

用于函数优化的自适应类种子保留遗传算法

巩敦卫, 孙晓燕

(中国矿业大学 信息与电气工程学院, 江苏 徐州 221008)

摘要: 类种子保留遗传算法可以较好地处理维持进化种群多样性和保留重要个体的矛盾, 但尚无有效方法确定其类控制参数. 本文提出一种类控制参数随进化进程自适应变化的策略, 其思想是: 在进化前期类控制参数较大, 将进化种群分成数目较少的粗类; 随着进化的进行类控制参数自适应减小, 将进化种群分成数目较多的细类. 另外, 个体的自适应变异充分利用了个体当前状态、本类种子和种群最优种子的信息. 将该算法应用于 5 个基准数值函数优化问题, 计算结果验证了本文算法在找到多个极值点的前提下有效地减少了计算量、提高了进化效率.

关键词: 遗传算法; 类种子; 保留; 数值函数优化

中图分类号: TP18 **文献标识码:** A

Genetic algorithms with adaptively conserving species seeds for function optimization

GONG Dun-wei, SUN Xiao-yan

(School of Information and Electronics Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou Jiangsu, 221008, China)

Abstract: Genetic algorithms with conserving species seeds can cope with the conflict between maintaining the diversity of the evolutionary population and conserving the important individuals, but there is no effective way to determine their species control parameter. A strategy for adaptively changing the species control parameter along with evolutionary phase is proposed. The methodology adopted is that the species control parameter is big in prophase so that the evolutionary population is divided into a small number of coarse species. Along with evolution, the species control parameter decreases adaptively so that the evolutionary population is divided into a large number of fine species. Besides, the adaptive mutation operator makes fully use of the information of the current state of being mutated individual, its own species seed and the best seed of the evolutionary population. The algorithms proposed are applied to 5 benchmark problems of numerical function optimization. It is validated from the computational results that the algorithms decrease the computational complexity on the premise of finding multi-optima of the problems being optimized and hence increasing the evolutionary efficiency.

Key words: genetic algorithms; species seeds; conservation; numerical function optimization

1 引言(Introduction)

遗传算法是一种全局概率优化搜索方法, 至今已在许多领域得到广泛应用. 最早研究的遗传算法是简单遗传算法, 但业已证明该算法不能收敛到被优化问题的全局最优解^[1]. 为此许多学者在多方面作了改进, 其中最优保留遗传算法为一类改进遗传算法的代表. 已经证明最优保留遗传算法可以收敛到全局最优解^[2]. 但对一类含有多个全局最优解的复杂优化问题最优保留遗传算法很难找到其所有全局最优解.

遗传算法得以有效进化的前提是维持进化种群的多样性, 否则易产生早熟收敛. 而算法能找到多个

极值点的前提是对重要个体进行有效地保留, 但这往往导致种群多样性降低, 因此两者通常是矛盾的. 为解决该问题 LI Jianping 等提出了一种类种子保留遗传算法^[3], 该算法在对进化种群进行分类时需要一个决定进化种群类别个数的参数—类控制参数, 该参数在进化过程中保持不变. 若类控制参数较大则种群的类别较少, 很难保留某些较优个体; 若类控制参数较小则种群的类别较多, 虽然可以找到多个极值点, 但额外的计算开销很大, 效率较低.

变异操作为优化空间的有效搜索起到重要作用. 对实数编码而言典型的变异策略有均匀变异^[4]、高斯变异、混沌变异^[5]、定向变异^[6]等. 但这些变异

策略都没有利用种群中较优个体的信息。

本文兼顾找到被优化复杂函数的多个极值点和减少计算负担,提出用于函数优化的自适应类种子保留遗传算法,算法根据进化进程自适应变化类控制参数且个体基于当前状态、本类种子和种群最优种子自适应变异,从而在找到多个极值点的前提下减少计算量、提高进化效率。

2 自适应类种子保留遗传算法(Genetic algorithms with adaptively conserving species seeds)

2.1 进化种类(Evolutionary species)

考虑求函数 $f(x)$ 的极大值问题,决策变量采用实值编码。

进化种群 $P_N = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 上的类 S_i 是 P_N 的子集,该子集中的任意个体之间的欧氏距离小于或等于类控制参数.文献[3]给出了根据占优个体或种子构建类的方法。

记 S_1, S_2, \dots, S_k 是进化种群 P_N 的一个类分划, $x^* \in S_i$, 若 $\forall y \in S_i, \exists f(x^*) \geq f(y)$, 则称 x^* 是类 S_i 的种子^[3]。

若 $\forall y \in S_i, \exists d(x^*, y) \leq \frac{\sigma_s}{2}$, 则称类 S_i 以种子 x^* 为中心.其中 $d(\cdot, \cdot)$ 为欧氏距离, σ_s 为类控制参数^[3]。

由上述定义可知 σ_s 决定类的划分,在文献[3]中 σ_s 是一固定值.容易得到:若 σ_s 较大则对进化种群划分的类较少,一些极值点由于没有成为种子而不能被保留,从而有可能在个体替代过程中被淘汰掉;另一方面,若 σ_s 较小则对进化种群划分的类较多,导致由于种子的选择与保留增加的计算量很大。

2.2 类控制参数的自适应调整(Adaptively changing the species control parameter)

本小节提出类控制参数自适应调整策略,其思想为:在进化过程的前期类控制参数较大,将进化种群分成数目较少的粗类;随着种群的不断进化类控制参数不断减小,逐步将进化种群分成数目较多的细类.调整时考虑进化种群多样性,若多样性程度较低则种群的一些重要个体没有得到保留,应适当减小类控制参数;反之,若多样性程度较高则种群的种子较多,应适当增大类控制参数.提出的调整公式为

$$\sigma_s(t) = \alpha(t)\beta(t)\sigma_s, \quad (1)$$

其中: σ_s 为初始类控制参数, $\alpha(t)$ 为反映进化阶段

的参数,根据文献[7]其表达式为

$$\alpha(t) = e^{-\frac{2t^2}{2T^2}}, \quad (2)$$

其中: t 为进化代数, T 为进化终止代数. $\beta(t)$ 为反映进化种群多样性程度的参数.这里以类种子的分散程度反映进化种群的多样性.记 $x_1^*, x_2^*, \dots, x_k^*$ 分别为第 t 代进化种群 $P_N(t)$ 的类 S_1, S_2, \dots, S_k 的种子,采用如下表达式

$$\begin{cases} d = \max_{i,j \in \{1,2,\dots,k\}} |x_i^* - x_j^*|, \\ \beta(t) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left(\frac{x_i^* - \bar{x}^*}{d} \right)^2, \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\bar{x}^* = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i^*$ 为种子的均值。

2.3 基于类种子的自适应变异(Adaptive mutation based on species seeds)

个体在变异时不但考虑当前状态,而且利用本类及其他类种子的信息,使得变异具有方向性,采用如下表达式:

$$x'_i = wx_i + c_1(x_i^* - x_i) + c_2(x_1^* - x_i), \quad (4)$$

其中 x'_i 为个体 x_i 经变异操作后产生的新个体,第1项反映个体当前的状态,第2项反映与本类种子偏离的程度,第3项反映与当代种群最优种子偏离的程度。

2.4 类种子保留遗传算法步骤(Steps of genetic algorithms with conserving species seeds)

从本质上讲,本算法只是改进传统遗传算法的替代策略,对遗传操作没有任何要求.因此本算法可与传统遗传操作以及任何改进的遗传操作相结合.算法步骤为:

步骤 1 $t = 0$, 初始化进化种群 $P_N(t)$;

步骤 2 计算 $P_N(t)$ 中个体的适应度;

步骤 3 若不满足停机条件,执行以下步骤;

步骤 3.1 依式(1)计算类控制参数 $\sigma_s(t)$;

步骤 3.2 依文献[3]的方法识别类种子,得到类种子集合;

步骤 3.3 对 $P_N(t)$ 进行比例选择、依文献[8]的算术交叉和依式(4)的变异操作得到中间种群 $P'_N(t+1)$;

步骤 3.4 依文献[3]的方法从上代类种子集合中保留类种子得到 $P_N(t+1)$;

步骤 3.5 $t = t + 1$.

步骤 4 依式(1)计算类控制参数 $\sigma_s(t)$;

步骤 5 依文献[3]的方法识别类种子,得到全

局最优解.

从表面上看,本算法比文献[3]多了一些步骤,增加了额外的计算量,但是由于类控制参数自适应变化,使得在进化过程的某些阶段类控制参数较大,从而减少了由于类种子选择和保留而带来的计算量,因此总的计算量是减小的;另一方面,由于类控制参数和变异操作自适应变化,使得算法在进化前期的全局搜索能力较强,而在进化后期的局部搜索能力较强,从整体上提高了算法的性能.

3 算例(Examples)

采用与文献[3]相同的被优化函数,并与文献[3]进行性能比较.考虑的被优化问题如下:

$$\max f_1(x) = \begin{cases} \frac{160}{15}(15-x), & 0 \leq x < 15, \\ 40(x-15), & 15 \leq x \leq 20; \end{cases}$$

$$\max f_2(x) = \begin{cases} 16x & 0 \leq x < 10, \\ 32(15-x), & 10 \leq x < 15, \\ 40(x-15), & 15 \leq x < 20; \end{cases}$$

$$\max f_3(x) = \begin{cases} 80(2.5-x), & 0 \leq x < 2.5, \\ 64(x-2.5), & 2.5 \leq x < 5, \\ 64(7.5-x), & 5 \leq x < 7.5, \\ 28(x-7.5), & 7.5 \leq x < 12.5, \\ 28(17.5-x), & 12.5 \leq x < 17.5, \\ 32(x-17.5), & 17.5 \leq x < 22.5, \\ 32(27.5-x), & 22.5 \leq x < 27.5, \\ 80(x-27.5), & 27.5 \leq x < 30; \end{cases}$$

$$\min f_4(x) = \prod_{i=1}^2 \sum_{j=1}^5 j \cos((j+1)x_i + j),$$

$$-10 \leq x_i \leq 10;$$

$$\min f_5(x) = \prod_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 j \cos((j+1)x_i + j),$$

$$-10 \leq x_i \leq 10.$$

$f_1(x), f_2(x), f_3(x)$ 分别为具有不同规模的陷阱函数,用以测试算法找到最优解的能力. $f_4(x), f_5(x)$ 分别为 2 维和 3 维 Shubert 函数,用于测试算法找到最优解的能力和收敛速度.其中: $f_4(x)$ 的图形如图 1 所示,有 18 个非均匀分布的全局最优解,任意两个全局最优解之间的最短距离为 0.98; $f_5(x)$ 的分布更加复杂,共有 81 个全局最优解.

本算法采用比例选择、算术交叉和 2.3 节给出的变异算子,用到的参数及其值与文献[3]中基本相同,本算法的种群规模较小, $\sigma_s(t)$ 按式(1)取值,其中 σ_s 根据运行结果调整.

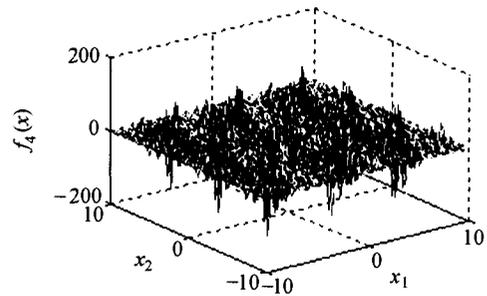


图 1 函数 $f_4(x)$ 的图形

Fig. 1 Figure of function $f_4(x)$

图 2 给出了优化 f_4 时 $\sigma_s(t)$ 的变化曲线,其中 $\sigma_s = 8.5$.从图 2 可以看出:初始时 $\sigma_s(t)$ 的取值较大,随着进化进行 $\sigma_s(t)$ 逐渐减小,当 $t = 4$ 时 $\sigma_s(t)$ 开始增大,此时主要由于种群多样性减小,到了进化后期 $\sigma_s(t)$ 由于受 $\alpha(t)$ 的影响而逐渐减小,对类进一步细化. $\sigma_s(t)$ 的变化过程验证了前面的理论分析.

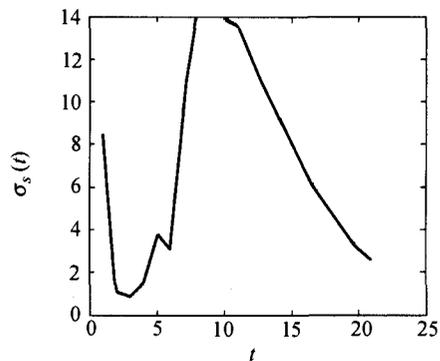


图 2 $\sigma_s(t)$ 的变化曲线

Fig. 2 Curve of $\sigma_s(t)$

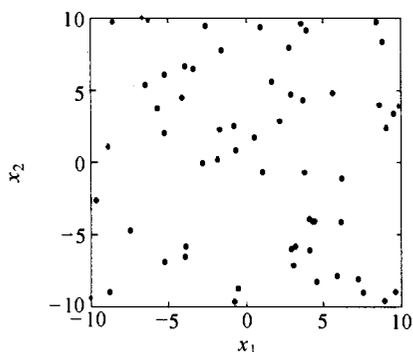
算法独立运行 30 次的平均结果见表 1.由表 1 可知:采用本算法可以以很大的概率找到所有全局最优解,而且计算复杂性小.其中表 1 第 3 列的“-”是指在函数评价次数为 156135 时仍没有找到其全部全局最优解.与文献[3]比较本算法的运行时间短.表 1 最后两列给出两种算法在相同运行环境下的平均运行时间.

图 3 为本算法优化 2 维 Shubert 函数的搜索图,其中:(a)图为初始种群,基本均匀分布于整个搜索空间;(b)图为运行到第 10 代时种群分布情况,其中“o”代表搜索到的最优解,“·”代表其它非最优解,因此运行到第 10 代时就找到了 8 个全局最优解;(c)图为运行到第 20 代时种群分布情况,从该图可以看出算法已成功搜索到了所有 18 个全局最优解,因此算法的收敛速度远远快于文献[3].另外本算法中类控制参数是自适应变化的,避免了文献[3]选取的主观性、不确定性和反复实验所带来的不必要计算开销.

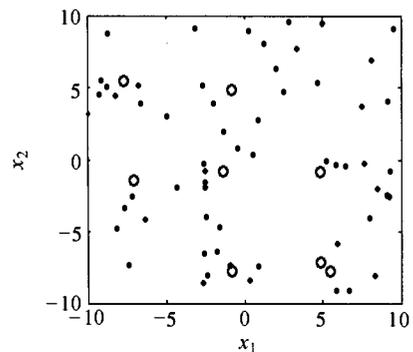
表1 算法性能比较

Table 1 Comparison of the two algorithms' performance

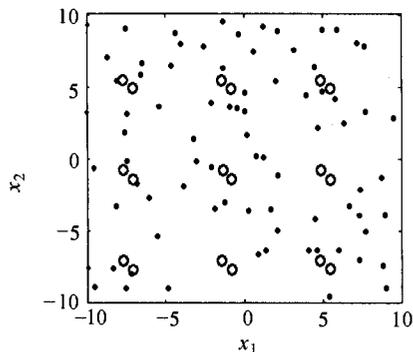
	找到所有全局最优解的概率/(%)		找到所有全局最优解的平均进化代数		种群规模		评价次数		程序平均运行时间/s	
	本文	文献[3]	本文	文献[3]	本文	文献[3]	本文	文献[3]	本文	文献[3]
	算法	算法	算法	算法	算法	算法	算法	算法	算法	算法
f_1	100	100	5.7	27	20	50	113	1350	0.11	0.32
f_2	100	100	15.3	34	30	60	460	2040	0.23	0.70
f_3	100	100	25.4	85	40	100	1020	8500	0.43	1.22
f_4	100	100	22	250	60	100	1322	25000	0.84	2.95
f_5	93	-	24	1487	180	105	4325	156135	1.27	10.47



(a) 初始种群



(b) 种群代数为 10



(c) 种群代数为 20

图3 2维 Shubert 函数的搜索图

Fig. 3 Search figure of the 2-dimensional Shubert function

4 结束语(Conclusion)

本文提出了用于函数优化的自适应类种子保留

遗传算法,该算法的特点体现在如下2个方面:其一,类控制参数根据进化进程自适应变化,在进化前期类控制参数较大,随着进化的进行类控制参数自适应减小;其二,充分利用保留的类种子进行自适应变异,以体现个体变异的方向性.实验结果验证了本文算法在能寻找到所有全局最优解的前提下减少了计算量,提高了进化效率.需要进一步研究的问题包括自适应地选取自适应变异的参数以进一步提高算法的整体性能.

参考文献(References):

- [1] SUZUKI J A. Markov chain analysis on simple genetic algorithms [J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1995, 25(4): 655 - 659.
- [2] 何琳,王科俊,李国斌,等.最优保留遗传算法及其收敛性分析[J].*控制与决策*,2000,15(1):63 - 66.
(HE Lin, WANG Kejun, LI Guobin, et al. Elitist preserved genetic algorithm and its convergence analysis [J]. *Control and Decision*, 2000, 15(1): 63 - 66.)
- [3] LI Jianping, MARTON E B, GEOFFREY T P, et al. A species conserving genetic algorithm for multimodal function optimization [J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2002, 10(3): 207 - 234.
- [4] MICHALEWICZ Z, KRAWCZYK J B, JANIKOW C. A modified genetic algorithms for optimal control problems [J]. *Computers Mathematics and Applications*, 1992, 23(12): 83 - 94.
- [5] 骆晨钟,邵惠鹤.采用混沌变异的进化算法[J].*控制与决策*, 2000, 15(5): 557 - 560.
(LUO Chenzhong, SHAO Huihe. Evolutionary algorithms with chaotic mutations [J]. *Control and Decision*, 2000, 15(5): 557 - 560.)
- [6] 巩敦卫,潘凤萍,许世范.一种自适应定向变异遗传算法的研究[C]//*Proc of the Fourth World Congress on Intelligent Control and Automation*.上海:华东理工大学出版社,2002:2258 - 2261.
(GONG Dunwei, PAN Fengping, XU Shifan. Research on an adaptive directional mutation genetic algorithm [C] // *Proc of the Fourth World Congress on Intelligent Control and Automation*. Shanghai: East China University of Science and Technology Press, 2002: 2258 - 2261.)

(下转第 793 页)

特殊性决定的。

参考文献(References):

- [1] LIBERZON D, MORSE A S. Basic problems in stability and design of switched systems [J]. *IEEE Control System Magazine*, 1999, 19(1):59-70.
- [2] DECARLO R A, BRANICKY M S, PETTERSSON S, et al. Perspectives and results on the stability and stabilizability of hybrid system [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2000, 88(7):1069-1082.
- [3] SHORTER R, NARENDRA K S, MASON O. A result on common quadratic Lyapunov functions [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(1):110-113.
- [4] HU B, ZHAI G, MICHE A N. Common quadratic Lyapunov-like functions with associated switching regions for two unstable second-order LTI systems [J]. *Int J Control*, 2002, 75(14):1127-1135.

- [5] BRANICKY M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(4):475-482.
- [6] ZHAI G, LIN H, ANTSAKLIS P. Quadratic stabilizability of switched linear systems with polytopic uncertainties [J]. *Int J Control*, 2003, 76(7):747-753.
- [7] SKAFIDAS E, EVANS R J, SAVKIN A V, et al. Stability results for switched controller systems [J]. *Automatica*, 1999, 35(4):553-564.

作者简介:

孙文安 (1956—),男,东北大学博士研究生,大连大学教授,主要研究方向为混合系统、切换系统的稳定性研究, E-mail: sunwenan@tom.com;

赵军 (1957—),男,教授,博士生导师,中国自动化学会控制理论委员会委员,主要研究方向为混杂系统、非线性控制和鲁棒控制。

(上接第782页)

- [7] GONG Dunwei, Sun Xiaoyan. Research on a novel adaptive genetic algorithm [C]// *Proc of the 7th IEEE International Symposium on Industrial Electronics*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2002:357-360.
- [8] 周明,孙树栋.遗传算法原理及应用[M].北京:国防工业出版社,1999.
(ZHOU Ming, SUN Shudong. *Theory and Application of Genetic Algorithm* [M]. Beijing: The National Defence Industry Press, 1999.)

作者简介:

巩敦卫 (1970—),男,教授,博士生导师,主要研究领域为进化计算和智能控制, E-mail: dwgong@vip.163.com;

孙晓燕 (1978—),女,中国矿业大学博士研究生,主要研究领域为进化计算和网络计算, E-mail: xysun78@188.com.

(上接第789页)

- [2] HALE J K. *Theory of Functional Differential Equations* [M]. New York: Springer-Verlag, 1977:131-132.
- [3] CLARKSON I, GOODALL D. On the stabilizability of imperfectly known nonlinear delay systems of neutral type [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(12):2326-2332.
- [4] FIAGBEDZI Y. A Feedback stabilization of neutral systems via the transformation technique [J]. *Int J of Control*, 1994, 59(6):1579-1589.
- [5] XIE L. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty [J]. *Int J of Control*, 1996, 63(4):741-750.
- [6] PARK J H, WON R. Stability analysis for neutral delay-differential systems [J]. *J of Franklin Institute*, 2000, 337(1):1-9.
- [7] HAN Q L. Robust stability of uncertain delay-differential systems of neutral type [J]. *Automatica*, 2002, 38(4):719-723.
- [8] XU S Y, LAM J, YANG C W. H_∞ and positive-real control for linear neutral delay systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(8):1321-1326.
- [9] MAHMOUD M S. Robust H_∞ control of linear neutral systems [J]. *Automatica*, 2000, 36(5):757-764.
- [10] WANG Z, LAM J, BURNHAM K J. Stability analysis and observer

design for neutral delay systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 47(3):478-483.

- [11] KOLMANOVSKII V, MYSHKIS A. *Applied Theory of Functional Differential Equations* [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1992:129-130.

- [12] BOYD S, GHAOUI L, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory* [M]. Philadelphia, PA: SIAM, 1994:28-32.

作者简介:

张友 (1971—),男,现在东北大学信息学院做博士后研究,主要研究领域为时滞系统的稳定性分析与综合及随机控制, E-mail: zhangyo97@nenu.edu.cn;

翟丁 (1970—),男,讲师,现在东北大学博士后研究,主要研究领域为大系统的分散控制与鲁棒控制, E-mail: zhalding@etang.com;

刘满 (1964—),男,博士,副教授,主要研究方向为复杂系统的控制理论、模糊控制;

张嗣瀛 (1925—),男,中国科学院院士,教授,博士生导师,从事复杂控制系统、微分对策等研究。