mathrm T},$$

$$L=\mathrm{diag}\{L_1,\cdots,L_l\}.\ L_i=[b_1^i\ \cdots\ b_{r_i}^i]^{\mathrm T}_{r_i\times 1},$$

且 $\hat{x}_j^i=x_j^i-\varepsilon^{r_i-j}\zeta_j^i$.

定理 2 当假设1,2成立时,对任意 $\delta>0$ 及 $\varepsilon>0$,存在 $0<\varepsilon^*<1$,及正实数 K_{**} 时,使得对任意 $\varepsilon\in(0,\varepsilon^*)$ 及当 $k_3\geqslant K_{**}$ 时,式(13)及(14)所构成的闭环系统当初始值在 $S_0=\{(z,x):\vartheta+\delta\leqslant W(z,x,\zeta)\leqslant c^2+h^2+1\}$ 的 x 轨线是半全局渐近稳定的, z 的轨线最终进入集合 $\{z:U(z)\leqslant 4\vartheta\}$ 中,若 $\vartheta=0$ 则 z 的轨线是半全局实用稳定.

证 令 $k_3=k_2-\dfrac{a^2}{4k_1}$,可以验证 $(A-LC)$ 是 Huriwitz 矩阵, M 是满足 Lyapunov 方程

$$(A-LC)^{\mathrm T}M+M(A-LC)=-k_3I\tag{15}$$

的正定解.

令 $V(x,\zeta)=x^{\mathrm T}Px+\zeta^{\mathrm T}M\zeta$, 那么

$$\begin{aligned}&\dot V(x,\zeta)=\\&(Ax+B[F+G\varphi(x)])^{\mathrm T}Px+x^{\mathrm T}P(Ax+B[F+G\varphi(x)])+\\&2x^{\mathrm T}PBG(\varphi(\hat{x})-\varphi(x))+\frac{1}{\varepsilon}\zeta^{\mathrm T}[(A-LC)^{\mathrm T}M+\\&M(A-LC)]\zeta+2\zeta^{\mathrm T}MB[F+G\varphi(\hat{x})]\leqslant\\&-k_3\|x\|^2-\frac{k_3}{\varepsilon}\|\zeta\|^2+2x^{\mathrm T}PBG(\varphi(\hat{x})-\varphi(x))+\\&2\zeta^{\mathrm T}MB[F+G\varphi(\hat{x})].\end{aligned}\tag{16}$$

因为 $F(z,x,d),G(z,x,d),F_0(0,x),G_0(0,x)$ 在紧集 $S_1\times D$ 上充分光滑,因此存在 $\beta_{11}>0$,使得对 $\forall x,\hat{x}\in\Omega_c$, 有

$$\begin{aligned}&\|\varphi(x)-\varphi(\hat{x})\|=\\&\|-G_0(0,x)F_0(0,x)-G_0(0,x)\omega+\\&G_0(0,\hat{x})F_0(0,\hat{x})+G_0(0,\hat{x})\hat{\omega}\|\leqslant\beta_{11}\|x-\hat{x}\|,\end{aligned}$$

又因

$$x_j^i-\hat{x}_j^i=\varepsilon^{r_i-j}\zeta_j^i,$$

可得

$$\hat{x}^i=x^i-[\varepsilon^{r_i-1}\ \ \varepsilon^{r_i-2}\ \ \cdots\ \ 1]\zeta^i,$$

其中

$$x^i=[x_1^i\ \cdots\ x_{r_i}^i]^{\mathrm T},\ \hat{x}^i=[\hat{x}_1^i\ \cdots\ \hat{x}_{r_i}^i]^{\mathrm T},$$

$$\zeta^i=[\zeta_1^i\ \cdots\ \zeta_{r_i}^i]^{\mathrm T},$$

有

$$\|x^i-\hat{x}^i\|\leqslant\sqrt{r_i}\|\zeta^i\|,\ i=1,2,\cdots,l.$$

则存在 $\beta_1>0$, 使得

$$\begin{aligned}&\|BG(\varphi(\hat{x})-\varphi(x))\|\leqslant\\&\lambda_{\max}(G^{\mathrm T}B^{\mathrm T}BG)\beta_{11}\|\hat{x}-x\|\leqslant\beta_1\|\zeta\|,\end{aligned}$$

其中 $\lambda_{\max}(G^{\mathrm T}B^{\mathrm T}BG)$ 为矩阵 $G^{\mathrm T}B^{\mathrm T}BG$ 的最大特征值. 因为 $G_0(0,\hat{x}),F_0(0,\hat{x}),\omega(\hat{x})$ 充分光滑, 且 $F_0(0,0)=0,\omega(0)=0$,因此存在 $\beta_{21},\beta_{22},\beta_{23}>0$, 使得

$$\begin{aligned}&\|\varphi(\hat{x})\|=\\&\|-G_0(0,\hat{x})F_0(0,\hat{x})-G_0((0,\hat{x})\omega(\hat{x})\|\leqslant\\&\beta_{21}\|\hat{x}\|\leqslant\beta_{22}\|x\|+\beta_{23}\|\zeta\|.\end{aligned}$$

所以存在 $\beta_2,\beta_3>0$,使得 $\|B[F(z,x,d)+G(z,x,d)\varphi(\hat{x})]\|\leqslant\beta_2\|x\|+\beta_3\|\zeta\|$.

由式(16)可得

$$\dot V(x,\zeta)\leqslant$$

$$-k_3\|x\|^2-\frac{k_3}{\varepsilon}\|\zeta\|^2+2\beta_1\|\zeta\|\|x\|\|P\|+$$
$$2(\beta_2\|x\|+\beta_3\|\zeta\|)\|M\|\|\zeta\|=$$
$$-k_3\begin{pmatrix}\|x\|\\ \|\zeta\|\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & \dfrac{\beta_2\|M\|+\beta_1\|P\|}{k_3}\\ \dfrac{\beta_2\|M\|+\beta_1\|P\|}{k_3} & \dfrac{1}{\varepsilon}-\dfrac{2\|M\|\beta_3}{k_3}\end{pmatrix}\cdot$$
$$(\|x\|\quad\|\zeta\|).\tag{17}$$

因此存在 $\varepsilon^*>0$，使得对任意 $\varepsilon\in(0,\varepsilon^*)$，式(17)的右边对 ε 一致负定. 令

$$W(z,x,\zeta)=\frac{hU(z)}{h+1-U(z)}+\frac{cV(x,\zeta)}{c+1-V(x,\zeta)},$$

由引理 1，可得对任意 $\delta>0$ 及 ε，满足 $0<\varepsilon<\varepsilon^*$，必存在正实数 K_{**}，使得当 $k_3\geqslant K_{**}$ 时，系统(13)，(14) 所构成的闭环系统初始值 $S_0=\{(z,x):\vartheta+\delta\leqslant W(z,x,\zeta)\leqslant c^2+h^2+1\}$ 的 x,ζ 的轨线是半全局渐近稳定，z 的轨线最终进入集合 $\{z:U(z)\leqslant 4\vartheta$ 中，若 $\vartheta=0$ 则 z 的轨线是半全局实用稳定.

推论 2　若系统(13)不含状态 z，则控制律(14)半全局镇定系统(13)的平衡点.

4 仿真(Simulation)

考虑含有未知参数的多变量非线性系统

$$\begin{cases}\dot{x}_1^1=x_1^2,\dot{x}_1^2=az_2\sin x_1^1+bu_1,\\ \dot{x}_2^1=x_2^2,\dot{x}_2^2=2(1+c)(x_2^2)^3z_1+u_2,\\ \dot{z}_1=-cz_1+x_1^1,\dot{z}_2=-z_1z_2+ax_1^2,\\ y_1=x_1^1,y_2=x_2^1.\end{cases}\tag{18}$$

其中 $d=(a,b,c)$ 是未知参数，且属于 $D=\{d=(a,b,c):|a-1|\leqslant 0.5,|b-1|\leqslant 0.25,|c|\leqslant 0.4\}$，

$x=(x^1,x^2)\in\{(x^1,x^2):\|x^1\|\leqslant 1,\|x^2\|\leqslant 0.85\}$，

$z=(z_1,z_2)\in\{(z_1,z_2):\|z\|\leqslant 1\}$.

选取 $F_0(z,x)=\begin{pmatrix}\sin x_1^1\\ 2(x_2^2)^3\end{pmatrix}$，$G_0(z,x)=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$，由已知 $|b-1|\leqslant\frac{1}{4}$，即 $\frac{3}{4}\leqslant b\leqslant\frac{5}{4}$，则

$$G(z,x,d)G_0(z,x)+(G(z,x,d)G_0(z,x))^{\mathrm T}=$$
$$\begin{pmatrix}2b&0\\0&1\end{pmatrix}>2\cdot\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

因此 $k_1=\frac{1}{2}$. 取 $K=\begin{pmatrix}-1&-1&0&0\\0&0&-1&-1\end{pmatrix}$，可使得

$$A+BK=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&-1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&-1\end{pmatrix}$$

为 Hurwitz 矩阵.

$$\|F(z,x,d)-G(z,x,d)G_0(0,x)F_0(0,x)-Kx\|=$$
$$\left\|\begin{pmatrix}az-2\sin x_1^1-b\sin x_1^1+x_1^1+x_1^2\\ 2(x_2^2)^3((1+c)z_1-1)+x_2^1+x_2^2\end{pmatrix}\right\|\leqslant 2\sqrt{2}\|x\|.$$

计算满足 Lyapunov 方程(4)的解，则

$$P=\begin{pmatrix}1.5k_2&0.5k_2&0&0\\0.5k_2&k_2&0&0\\0&0&1.5k_2&0.5k_2\\0&0&0.5k_2&k_2\end{pmatrix},$$

$$\omega=2B^{\mathrm T}Px=\begin{pmatrix}k_2x_1^1+2k_2x_1^2\\ k_2x_2^1+2k_2x_2^2\end{pmatrix}.$$

那么控制律为

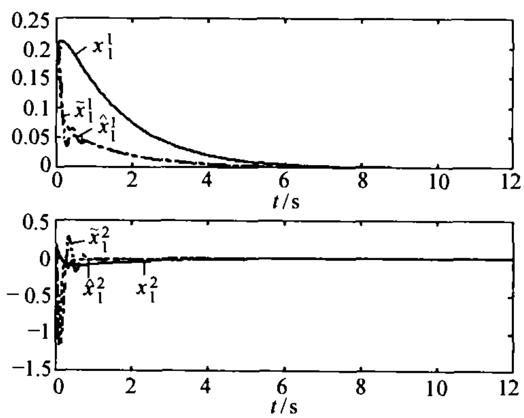
$$\begin{cases}u_1=-\sin x_1^1-k_2(x_1^1+2x_1^2),\\ u_2=-2(x_2^2)^3-k_2(x_2^1+2x_2^2).\end{cases}\tag{19}$$

其中 $k_2>4$. 使用带观测器的输出反馈

$$\dot{\hat{x}}_1^1=\hat{x}_1^2+\frac{1}{\varepsilon}(y_1-\hat{x}_1^1),\ \dot{\hat{x}}_1^2=\frac{1}{\varepsilon^2}(y_1-\hat{x}_1^1),$$
$$\dot{\hat{x}}_2^1=\hat{x}_2^2+\frac{1}{\varepsilon}(y_2-\hat{x}_2^1),\ \dot{\hat{x}}_2^2=\frac{1}{\varepsilon^2}(y_2-\hat{x}_2^1),$$
$$y_1=x_1^1,\ y_2=x_2^1,$$
$$\hat{u}_1=-\sin\hat{x}_1^1-k_2(\hat{x}_1^1+2\hat{x}_1^2),$$
$$\hat{u}_2=-2(\hat{x}_2^2)^3-k_2(\hat{x}_2^1+2\hat{x}_2^2).$$

ε 为任意小的常数，$\hat{\omega}=2B^{\mathrm T}P\hat{x}=\begin{pmatrix}\hat{x}_1^1+2\hat{x}_1^2\\ \hat{x}_2^1+2\hat{x}_2^2\end{pmatrix}$.

图 1 表示初值为 $x^1=[0.2\quad 0.2]^{\mathrm T}$，$x^2=[0.1\quad 0.2]^{\mathrm T}$，$z=[0.5\quad 0.5]^{\mathrm T}$，$\hat{x}^1=[0.05\quad 0.05]^{\mathrm T}$，$\hat{x}^2=[0.05\quad 0.05]^{\mathrm T}$ 且取 $a=1.4$，$b=0.8$，$c=-0.4$，$k_2=5$ 及 $\varepsilon_1=0.01$，$\varepsilon=0.05$ 时在状态反馈及输出反馈下的状态 $x_1^1,x_1^2,x_2^1,x_2^2,z_1,z_2$. 图 2 表示使用状态反馈及 $\varepsilon=0.01$，$\varepsilon=0.05$ 时的输出反馈控制律 u_1,u_2. 对允许范围内的初值具有同样的仿真结果.



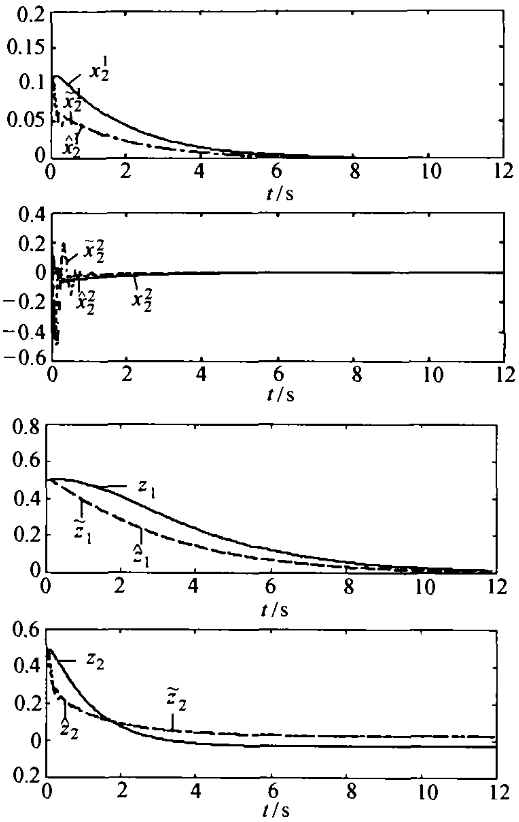


图 1 在状态反馈及 $\varepsilon = 0.01$, $\varepsilon = 0.05$ 时输出反馈下的状态

Fig. 1 States under the state feedback and the output feedback with $\varepsilon = 0.01$, $\varepsilon = 0.05$ respectively.

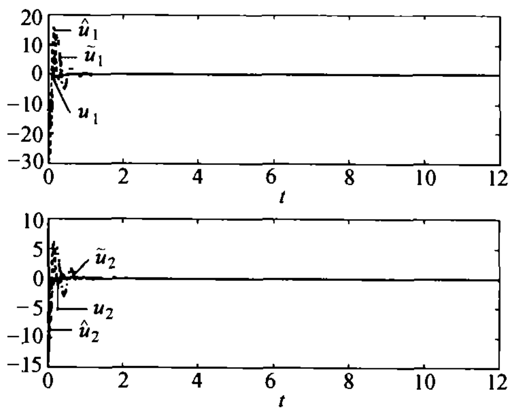


图 2 状态反馈及 $\varepsilon = 0.01$, $\varepsilon = 0.05$ 时的输出反馈

Fig. 2 State feedback and the output feedback with $\varepsilon = 0.01$, $\varepsilon = 0.05$ respectively.

5 结论(Conclusions)

研究了一类含有未知参数的非线性系统的半全局实用镇定问题，通过系统线性部分和零动态部分的 Lyapunov 函数构造了整个系统的 Lyapunov 函数，据此设计了使系统半全局实用稳定的状态反馈和动态输出反馈.且证明了只要未知参数不改变系统的相对阶，那么控制器是鲁棒的.仿真实例说明了所提出方法的有效性.

参考文献(References)：

[1] ESFANDIARI F, KHALIL H K. Output feedback stabilization of fully linearizable systems [J]. *Int J Control*, 1992, 56(5): 1007 - 1037.

[2] KHALIL H K, ESFANDIARI F. Semiglobal stabilization of a class of nonlinear systems using output feedback [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1993, 38(9): 1412 - 1415.

[3] TEEL A R, PRALY L. Tools for semiglobal stabilization by partial state and output feedback [J]. *SIAM J on Control and Optimization*, 1995, 33(5): 1443 - 1485.

[4] CELANI F, BYRNES C I, ISIDORI A. Compact attractors of nonlinear minimum-phase systems that are semiglobally practically stabilized [C]// *Proc of the 40th IEEE Conf on Decision and Control*. Orlando, Florida, USA: IEEE Press, 2001, 4: 3796 - 3801.

[5] ISIDORI A. A remark on the problem of semiglobal nonlinear output regulation [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(12): 1734 - 1739.

[6] SABERI A, KHALIL H K. An initial value theorem for nonlinear singularly perturbed systems [J]. *Systems and Control Letters*, 1984, 4(5): 301 - 305.

[7] 蔡秀珊，韩正之，寇春海.带有不确定性参数的多变量非线性系统的半全局实用镇定[J].自动化学报，2004, 30(6): 1021 - 1026.
(CAI Xiushan, HAN Zhengzhi, KOU Chunhai. Semiglobally practical stabilization of a class of multivariable nonlinear systems with uncertainty [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30(6): 1021 - 1026.)

[8] ISIDORI A. *Nonlinear Control Systems* [M]. 3rd ed. New York: Springer-Verlag, 1995.

作者简介：

蔡秀珊 (1966—)，女，2005 年在上海交通大学电子信息与电气工程学院自动化系获得控制科学与工程专业的博士学位，现为浙江师范大学信息科学与工程学院的副教授，主要研究方向为非线性系统的控制与应用等，E-mail: xiushan@zjnu.cn;

韩正之 (1947—)，男，教授，博士生导师，主要研究方向为非线性控制、混沌动力学系统与控制、智能控制等;

寇春海 (1963—)，男，现为东华大学数学系博士后，主要研究方向为非线性控制、混沌动力学系统与控制等.