

文章编号: 1000-8152(2005)06-0849-06

基于小波变换的二阶线性分布参数系统预测控制

丁斗章¹, 顾幸生²

(1. 上海电机学院 电气工程系, 上海 200240; 2. 华东理工大学 自动化研究所, 上海 200237)

摘要: 分布参数系统由于其复杂性, 控制系统设计一直是控制理论的难点. 寻求解决分布参数系统控制的新思路, 本文提出了基于正交小波变换的线性离散时间分布参数系统预测控制概念, 应用正交小波变换将二阶线性分布参数系统预测控制命题变换为集总参数系统预测控制问题, 并设计预测控制器, 将控制律进行反演获得原系统的具有分布特性的控制律. 仿真研究表明, 本文提出的分布参数系统预测控制算法取得了理想的控制效果, 对系统模型失配和扰动具有较好的鲁棒性, 验证了算法的有效性.

关键词: 预测控制; 分布参数系统; 正交小波变换; 仿真研究

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Predictive control of second-order linear distributed parameter systems based on wavelets transformation

DING Dou-zhang¹, GU Xing-sheng²

(1. Department of Electrical Engineering, Shanghai Dianji University, Shanghai 200240, China;

2. Research Institute of Automation, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China)

Abstract: Because of the complexity of distributed parameter system, control system design is the difficult topic of control theory. Seeking the new idea to control of distributed parameter system, predictive control algorithm of linear time-discrete distributed parameter system based on orthogonal wavelets transformation is proposed. The predictive control proposition of second-order linear distributed parameter system is then transformed into predictive control issue of lumped parameter system in Haar wavelets transformation. The predictive controller is also designed for the input returning to the control rule having distributed characteristic of original system. Simulation studies demonstrate ideal control effect of predictive control algorithm of distributed parameter system, and show good robust property when model deviates from normal condition and when disturbance occurs to the system. The results have verified the algorithm.

Key words: predictive control; distributed parameter system; orthogonal wavelets transformation; simulation study

1 引言(Introduction)

由于分布参数系统 DPS (Distributed Parameter System) 存在着各种不可测量的干扰和不确定性以及自身的复杂性, 很难求得系统方程的解析解, 因而要建立一个系统的精确模型是一件很困难的事情. 有学者已经对分布参数系统进行了多方面的研究^[1-3]. 采用正交函数逼近变换可以对分布参数系统进行简化, 使其成为集总参数模型. 由此, 将预测控制的概念引入分布参数系统的控制, 可得到新的控制方法, 从而使分布参数系统输出的在线预测控制成为可能. 预测控制是一种计算机控制技术, 具有在线预测、滚动优化和反馈校正的特点, 采用正交小波变换对分布参数系统进行逼近并实现预测控制可

减少在线计算量, 使应用于分布参数系统的预测控制算法简单有效.

2 Haar 小波简介^[4-6] (Brief introduction of Haar wavelets)

自动控制的理论和实践与信号分析和处理紧密相关. 小波分析是一种新的函数逼近工具, 小波可作为函数空间的基, 从而实现这些空间中的函数逼近. Haar 函数本身虽不连续, 但它的数学结构十分简单, 并且是当前已知的能显式表示的正交小波基函数. 小波分析同时具有理论深刻和应用广泛的双重意义. 其应用领域包括数学领域本身和信号分析、图像处理、量子力学、生物医学工程、语音识别、数据压缩与处理、边缘检测、故障诊断等许多方面. 小波分

析作为一种新的数学工具在自动控制领域得到越来越多的应用。

3 离散时间分布参数系统的预测控制算法 (Predictive control algorithm of time-discrete DPS)

考虑如下线性分布参数系统

$$x(k+1, z) = \nabla_z x(k, z) + B(k, z)u(k, z), \quad z \in \Omega.$$

$$\text{初始条件: } x(0, z) = x_0(z);$$

$$\text{边界条件: } \Gamma_\xi x(k+1, \xi) = 0, \quad \xi \in \partial\Omega.$$

这里: $x(k, z)$ 为系统的状态, $u(k, z)$ 为系统的控制, $\nabla_z = a_2(z) \frac{\partial^2}{\partial z^2} + a_1(z) \frac{\partial}{\partial z} + a_0(z)$ 为线性偏微分算子, Γ_ξ 为线性边界偏微分算子, $B(k, z)$ 为输入分布函数, Ω 为开集, 即 $\Omega = (a, b)$, $\partial\Omega$ 为 Ω 的边界, $\partial\Omega = \{a, b\}$.

模型输出的预测为 $y_m(k) = H[x_m(k, z_1), x_m(k, z_2), \dots, x_m(k, z_\mu)]^T$.

将系统模型进行正交小波逼近变换, 设经逼近的系统

$$\begin{cases} \hat{x}_m(k+1) = \bar{A}(k)\hat{x}_m(k) + \bar{B}(k)\hat{u}(k) + v(k), \\ \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \end{cases} \quad (1)$$

成为了集总参数系统而不再含有分布变量 z . 其中: $\hat{x}_m(k)$ 为逼近系统的状态, 即为 $x(k, z)$ 的 Haar 正交小波逼近展开系数向量, $v(k)$ 为与边界条件有关的函数, $\bar{A}(k)$, $\bar{B}(k)$ 为逼近系统的参数矩阵(参见本文公式(7)和(8)), 它们与偏微分算子 ∇_z , $B(k, z)$ 等有关.

由上式可知系统状态的第 j 步预测

$$\begin{aligned} \hat{x}_m(k+j/k) = & \Psi(k+j, k)\hat{x}_m(k) + \\ & \sum_{l=k}^{k+j-1} \Psi(k+j, l+1)[\bar{B}(l)\hat{u}(l) + v(l)]. \end{aligned}$$

式中 $\Psi(k, l)$ 为状态转移矩阵, 这样, 模型输出的预测可表示为

$$y_m(k+j/k) = H \cdot [I_\mu \otimes \hat{x}_m^T(k+j/k)]\bar{\Phi}(z). \quad (2)$$

此处, $H \in \mathbb{R}^{\nu \times \mu}$ 是观测矩阵, $\bar{\Phi}(z)$ 是正交小波函数基.

设预测长度为 P , 控制长度为 M ($M < P$), 即 $\hat{u}(k+M) = \hat{u}(k+M+1) = \dots = \hat{u}(k+P) = 0$.

由式(2), 当 $j = 1$ 时,

$$\begin{aligned} \hat{x}_m(k+1/k) = & \Psi(k+1, k)\hat{x}_m(k) + \Psi(k+1, k+1)\bar{B}(k)\hat{u}(k) + \\ & \Psi(k+1, k+1)v(k); \end{aligned}$$

$$\Psi(k+1, k+1)v(k);$$

当 $j = 2$ 时,

$$\begin{aligned} \hat{x}_m(k+2/k) = & \Psi(k+2, k)\hat{x}_m(k) + \Psi(k+2, k+1)\bar{B}(k)\hat{u}(k) + \\ & \Psi(k+2, k+1)v(k) + \\ & \Psi(k+2, k+2)\bar{B}(k+1)\hat{u}(k+1) + \\ & \Psi(k+2, k+2)v(k+1); \end{aligned}$$

...

当 $j = M$ 时,

$$\begin{aligned} \hat{x}_m(k+M/k) = & \Psi(k+M, k)\hat{x}_m(k) + \\ & \Psi(k+M, k+1)\bar{B}(k)\hat{u}(k) + \\ & \Psi(k+M, k+1)v(k) + \\ & \Psi(k+M, k+2)\bar{B}(k+1)\hat{u}(k+1) + \\ & B(k+1)\hat{u}(k+1)v(k+1) + \dots + \\ & \Psi(k+M, k+M)\bar{B}(k+M-1)\hat{u}(k+M-1) + \\ & \Psi(k+M, k+M)v(k+M-1); \end{aligned}$$

...

当 $j = P$ 时,

$$\begin{aligned} \hat{x}_m(k+P/k) = & \Psi(k+P, k)\hat{x}_m(k) + \Psi(k+P, k+1)\bar{B}(k)\hat{u}(k) + \\ & \Psi(k+P, k+1)v(k) + \\ & \Psi(k+P, k+2)\bar{B}(k+1)\hat{u}(k+1) + \\ & \Psi(k+P, k+2)v(k+1) + \dots + \\ & \Psi(k+P, k+M)\bar{B}(k+M-1)\hat{u}(k+M-1) + \\ & \Psi(k+P, k+M)v(k+M-1) + \\ & \Psi(k+P, k+M+1)v(k+M) + \dots + \\ & \Psi(k+P, k+P)v(k+P-1). \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned} F_1(k+1) &= [\Psi(k+1, k+1)\bar{B}(k), 0, \dots, 0], \\ F_2(k+2) &= [\Psi(k+2, k+1)\bar{B}(k), \\ & \Psi(k+2, k+2)\bar{B}(k+1), 0, \dots, 0], \end{aligned}$$

:

$$\begin{aligned} F_M(k+M) &= [\Psi(k+M, k+1)\bar{B}(k), \Psi(k+M, k+2)\bar{B}(k+1), \dots, \\ & \Psi(k+M, k+M)\bar{B}(k+M-1), 0, \dots, 0], \end{aligned}$$

:

$$\begin{aligned} F_P(k+P) &= [\Psi(k+P, k+1)\bar{B}(k), \Psi(k+P, k+2)\bar{B}(k+1), \dots, \\ & \Psi(k+P, k+M)\bar{B}(k+M-1), 0, \dots, 0], \end{aligned}$$

$$u_p(k) = [\hat{u}^T(k), \hat{u}^T(k+1), \dots,$$

$$\hat{u}^T(k+M-1), 0, \dots, 0]^T \quad (P \text{ 个元素}).$$

将前述模型状态写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_m(k+1/k) \\ \hat{x}_m(k+2/k) \\ \dots \\ \hat{x}_m(k+M/k) \\ \dots \\ \hat{x}_m(k+P/k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi(k+1, k)\hat{x}_m(k) \\ \Psi(k+2, k)\hat{x}_m(k) \\ \dots \\ \Psi(k+M, k)\hat{x}_m(k) \\ \dots \\ \Psi(k+P, k)\hat{x}_m(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{l=k}^k \Psi(k+1, l+1)v(l) \\ \sum_{l=k}^{k+1} \Psi(k+2, l+1)v(l) \\ \dots \\ \sum_{l=k}^{k+M-1} \Psi(k+M, l+1)v(l) \\ \dots \\ \sum_{l=k}^{k+P-1} \Psi(k+P, l+1)v(l) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1(k+1) \\ F_2(k+2) \\ \dots \\ F_M(k+M) \\ \dots \\ F_P(k+P) \end{bmatrix} u_p(k) =$$

$$\tilde{\Psi}\hat{x}_m(k) + Fu_p(k) + V.$$

式中 $\tilde{\Psi}, F, V$ 均为矩阵:

$$\tilde{\Psi} = \begin{bmatrix} \Psi(k+1, k) \\ \Psi(k+2, k) \\ \dots \\ \Psi(k+M, k) \\ \dots \\ \Psi(k+P, k) \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} F_1(k+1) \\ F_2(k+2) \\ \dots \\ F_M(k+M) \\ \dots \\ F_P(k+P) \end{bmatrix},$$

$$V = \begin{bmatrix} \sum_{l=k}^k \Psi(k+1, l+1)v(l) \\ \sum_{l=k}^{k+1} \Psi(k+2, l+1)v(l) \\ \dots \\ \sum_{l=k}^{k+M-1} \Psi(k+M, l+1)v(l) \\ \dots \\ \sum_{l=k}^{k+P-1} \Psi(k+P, l+1)v(l) \end{bmatrix}.$$

由此,模型输出预测可进一步写成

$$\begin{aligned} y_m(k+j/k) &= H \begin{bmatrix} \bar{\Phi}^T(z_1)\hat{x}_m(k+j/k) \\ \bar{\Phi}^T(z_2)\hat{x}_m(k+j/k) \\ \dots \\ \bar{\Phi}^T(z_\mu)\hat{x}_m(k+j/k) \end{bmatrix} \\ &= H \begin{bmatrix} \bar{\Phi}^T(z_1) \\ \bar{\Phi}^T(z_2) \\ \dots \\ \bar{\Phi}^T(z_\mu) \end{bmatrix} \hat{x}_m(k+j/k) = \\ &= H\Phi_\mu \hat{x}_m(k+j/k). \end{aligned}$$

模型 P 步预测矩阵

$$Y_m = H\Phi_\mu \{ \tilde{\Psi}\hat{x}_m(k) + Fu_p(k) + V \} = H\Phi_\mu \tilde{\Psi}\hat{x}_m(k) + H\Phi_\mu Fu_p(k) + H\Phi_\mu V.$$

F, V 为与 $\bar{A}(k), \bar{B}(k)$ 有关的矩阵,如果令 Y_p 为实际系统的 P 步预测矩阵,则实际系统的输出预测方程为

$$\begin{aligned} Y_p &= Y_m + \bar{I}[y(k) - y_m(k)] = \\ &= H\Phi_\mu [\tilde{\Psi}\hat{x}_m(k) + Fu_p(k) + V] + \\ &= \bar{I}[y(k) - y_m(k)] = \\ &= H\Phi_\mu [\tilde{\Psi}\hat{x}_m(k) + Fu_p(k) + V] + \\ &= \bar{I}[y(k) - H\Phi_\mu \hat{x}_m(k)]. \end{aligned}$$

取目标函数

$$J = \| Y_p - Y_r \|_Q^2 + \| u_p(k) \|_R^2.$$

式中: $Q = \text{blockdiag}(Q_1, Q_2, \dots, Q_p)$ 为误差权矩阵, $R = \text{blockdiag}(R_0, R_1, \dots, R_{M-1})$ 为控制权矩阵, Y_r 为参考轨迹矩阵.这样,按目标函数最小化,系统的预测控制问题归结为如下滚动优化问题:

$$\begin{cases} \min_{u(k)} J = \| Y_p - Y_r \|_Q^2 + \| u_p(k) \|_R^2 \\ \text{s. t. } Y_p = H\Phi_\mu [\tilde{\Psi}\hat{x}_m(k) + Fu(k) + V] + \\ \quad \bar{I}[y(k) - H\Phi_\mu \hat{x}_m(k)], \\ k = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

此处, $\tilde{\Psi}, F, V$ 为与 k 有关的矩阵.如果 ∇_z 为时不变的偏微分算子,则 $\tilde{\Psi}, F$ 为常数矩阵.

对上述优化问题进行求解,可以得到

$$\begin{aligned} u^*(k) &= - [R + F^T \Phi_\mu^T H^T Q H \Phi_\mu F]^{-1} F^T \Phi_\mu^T H^T Q \cdot \\ &\quad \{ H\Phi_\mu \tilde{\Psi}\hat{x}_m(k) + H\Phi_\mu V + \\ &\quad \bar{I}[y(k) - H\Phi_\mu \hat{x}_m(k)] - Y_r \}. \end{aligned}$$

令

$$K = [R + F^T \Phi_\mu^T H^T Q H \Phi_\mu F]^{-1} F^T \Phi_\mu^T H^T Q,$$

则

$$u^*(k) = -K\{H\Phi_\mu \tilde{\Psi} \hat{x}_m(k) + H\Phi_\mu V + I[y(k) - H\Phi_\mu \hat{x}_m(k)] - Y_r\}. \quad (3)$$

按该式计算出来的未来 M 步控制量,只执行其中第一个控制量 $u_1^*(k)$,下一步的控制量再按式(3)递推一步重新计算.在每步的滚动优化过程中预测系统的 P 步输出,但只实施一步控制作用,即

$$u_1^*(k) = [1, 0, \dots, 0] u^*(k),$$

并将 $u_1^*(k)$ 反演为 $u_1^*(k, z) \approx u_1^{*T}(k) \Phi(z)$.到了下一时刻,重新启动上述算法,计算新的 $u^*(k)$ 和 $u_1^*(k)$.这样,每步控制都是闭环控制,能够改善控制系统性能,增强克服不确定性因素影响的鲁棒性.

4 二阶线性分布参数系统的小波逼近 (Wavelets approximation of 2nd-order linear DPS)

设系统经过正交小波变换逼近为式(1)的离散模型,下面采用 Haar 正交小波对二阶线性分布参数系统进行逼近.考虑二阶系统

$$x(k+1, z) = a_2(z) \frac{\partial^2 x(k, z)}{\partial z^2} + a_1(z) \frac{\partial x(k, z)}{\partial z} + a_0(z)x(k, z) + b(z)u(k, z), \quad z \in [0, 1]. \quad (4)$$

$$\text{初始条件: } x(0, z) = f(z); \quad (5)$$

$$\text{边界条件: } \begin{cases} x(k, 0) = g_1(k), \\ \left. \frac{\partial x(k, z)}{\partial z} \right|_{z=0} = g_2(k). \end{cases} \quad (6)$$

对上述系统的各变量和系数进行小波逼近:

$$x(k, z) \approx \hat{x}^T(k) \Phi(z),$$

$$u(k, z) \approx \hat{u}^T(k) \Phi(z),$$

$$a_i(z) \approx \hat{a}_i^T \Phi(z), \quad i = 0, 1, 2,$$

$$b(z) \approx \hat{b}^T \Phi(z),$$

$$x(0, z) = f(z) \approx \hat{f}^T \Phi(z),$$

$$x(k, 0) = g_1(k) \approx \hat{g}_1^T(k) \Phi(z) = g_1(k) \hat{e}^T \Phi(z),$$

$$a_i(0) = a_{i0} \approx \hat{a}_{i0}^T \Phi(z) = a_{i0} \hat{e}^T \Phi(z), \quad i = 0, 1, 2,$$

$$\frac{\partial a_i(z)}{\partial z} = a_{i1}(z) \approx \hat{a}_{i1}^T \Phi(z), \quad i = 1, 2,$$

$$\left. \frac{\partial x(k, z)}{\partial z} \right|_{z=0} = g_2(k) \approx \hat{g}_2^T(k) \Phi(z) =$$

$$g_2(k) \hat{e}^T \Phi(z),$$

$$\frac{\partial^2 a_2(z)}{\partial z^2} = a_{22}(z) \approx \hat{a}_{22}^T \Phi(z),$$

$$\left. \frac{\partial a_2(z)}{\partial z} \right|_{z=0} = a_{210} \approx \hat{a}_{210}^T \Phi(z) = a_{210} \hat{e}^T \Phi(z),$$

$$\hat{e} = [1, 0, \dots, 0]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}.$$

将原系统两边同时对 z 从 0 到 z 进行两重积分:

$$\int_0^z \int_0^z x(k+1, z) dz dz = \int_0^z \int_0^z a_2(z) \frac{\partial^2 x(k, z)}{\partial z^2} dz dz + \int_0^z \int_0^z a_1(z) \frac{\partial x(k, z)}{\partial z} dz dz + \int_0^z \int_0^z a_0(z) x(k, z) dz dz + \int_0^z \int_0^z b(z) u(k, z) dz dz.$$

按小波逼近变换方法可得

$$\begin{aligned} \hat{x}^T(k+1) P^2 \Phi(z) = & \hat{x}^T(k) \bar{a}_2 \Phi(z) - g_1(k) \hat{e}^T \bar{a}_{20} \Phi(z) - \\ & \hat{x}^T(k) \bar{a}_{21} P \Phi(z) - g_2(k) \hat{e}^T \bar{a}_{20} P \Phi(z) - \\ & \hat{x}^T(k) \bar{a}_{21} P \Phi(z) + g_1(k) \hat{e}^T \bar{a}_{210} P \Phi(z) + \\ & \hat{x}^T(k) \bar{a}_{22} P^2 \Phi(z) + \hat{x}^T(k) \bar{a}_1 P \Phi(z) - \\ & g_1(k) \hat{e}^T \bar{a}_{10} P \Phi(z) - \hat{x}^T(k) \bar{a}_{11} P^2 \Phi(z) + \\ & \hat{x}^T(k) \bar{a}_0 P^2 \Phi(z) + \hat{u}^T(k) \bar{b} P^2 \Phi(z). \end{aligned}$$

两边同时约去 $\Phi(z)$, 并进行转置, 再两边同时左乘 $(P^2)^{-T}$, 经整理得到

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) = & [(P^2)^{-T} \bar{a}_2^T - P^{-T} \bar{a}_{21}^T - P^{-T} \bar{a}_{21}^T + \bar{a}_{22}^T + \\ & P^{-T} \bar{a}_1^T - \bar{a}_{11}^T + \bar{a}_0^T] \hat{x}(k) + \bar{b}^T u(k) - \\ & (P^2)^{-T} \bar{a}_{20}^T g_1(k) \hat{e} - P^{-T} \bar{a}_{20}^T g_2(k) \hat{e} + \\ & P^{-T} \bar{a}_{210}^T g_1(k) \hat{e} - P^{-T} \bar{a}_{10}^T g_1(k) \hat{e}. \end{aligned}$$

$$\text{初始条件: } \hat{x}(0) = \hat{f} = \hat{x}_0;$$

$$\text{边界条件: } \begin{cases} \hat{x}(k, 0) = g_1(k) \hat{e}^T, \\ \left. \frac{\partial \hat{x}(k, z)}{\partial z} \right|_{z=0} = g_2(k) \hat{e}^T. \end{cases}$$

对应式(1)的逼近模型,可以得到

$$\bar{A}(k) = (P^2)^{-T} \bar{a}_2^T - P^{-T} \bar{a}_{21}^T - P^{-T} \bar{a}_{21}^T + \bar{a}_{22}^T + P^{-T} \bar{a}_1^T - \bar{a}_{11}^T + \bar{a}_0^T, \quad (7)$$

$$\bar{B}(k) = \bar{b}^T, \quad (8)$$

$$v(k) = - (P^2)^{-T} \bar{a}_{20}^T g_1(k) \hat{e} - P^{-T} \bar{a}_{20}^T g_2(k) \hat{e} + P^{-T} \bar{a}_{210}^T g_1(k) \hat{e} - P^{-T} \bar{a}_{10}^T g_1(k) \hat{e}.$$

此处 $\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_{10}, \bar{a}_{11}, \bar{b}, \bar{a}_2, \bar{a}_{20}, \bar{a}_{21}, \bar{a}_{22}, \bar{a}_{210}$ 分别为对应逼近系数 $a_0, a_1, a_{10}, a_{11}, b, a_2, a_{20}, a_{21}, a_{22}, a_{210}$ 的乘积运算矩阵(该矩阵的定义见参考文献[5]). P 为 Haar 乘积矩阵[7].

5 二阶线性分布参数系统预测控制仿真研究 (Predictive control simulation of 2nd-order linear DPS)

5.1 预测控制仿真研究 (Simulation of predictive control)

考虑式(4)~(6)的二阶系统, 设下列参数:

$$f(z) = z(z - 1), g_1(k) = 0, g_2(k) = 0,$$

$$a_0 = 0.9z - 0.1, a_1 = -0.028\sin z,$$

$$a_2 = 0.00056z, b(z) = 1.2z + 0.1.$$

取 $m = 16$ 的 Haar 小波基,取预测步长 $P = 10$,控制步长 $M = 5$,可得仿真结果如图 1 所示.

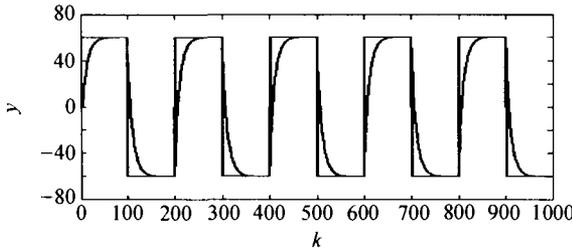


图 1 $C = 60, Q = 100, R = 1, \alpha = 0.7, z = 0.6$ 时的输出
Fig. 1 Output waveform as $C = 60, Q = 100, R = 1,$
 $\alpha = 0.7, z = 0.6$

取不同 α 值,可得目标函数 J 值如表 1.在上述系统参数下, α 的优化点在 0.72 左右. α 越大,速度就越慢; α 越小,速度就越快. α 是控制算法中的一个重要参数.

表 1 不同 α 时目标函数 J 值

Table 1 Objective function value J for different α

α	0.3	0.5	0.6	0.7
J	656.6027	656.2661	655.7785	654.4407
α	0.72	0.75	0.8	
J	654.1393	657.3827	1030.3	

5.2 模型失配情况下的仿真研究 (Simulation when model deviates)

由于分布参数系统的复杂性,实际过程中系统参数可能会发生变化,导致系统模型失配,而系统在这种情况下仍能保持正常工作的性能代表了系统的鲁棒性.设参数变化为

$$f(z) = z(z - 1), g_1(k) = 0,$$

$$g_2(k) = 0, a_0(z) = 0.95z - 0.1,$$

即 $\Delta a_0(z) = 0.05z, a_1(z) = -0.030\sin z,$

即 $\Delta a_1(z) = -0.002\sin z, a_2(z) = 0.0006z,$

即 $\Delta a_2(z) = 0.00004z, b(z) = 1.3z + 0.1,$

即 $\Delta b(z) = 0.1z.$

取 $m = 16$ 的 Haar 小波基,取预测步长 $P = 10$,控制步长 $M = 5$,对算法进行仿真,可得结果如图 2 所示,表明控制算法在模型失配情况下仍可实现较好的预测控制.

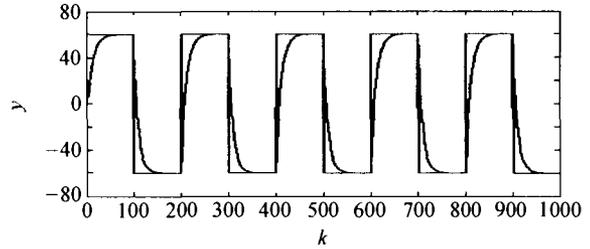


图 2 $C = 60, Q = 100, R = 1, \alpha = 0.7, z = 0.6$
模型失配时的输出波形

Fig. 2 Output waveform when model deviates as $C = 60,$
 $Q = 100, R = 1, \alpha = 0.7, z = 0.6$

5.3 扰动干扰下的仿真研究 (Simulation when disturbance occurs)

通常分布参数系统存在各种扰动影响系统的正常工作,设系统参数:

$$f(z) = z(z - 1), g_1(k) = 0, g_2(k) = 0,$$

$$a_0(z) = 0.9z - 0.1, a_1(z) = -0.028\sin z,$$

$$a_2(z) = 0.00056z, b(z) = 1.2z + 0.1.$$

设 $k = 400$ 时开始对输出加入阶跃扰动 $y_d(k) = 1$,取 $m = 16$ 的 Haar 小波基,取预测步长 $P = 10$,控制步长 $M = 5$,对算法进行仿真,可得结果如图 3 所示.表明当系统输出存在扰动时,输出偏离期望值.

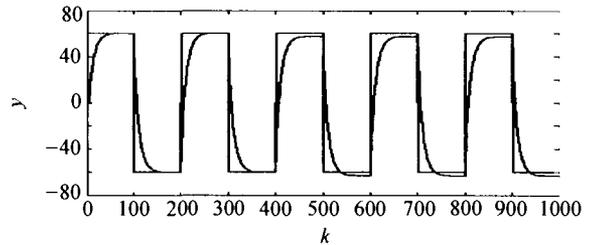


图 3 $C = 60, Q = 100, R = 1, \alpha = 0.7, z = 0.6$
时扰动下的输出波形

Fig. 3 Output waveform when disturbance occurs as $C = 60,$
 $Q = 100, R = 1, \alpha = 0.7, z = 0.6$

6 结束语 (Conclusion)

本文提出了离散时间分布参数系统的预测控制算法,基于正交函数逼近理论,通过小波变换,对二阶线性分布参数系统进行了小波逼近.应用小波分析,在分布参数系统的控制方面找到了一条新的途径,仿真示例说明了控制算法的有效性.

参考文献 (References):

[1] 顾幸生. 分布参数系统正交函数逼近研究 [D]. 上海: 华东理工大学, 1993.
(GU Xingsheng. Research on distributed parameter system in orthogonal function approximation [D]. Shanghai: East China University of Science and Technology, 1993.)

- [2] CHRISTOPHER B I. Output regulation for linear distributed parameter systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(12): 2236 - 2251.
- [3] YOON J K, TILBURY D M, SOPARKAR N R. A design methodology for distributed control systems to optimize performance in the presence of time delays [J]. *Int J Control*, 2001, 74(1): 58 - 76.
- [4] 崔景泰. 小波分析导论[M]. 程正兴, 译. 西安: 西安交通大学出版社, 1995.
(CUI Jingtai. *Guide of Wavelets Analysis* [M]. Translated by CHENG Zhengxing. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1995.)
- [5] 高桂革, 顾幸生. 基于小波变换的线性定常分布参数系统最优逼近控制[J]. 控制理论与应用, 2001, 18(增刊): 106 - 110.
(GAO Guige, GU Xingsheng. Optimal approximation control of linear parameter-constant distributed parameter system based on wavelets transform [J]. *Control Theory & Applications*, 2001, 18(Suppl.): 106 - 110.)
- [6] 赵松年, 熊小芸. 子波变换与子波分析[M]. 北京: 电子工业出版社, 1997.
(ZHAO Songnian, XIONG Xiaoyun. *Wavelets Transform and Analysis* [M]. Beijing: Electronic Industry Press, 1997.)
- [7] GU Jinsheng, JIANG Weisun. The Haar wavelets operational matrix of integration [J]. *Int J of Systems Science*, 1996, 27(7): 623 - 628.

作者简介:

丁斗章 (1963—), 男, 上海电机学院副教授, 1982年毕业于上海电机制造学校留校任教, 2003年6月研究生毕业于华东理工大学控制理论与控制工程专业, 主要研究领域为分布参数系统、预测控制和工业自动化, E-mail: dingdz@citiz.net;

顾幸生 (1960—), 男, 博士, 华东理工大学教授, 博士生导师, 在国内外学术刊物上发表学术论文100多篇, 主要研究方向为控制理论与应用、生产计划与调度、工业过程建模、控制与优化、故障检测与诊断、分布参数控制系统等, E-mail: xsgu@ecust.edu.cn.