

一类离散时间切换混杂系统鲁棒控制

宗广灯¹, 武玉强¹, 杨洪勇²

(1. 曲阜师范大学 自动化研究所, 山东 曲阜 273165; 2. 烟台师范学院 计算机科学与技术学院, 山东 烟台 264025)

摘要: 由于切换规则的存在使得切换混杂控制系统的稳定性研究变得极为复杂, 如何针对给定的系统设计适当的控制器和切换规则没有统一的方法. 本文考虑一类线性不确定离散时间切换混杂系统的鲁棒二次镇定和渐近镇定问题. 利用公共李雅普诺夫函数方法和多李雅普诺夫函数方法, 分别设计了切换混杂系统鲁棒状态反馈控制器和鲁棒输出反馈控制器, 保证了切换混杂系统的二次稳定性和渐近稳定性. 仿真结果验证了所提算法的正确有效性.

关键词: 离散时间切换混杂系统; 二次稳定性; 公共李雅普诺夫函数; 输出反馈

中图分类号: TP273.2 **文献标识码:** A

Robust control for a class of discrete time switched hybrid systems

ZONG Guang-deng¹, WU Yu-qiang¹, YANG Hong-yong²

(1. Research Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu Shandong 273400, China;

2. School of Computer Science and Technology, Yantai Normal University, Yantai Shandong 264025, China)

Abstract: Due to the existence of the switching rule, the switched hybrid system stability has been a complicated subject; and so far, there has been a generally agreed way to construct the proper controller and switching rule for the given system. In this paper, The robust quadratic stabilization problem and asymptotic stabilization problem are considered for a class of linear uncertain discrete time switched hybrid systems. Robust state feedback controllers and output feedback controllers are designed respectively by using the common Lyapunov function technique and multiple Lyapunov function technique. The designed controllers guarantee the quadratic stability and asymptotic stability. Simulations have validated the correctness of the presented algorithms.

Key words: discrete time switched hybrid systems; quadratic stability; common Lyapunov functions; output feedback

1 引言 (Introduction)

实际控制问题研究中, 往往由于物理的限制使得控制器的选择受到约束, 例如控制行为必须在有限(有限的)给定控制器之间进行切换^[1]. 典型的切换混杂系统的例子包括自动传输系统^[2], 计算机磁盘驱动器^[3], 某些机器人控制系统及柔性制造系统^[4], 熔炉的开关控制^[5]等. 在理论上, 近几年来, 也开辟了切换混杂控制系统方面的专题讨论^[6]. 切换混杂系统主要出现在以下两种情况中: 其一, 当系统在结构和参数上出现急剧变化时^[7]; 其二, 利用切换控制器来控制连续系统^[8]. 选择切换混杂控制而不是连续控制的主要原因是, 应用切换混杂控制器能够获得更好的性能^[7].

稳定性是系统正常工作的先决条件. 一个系统的稳定性如果无法保证, 系统将无法正常工作, 更谈

不上其他的性能指标. 近年来, 关于切换混杂系统稳定性的研究结果主要包括^[6,9]: 1) 对切换混杂系统设计一个公共李雅普诺夫函数, 从而保证对于子系统之间的任意切换, 系统是渐近稳定的; 2) 设计多个李雅普诺夫函数以及相应的切换策略, 使得切换混杂系统在给定的切换机制下是渐近稳定的; 3) 将切换混杂系统稳定性问题转换为线性矩阵不等式问题来解决.

文献[10]假设标称系统存在一个公共李雅普诺夫函数, 给出了一类连续时间不确定线性切换系统渐近镇定的充分条件, 但没有考虑给定系统的二次镇定问题. 文献[11]研究了一类非切换系统的离散时间鲁棒镇定问题. 基于切换李雅普诺夫函数方法, 结合 LMI 技术, 文献[12]研究了一类线性离散时间切换系统的稳定性, 并给出了状态反馈控制器和输

出反馈控制器的设计. 针对一类特殊的非线性离散时间切换混杂系统, 文献[13]给出了其鲁棒控制器设计方案. 本文研究另外一类非线性不确定离散时间切换混杂系统的鲁棒状态反馈镇定和输出反馈镇定问题, 通过构造公共李雅普诺夫函数, 给出了在任意切换机制下, 离散时间切换混杂系统二次镇定和渐近镇定的充分条件. 另外, 基于多李雅普诺夫函数方法, 本文还设计了相应的切换策略, 保证了切换系统的渐近稳定性. 最后通过仿真验证了本文算法的有效性.

2 问题提出 (Problem formulation)

考虑如下线性不确定离散时间切换混杂系统

$$\begin{cases} x(k+1) = (A_i + \Delta A_i(k))x(k) + B_i u(k), \\ y(k) = C_i x(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbb{R}^n; u \in \mathbb{R}^p; y \in \mathbb{R}^q; A_i, B_i, C_i$ 为具有适当维数的矩阵; ΔA_i 为矩阵 A_i 的扰动.

定义 1^[1] 称对称矩阵集合 $\{Z_1, Z_2, \dots, Z_m\}$ 是完备的, 如果对任意 $x_0 \in \mathbb{R}^n$ 都存在 $i_0 \in \{1, 2, \dots, m\}$ 使得 $x_0^T Z_{i_0} x_0 \leq 0$; 称对称矩阵集合 $\{Z_1, Z_2, \dots, Z_m\}$ 是严格完备的, 如果对任意 $x_0 \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$, 都存在 $i_0 \in \{1, 2, \dots, m\}$ 使得 $x_0^T Z_{i_0} x_0 < 0$.

定义 2^[13] 给定离散时间系统 $x(k+1) = f(x(k)), f(0) = 0$, 如果存在正定实对称矩阵 P 以及正常数 $\gamma > 0$, 使得对于 $V(x(k)) = x^T(k)Px(k)$ 有

$$\Delta V(x(k)) \triangleq V(x(k+1)) - V(x(k)) \leq -\gamma \|x(k)\|^2, \quad (2)$$

则称给定离散时间系统是二次稳定的.

由上述定义可知, 如果一个离散时间系统是二次稳定的它必定是渐近稳定的. 为完整起见, 我们同时考虑系统(1)的二次稳定性问题和渐近稳定性问题. 并对系统(1)作如下假设.

假设 $\Delta A_i(k)$ 可以描述为

$$\Delta A_i(k) = E_i F_i(k) H_i, \quad i \in \underline{m}. \quad (3)$$

其中: 矩阵 $E_i \in \mathbb{R}^{n \times r}, H_i \in \mathbb{R}^{r \times n}$ 是已知定常矩阵; $F_i(k) \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 是未知函数矩阵, 且属于如下定义的集合 Ω

$$\Omega = \{F_i(k) \mid F_i^T(k)F_i(k) \leq I, \forall k\}. \quad (4)$$

3 主要结论 (Main results)

为证明本文的主要结论, 首先给出如下的引理.

引理^[13] 给定离散时间切换混杂系统

$$x(k+1) = A_i x(k), \quad i \in \{1, 2, \dots, m\}, \quad (5)$$

如果存在一个公共的正定矩阵 P , 使得对于所有子系统均有

$$A_i^T P A_i - P < 0, \quad (6)$$

则切换系统(6)是渐近稳定的.

定理 1 在假设成立的条件下, 若存在矩阵 M_i , 正定阵 P 及常数 $\gamma, \epsilon > 0$ 使得

$$\begin{aligned} & \bar{A}_i^T P \bar{A}_i - P + \epsilon \bar{A}_i^T P E_i E_i^T P \bar{A}_i + 1/\epsilon H_i^T H_i + \\ & \lambda_{\max}(P) H_i^T E_i^T E_i H_i + \gamma I < 0. \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\bar{A}_i = A_i + B_i M_i$, 定义

$$u_i = M_i x(k), \quad i \in \underline{m}, \quad (8)$$

则对于子系统之间的任意切换, 闭环系统(1)(8)是二次稳定的.

证 由式(1)(8)可得闭环系统的方程为

$$x(k+1) = [\bar{A}_i + \Delta A_i(k)]x(k), \quad i \in \underline{m}. \quad (9)$$

选取李雅普诺夫函数为

$$V(x(k)) = x^T(k)Px(k), \quad (10)$$

其中 P 为(7)的解矩阵. 则由式(9)(10), 假设, 引理及文献[11,13]可得

$$\begin{aligned} \Delta V(x(k)) &= x^T(k+1)Px(k+1) - x^T(k)Px(k) = \\ & x^T(k)[\bar{A}_i^T P \bar{A}_i - P]x(k) + x^T(k)\bar{A}_i^T P \Delta A_i(k)x(k) + \\ & x^T(k)\Delta A_i^T(k)P \bar{A}_i x(k) + x^T(k)\Delta A_i^T(k)P \Delta A_i(k)x(k) \leq \\ & x^T(k)[\bar{A}_i^T P \bar{A}_i - P]x(k) + \\ & x^T(k)[\epsilon \bar{A}_i^T P E_i E_i^T P \bar{A}_i + 1/\epsilon H_i^T H_i]x(k) + \\ & \lambda_{\max}(P)x^T(k)H_i^T E_i^T E_i H_i x(k) = \\ & x^T(k) \left\{ \begin{aligned} & \bar{A}_i^T P \bar{A}_i - P + \epsilon \bar{A}_i^T P E_i E_i^T P \bar{A}_i \\ & + 1/\epsilon H_i^T H_i + \lambda_{\max}(P)H_i^T E_i^T E_i H_i \end{aligned} \right\} x(k) \end{aligned} \quad (11)$$

依定义 2 可知, 对于子系统之间的任意切换, 闭环系统(1)(8)是二次稳定的.

由定理 1 不难得到切换混杂系统(1)经状态反馈(8)实现渐近镇定的一个充分条件.

推论 在假设成立的条件下, 若存在矩阵 M_i , 正定阵 P 以及常数 $\epsilon > 0$ 使得

$$\begin{aligned} & \bar{A}_i^T P \bar{A}_i - P + \epsilon \bar{A}_i^T P E_i E_i^T P \bar{A}_i + \\ & 1/\epsilon H_i^T H_i + \lambda_{\max}(P)H_i^T E_i^T E_i H_i < 0. \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $\bar{A}_i = A_i + B_i M_i, i \in \underline{m}$, 定义 u_i 如(8)所示, 则对于子系统之间的任意切换, 闭环系统(1)(8)是渐近稳定的.

利用完备集的概念, 我们可以得到如下的定理.

定理 2 在假设成立的条件下, 如果存在矩阵 M_i , 正定阵 P 以及常数 $\epsilon > 0$ 使得如下的矩阵集合

$$Z_i := \bar{A}_i^T P \bar{A}_i - P + \epsilon \bar{A}_i^T P E_i E_i^T P \bar{A}_i + 1/\epsilon H_i^T H_i +$$

$$\lambda_{\max}(P)H_i^T E_i^T E_i H_i, i \in \underline{m} \quad (13)$$

是严格完备的, $\bar{A}_i = A_i + B_i M_i, i \in \underline{m}$ 定义如式(8)所示的状态反馈控制器, 进一步, 定义切换策略为

$$i = \arg\{\min_{x^T} Z_{\mathcal{P}}\}, \quad (14)$$

则在切换策略(14)下, 闭环切换混杂系统(1), (8)是渐近稳定的. 其中函数 $\arg(\cdot)$ 表示满足括号内表达式条件的下标值.

证 选取李雅普诺夫函数为 $V(x(k)) = x^T(k)P_x(k)$, 则类似于式(14)的分析, 可得 $V(x(k))$ 沿闭环系统(9)轨迹的差分满足

$$\begin{aligned} \Delta V(x(k)) \leq & x^T(k) \{ \bar{A}_i^T P \bar{A}_i - P + 1/\epsilon H_i^T H_i + \\ & \lambda_{\max}(P) H_i^T E_i^T E_i H_i + \epsilon \bar{A}_i^T P E_i E_i^T P \bar{A}_i \} x(k), \end{aligned} \quad (15)$$

于是当切换系统切换为第 i 个子系统时, 由矩阵集 Z_i 的完备性和切换策略的定义, 有 $\Delta V(x(k)) < 0$, 从而在给定切换策略下, 闭环切换混杂系统(1), (8)是渐近稳定的.

注 1 当存在多个下标 $i_0 \in \underline{m}$, 使得 $\min_{x^T} Z_{\mathcal{P}} = x^T z_{i_0} x$ 时, 则 $\arg\{\min_{x^T} Z_{\mathcal{P}}\}$ 可定义为其中任意一个下标值.

对于输出反馈我们有下面的结论

定理 3 在假设 1, 2 成立的条件下, 若存在矩阵 L_i , 正定阵 P 及常数 $\rho, \delta > 0$ 使得

$$\begin{aligned} \bar{A}_i^T P \bar{A}_i - P + \delta \bar{A}_i^T P E_i E_i^T P \bar{A}_i + 1/\delta H_i^T H_i + \\ \lambda_{\max}(P) H_i^T E_i^T E_i H_i + \rho I < 0, \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $\bar{A}_i = A_i + B_i L_i C_i$, 定义

$$u_i = L_i y(k), i \in \underline{m}, \quad (17)$$

则闭环系统(1), (8)是二次稳定的.

证明略.

另外, 对于输出反馈, 我们还可以得到类似于推论和定理 2 的相关结论. 在此不再赘述.

4 多李雅普诺夫函数方法研究 (Study on multiple Lyapunov function-technique)

考虑采用多李雅普诺夫函数方法来研究切换混杂系统(1)的渐近稳定性问题. 这里假定 $m = 2$, 即系统(1)在两个不确定系统之间进行切换.

$$\begin{cases} x(k+1) = [A_i + \Delta A_i(k)]x(k) + B_i u(k), \\ y(k) = C_i x(k), i = 1, 2. \end{cases} \quad (18)$$

定理 4 在假设成立的条件下, 如果存在矩阵 M_1, M_2 及常数 $\epsilon_1, \epsilon_2 > 0$, 两个(同时)非负或(同时)非正的实数 α_1, α_2 以及两个对称正定矩阵 P_1, P_2 使得下面两个不等式成立:

$$\begin{aligned} -\bar{A}_1^T P_1 \bar{A}_1 + P_1 - \epsilon_1 \bar{A}_1^T P_1 E_1 E_1^T P_1 \bar{A}_1 - 1/\epsilon_1 H_1^T H_1 - \\ \lambda_{\max}(P_1) H_1^T E_1^T E_1 H_1 + \alpha_1 (P_2 - P_1) > 0, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} -\bar{A}_2^T P_2 \bar{A}_2 + P_2 - \epsilon_2 \bar{A}_2^T P_2 E_2 E_2^T P_2 \bar{A}_2 - 1/\epsilon_2 H_2^T H_2 - \\ \lambda_{\max}(P_2) H_2^T E_2^T E_2 H_2 + \alpha_2 (P_1 - P_2) > 0. \end{aligned} \quad (20)$$

定义如式(8)所示的状态反馈控制器, 则存在切换函数 $\sigma(k): \mathbb{Z}_+ \mapsto \{1, 2\}$ 使得闭环切换系统(18)(8)是渐近稳定的.

证 不妨设 α_1, α_2 均非负, 定义

$$\begin{cases} V_i(x(k)) = x^T(k) P_i x(k), \\ \sigma(k) = \arg \max \{ V_i(x(k)) \}, i = 1, 2. \end{cases} \quad (21)$$

由式(19)(20)同时成立可得以下结论

1) 当 $x^T(k)(P_1 - P_2)x(k) \geq 0$ 且 $x(k) \neq 0$ 时, 有

$$\begin{aligned} x^T(k) \{ \bar{A}_1^T P_1 \bar{A}_1 - P_1 + \epsilon_1 \bar{A}_1^T P_1 E_1 E_1^T P_1 \bar{A}_1 + \\ 1/\epsilon_1 H_1^T H_1 + \lambda_{\max}(P_1) H_1^T E_1^T E_1 H_1 \} x(k) < 0. \end{aligned} \quad (22)$$

2) 当 $x^T(k)(P_2 - P_1)x(k) \geq 0$ 且 $x(k) \neq 0$ 时, 有

$$\begin{aligned} x^T(k) \{ \bar{A}_2^T P_2 \bar{A}_2 - P_2 + \epsilon_2 \bar{A}_2^T P_2 E_2 E_2^T P_2 \bar{A}_2 + \\ 1/\epsilon_2 H_2^T H_2 + \lambda_{\max}(P_2) H_2^T E_2^T E_2 H_2 \} x(k) < 0. \end{aligned} \quad (23)$$

记

$$\begin{cases} \Omega_1 = \\ \{ x(k) \in \mathbb{R}^n \mid x^T(k)(P_1 - P_2)x(k) \geq 0, x(k) \neq 0 \}, \\ \Omega_2 = \\ \{ x(k) \in \mathbb{R}^n \mid x^T(k)(P_2 - P_1)x(k) \geq 0, x(k) \neq 0 \}, \end{cases} \quad (24)$$

则 $\Omega_1 \cup \Omega_2 = \mathbb{R}^n / \{0\}$, 对于由式(18)(8)组成的闭环切换系统, 当 $x \in \Omega_1$ 时, 有

$$\begin{aligned} \Delta V(x(k)) = \\ x^T(k+1) P_1 x(k+1) - x^T(k) P_1 x(k) \leq \\ x^T(k) \{ \bar{A}_1^T P_1 \bar{A}_1 - P_1 + \lambda_{\max}(P_1) H_1^T E_1^T E_1 H_1 + \\ \epsilon_1 \bar{A}_1^T P_1 E_1 E_1^T P_1 \bar{A}_1 + 1/\epsilon_1 H_1^T H_1 \} x(k) < 0. \end{aligned} \quad (25)$$

同理, 当 $x(k) \in \Omega_2 / \Omega_1$ 时, 有 $\Delta V_2(x(k)) < 0$. 另一方面, 由切换律(21)的定义知, 在切换时刻 k_j 有

$$V_{\sigma(k_j)}(x(k_j)) \leq V_{\sigma(k_{j-1})}(x(k)) \quad (26)$$

成立. 式(26)说明, 在切换时刻李雅普诺夫能量函数是单调不增的. 从而由多李雅普诺夫函数方法^[14]可

知,闭环切换系统是渐近稳定的.

另外,当 α_1, α_2 非正时,令

$$\sigma(k) = \arg \min \{V_i(x(k))\}, i = 1, 2, \quad (27)$$

可得同样结论,综上可知定理 4 成立.

类似地,对于输出反馈有如下的结论.

定理 5 对于系统(18),假设条件成立,另外设 C_1, C_2 为列满秩矩阵. 如果存在矩阵 L_1, L_2 及常数 $\delta_1, \delta_2 > 0$, 存在两个(同时)非负或(同时)非正的实数 ρ_1, ρ_2 以及两个对称正定矩阵 \bar{P}_1, \bar{P}_2 , 使得下面的式子成立

$$-\bar{A}_1^T C_1^T \bar{P}_1 C_1 \bar{A}_1 + C_1^T \bar{P}_1 C_1 - Q_1 - H_1^T E_1^T C_1^T \bar{P}_1 C_1 E_1 H_1 + \rho_1 (\bar{P}_2 - \bar{P}_1) > 0, \quad (28)$$

$$-\bar{A}_2^T C_2^T \bar{P}_2 C_2 \bar{A}_2 + C_2^T \bar{P}_2 C_2 - Q_2 - H_2^T E_2^T C_2^T \bar{P}_2 C_2 E_2 H_2 + \rho_2 (\bar{P}_1 - \bar{P}_2) > 0. \quad (29)$$

其中 $\bar{A}_i = A_i + B_i L_i C_i$,

$$Q_i = \delta_i A_i^T C_i^T \bar{P}_i C_i E_i E_i^T C_i^T \bar{P}_i C_i A_i + 1/\delta_i H_i^T H_i,$$

$i = 1, 2$. 定义如(17)所示的输出反馈控制器. 则存在切换函数 $\sigma(k): \mathbb{Z}_+ \mapsto \{1, 2\}$ 使得闭环切换混杂系统(17)(18)是渐近稳定的.

注 2 对于一个非切换系统

$$\begin{cases} x(k+1) = [A + \Delta A(k)]x(k) + Bu(k), \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (30)$$

而言,当系统输出矩阵 C 为列满秩矩阵时,给定系统必定是状态可测的. 但是,对于切换系统而言情况并非如此. 在任意一个时刻,由于切换带来的复杂性,使得我们并不知道系统(此刻)究竟切换为哪一个系统. 从而,此时的系统状态也就无法确定.

5 仿真(Simulations)

例 1 下面验证定理 1 结论的正确性,考虑如下的离散时间切换混杂系统

$$x(k+1) = [A_i + \Delta A_i(x(k))]x(k) + B_i u(k), i = 1, 2. \quad (31)$$

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 \\ -4 & 2.2 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -5 & 2.7 \\ 0 & -0.2 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\Delta A_1(x(k)) = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \sin(x_1^2(k) + x_2^2(k)) \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Delta A_2(x(k)) = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \cos(x_1^2(k) + x_2^2(k)) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

易知:

$$E_1 = E_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, F_1(x(k)) = \sin(x_1^2(k) + x_2^2(k)),$$

$$H_1 = H_2 = [0 \ 0.1],$$

$$F_2(x(k)) = \cos(x_1^2(k) + x_2^2(k)).$$

定义 $M_1 = [4, -2], M_2 = [4.7, -2.7]$, 取 $\epsilon = 1$,

$$\gamma = 0.05, P = \begin{bmatrix} 0.12 & 0.15 \\ 0.15 & 0.8 \end{bmatrix}, \text{ 则 } \lambda_{\max}(P) =$$

0.8316, 经验证 P 为一满足矩阵不等式(7)的正定解矩阵, 且 $x^T(k)Px(k)$ 为一公共李雅普诺夫函数. 取初始状态为 $(-0.1, -0.7)^T$, 图 1 和图 2 分别为切换混杂系统迭代计算 20 次后, 系统状态随时间的变化曲线以及系统控制量随时间的变化曲线. 其中切换策略

$$\text{取为: } \sigma(k) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } k \leq 20 \text{ 且 } k \text{ 被 } 2 \text{ 整除,} \\ 2, & \text{否则.} \end{cases}$$

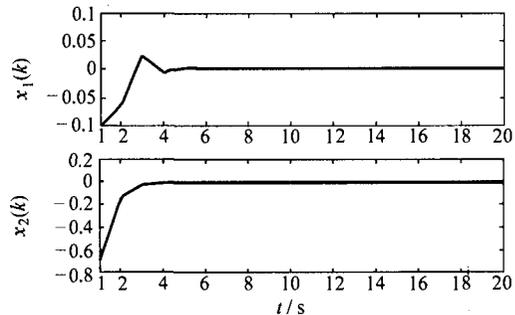


图 1 切换混杂系统状态随时间的变化曲线
Fig. 1 State trajectory of the switched hybrid system

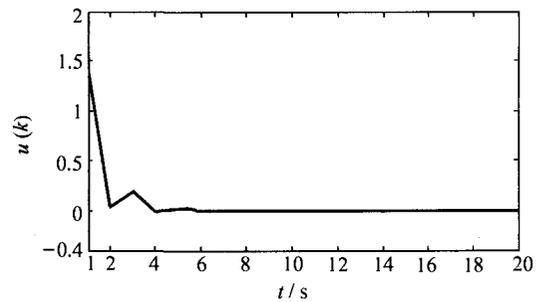


图 2 切换混杂系统控制量随时间的变化曲线
Fig. 2 Control trajectory of the switched hybrid system

例 2 下面以系统(31)为例说明定理 4 的正确性.

$$\text{取正定矩阵 } P_1 = \begin{bmatrix} 0.12 & 0.15 \\ 0.15 & 0.8 \end{bmatrix}, P_2 =$$

$$\begin{bmatrix} 0.12 & 0.15 \\ 0.15 & 0.7 \end{bmatrix}, \text{ 取常数 } \alpha_1 = 1, \alpha_2 = 0.1, \epsilon_1 = \epsilon_2 =$$

1. 定义 $M_1 = [4, -2], M_2 = [4.7, -2.7]$. 经计算

$$\begin{aligned} T_1 = & -\bar{A}_1^T P_1 \bar{A}_1 + P_1 - \epsilon_1 \bar{A}_1^T P_1 E_1 E_1^T P_1 \bar{A}_1 - 1/\epsilon_1 H_1^T H_1 - \\ & - \lambda_{\max}(P_1) H_1^T E_1^T E_1 H_1 + \alpha_1 (P_2 - P_1) = \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 0.0579 & 0.1399 \\ 0.1399 & 0.5988 \end{bmatrix} > 0, \quad (32)$$

$$T_2 =$$

$$-\bar{A}_2^T P_2 \bar{A}_2 + P_2 - \varepsilon_2 \bar{A}_2^T P_2 E_2 E_2^T P_2 \bar{A}_2 - 1/\varepsilon_2 H_2^T H_2 -$$

$$- \lambda_{\max}(P_2) H_2^T E_2^T E_2 H_2 + \alpha_2 (P_2 - P_2) =$$

$$\begin{bmatrix} 0.0579 & 0.1399 \\ 0.1399 & 0.6137 \end{bmatrix} > 0. \quad (33)$$

取初始状态为 $(-0.5, 0.3)^T$, 图3和图4分别为切换混杂系统迭代计算20次后, 系统状态随时间的变化曲线以及系统控制量随时间的变化曲线. 其中切换策略为: $\sigma(k) = \arg \max \{V_i(x(k))\}, i = 1, 2$.

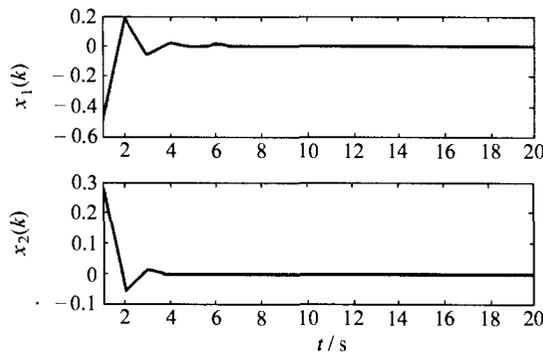


图3 切换混杂系统状态随时间的变化曲线

Fig. 3 State trajectory of the switched hybrid system

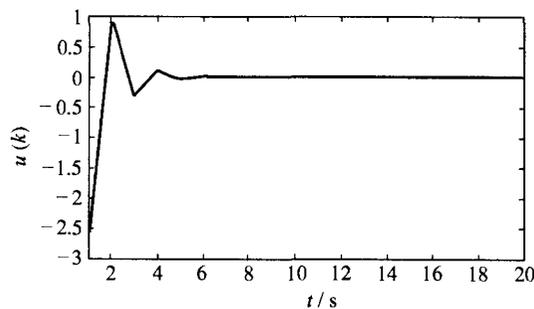


图4 切换混杂系统控制量随时间的变化曲线

Fig. 4 Control trajectory of the switched hybrid system

6 结束语 (Conclusion)

本文考虑了一类线性不确定离散时间切换混杂系统的鲁棒控制问题, 利用公共李雅普诺夫函数和多李雅普诺夫函数方法, 分别设计了切换混杂系统鲁棒状态反馈控制器和输出反馈控制器, 保证了切换混杂系统的二次稳定性和渐近稳定性. 另外, 本文的算法均基于矩阵不等式方法, 因此简单易实现. 仿真结果表明本文的结论是正确有效的.

参考文献 (References):

[1] SKAFIDAS E, EVANS R J, SAVKIN A V, et al. Stability results for switched controller systems [J]. *Automatica*, 1999, 35(4): 553 -

564.

- [2] BROCKETT R W. Hybrid modes for motion control systems [M]// *Essays in Control*. TRENTELMAN H L, WILLEMS J C. Boston: Birkhauser, 1993.
- [3] GOLLU A, VARAIYA P P. Hybrid dynamical systems [C]// *Proc of the 28th IEEE Conf on Decision and Control*. Tampa, USA: [s. n.], 1989: 3228 - 3234.
- [4] BACK A, GUCKENHEIMER J, MYERS M A. Dynamical simulation facility for hybrid systems [M]// *Hybrid Systems*. GROSSMAN R L, NERODE A, RAVN A P, et al. New York: Springer, 1993.
- [5] SEIDMAN T I. *Switching Systems* [R]. Baltimore, MD: University of Maryland Baltimore County, 1986: 68 - 78.
- [6] LIBERZON D, MORSE A S. Basic problems in stability and design of switched systems [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 1999, 19(1): 59 - 70.
- [7] NARENDRA K S, BALAKRISHNAN J. Adaptive control using multiple modes [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(2): 171 - 188.
- [8] SAVKIN A V, SKAFIDAS E, EVANS R J. Robust output feedback stabilizability via controller switching [J]. *Automatica*, 1999, 35(1): 69 - 74.
- [9] DECARLO R, BRANICKY M S, LENNARTSON B. Perspective and results on the stability and stabilizability of hybrid systems [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2000, 88(7): 1069 - 1082.
- [10] 张霄力, 刘玉忠, 赵军. 一类切换系统的鲁棒控制 [J]. *东北大学学报*, 2000, 21(5): 498 - 500.
(ZHANG Xiaoli, LIU Yuzhong, ZHAO Jun. Robust control of a class of switched systems [J]. *J of Northeastern University*, 2000, 21(5): 498 - 500.)
- [11] 史忠科. 离散系统鲁棒稳定的简化条件及其反馈控制方法 [J]. *控制与决策*, 2003, 18(2): 254 - 257.
(SHI Zhongke. Simplified condition and feedback control method for robust stability of discrete-time linear systems [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(2): 254 - 257.)
- [12] XIE D M, WANG L, HAO F. Robust stability analysis and control synthesis for discrete time uncertain switched systems [C]// *Proc of the 42nd IEEE Conf on Decision and Control*. Maui, Hawaii: [s. n.], 2003: 4812 - 4817.
- [13] 宗广灯, 武玉强. 一类离散时间切换混杂系统鲁棒控制器设计 [J]. *控制与决策*, 2004, 19(6): 663 - 670.
(ZONG Guangdeng, WU Yuqiang. Robust controllers design for a class of discrete time switched systems [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(6): 663 - 670.)

作者简介:

宗广灯 (1976—), 男, 博士, 讲师, 2005年于东南大学控制理论与控制工程专业获博士学位, 研究领域为变结构控制、混杂系统控制等, E-mail: zgd@qfnu.edu.cn;

武玉强 (1962—), 男, 教授, 博士生导师, 研究领域为变结构控制, 非线性系统控制、混杂系统控制、过程控制等;

杨洪勇 (1967—), 男, 教授, 2005年于东南大学控制理论与控制工程专业获博士学位. 研究领域为网络控制, 计算机控制, 切换系统控制等.