文章编号:1000-8152(2005)06-0931-08

## 电液伺服系统的多滑模鲁棒自适应控制

### 管 成1,朱善安2

(1.浙江大学 机械与能源工程学院,浙江 杭州 310027; 2.浙江大学 电气工程学院,浙江 杭州 310027)

摘要:针对一类参数与外负载非匹配不确定的非线性高阶系统,提出了一种基于逐步递推方法的多滑模鲁棒 自适应控制策略.应用逐步递推的多滑模控制方法简化了高阶系统的控制问题,同时在自适应控制中加入鲁棒控 制的方法,以消除不确定性对控制性能的影响.首先利用逐步递推方法与状态反馈精确线性化理论,得出确定系统 的多滑模控制器设计方法;然后基于 Lyapunov 稳定性分析方法,给出不确定系统的参数自适应律,及鲁棒自适应控 制器的设计方法.本文把该控制策略应用到电液伺服系统的位置跟踪控制中,仿真结果显示,该控制方法具有较强 的鲁棒性及良好的跟踪效果.

关键词:高阶非线性系统;多滑模控制;鲁棒自适应控制;电液伺服系统;位置跟踪控制 中图分类号:TP271 **文献标识码**:A

## Multiple sliding mode robust adaptive control of an electro-hydraulic servo system

GUAN Cheng<sup>1</sup>, ZHU Shan-an<sup>2</sup>

(1. College of Mechanical and Energy Engineering, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China;

2. College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China)

Abstract: A multiple sliding mode robust adaptive control strategy is proposed for a class of higher-order nonlinear systems with mismatched uncertain parameters and external load. Recursive technique is used to simplify the control problem of higher-order system. A robust adaptation scheme was used to reduce the tracking error resulted from system uncertainties. First, the recursive technique and state feedback precise linearization scheme is used to obtain the design method of multiple sliding mode controller of a given system. Next, the system-parameter-update law and robust adaptive controller of an uncertain system are presented based on Lyapunov scheme. The proposed method is applied to a position tracking control of electro-hydraulic servo system. The simulation shows that the control approach has good robustness and improves position tracking accuracy considerably.

Key words: higher-order nonlinear system; multiple sliding mode control; robust adaptive control; electro-hydraulic servo system; position tracking control

### 1 前言(Introduction)

液压系统因具有响应快,功率体积比大等优点, 获得了广泛的应用.但液压系统具有很强的非线性 特性,并且系统中很多参数具有不确定性.这些问题 给控制系统的设计带来了很大的困难.传统的控制 方法一般是在工作点处对系统进行近似线性化处 理,然后应用线性控制理论进行控制器的设计.但是 在液压系统中工作点一般不是固定的,尤其是在外 负载变化较大的情况下.这样通过近似线性化处理 的系统模型就存在较大的误差,使控制性能下降. 为此,近来一些学者采用了状态反馈精确线性化的 控制方法<sup>[1,2]</sup>.由于滑模变结构控制算法简单,抗干 扰性能好,所以滑模控制与状态反馈精确线性化控 液压控制系统中也得到了广泛的应用<sup>[3~5]</sup>.但对高 阶系统来说,滑模控制器的设计仍然较为复杂,且滑 模变结构控制要求不确定性满足匹配条件<sup>[6]</sup>,然而 液压系统的不确定性往往是非匹配的,且系统阶次 较高.针对这些特点,文献[7,8]等在液压控制领域 引入虚拟控制量的概念,采用了基于 Backstepping<sup>[9,10]</sup>的自适应控制方法,但从一定意义上来说, 该方法的各虚拟控制量之间是相互耦合的,这样给 系统的分析带来了一定的困难.为此本文基于类似 Backstepping的逐步递推方法,设计了一种各虚拟控 制量之间相互解藕的多滑模鲁棒自适应控制器,进 行电液伺服系统的跟踪控制.

制相结合的控制方法得到了国内外的普遍重视,在

(4)

2 多滑模鲁棒自适应控制器设计(Multiple sliding mode robust adaptive controller design)

考虑— n 阶 SISO 非线性系统  

$$\begin{cases}
\dot{x}_i = \theta_i f_i(x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_i) + \varphi_i g_i(x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_i) x_{i+1}, \\
\dot{x}_n = \theta_n f_n(x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n) + \varphi_n g_n(x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n) u, \\
y = h(x_1).
\end{cases}$$
(1)

其中:  $i = 1, 2, \dots, n - 1, x \in \mathbb{R}^n$  为可测状态变量,  $u \in \mathbb{R}$  为输入控制量,  $y \in \mathbb{R}$  为系统输出;  $h(x_1) = x_1$ ,因此 h(x) 为光滑函数, 且 h(0) = 0.

**假设1**  $f_j(x) \in \mathbb{R}^n, v_j$ 为常自然数;  $g_i(x) \in \mathbb{R}(j = 1, 2, \dots, n)$ 均为已知光滑函数,且 $f_j(0) = 0$ ,  $\varphi_j g_j(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}^n; \theta_j^T \in \mathbb{R}^n, \varphi_j \in \mathbb{R}$ 为系统参数.

**假设 2** 系统的期望输出为 y<sub>d</sub>,且其 1 到 n 阶 导数均已知有界.

显然系统(1)为一非正则型非线性系统,对这种 系统,一般采用引入非线性变换的方法<sup>[6.11]</sup>,将其变 为正则型系统,然后对变换后的整个正则型系统进 行滑模变结构控制;再把得到的控制量进行反变换, 进而得到系统的实际控制量,该法计算量较大,并且 若系统为高阶系统,则其滑模面中参数矩阵的选择 较为复杂,不管用极点配置的方法或二次型优化的 方法,计算量都较大.为此,本文基于逐步递推方法, 引入虚拟控制量的概念,提出了多滑模控制算法.其 基本思想就是从最低阶微分方程开始,把原来的非 正则型系统分解成 n 个一阶子系统,分别对其进醒 滑模控制.前一子系统滑模的输出(该子系统的虚拟 控制量)为后一子系统滑模的输入(该子系统的期望 输出),使后面子系统的输出跟踪前面子系统所期望 的控制量,从而使前面子系统的输出跟踪其所期望 的输出值,这样逐步向后递推,最终得到整个系统的 控制器,并使系统输出跟踪期望的输出值.这样不仅 省去了状态变换,而且由于各子系统都为一阶系统, 计算大为简化.具体做法如下:

2.1 多滑模控制(Multiple sliding mode control)

假设系统参数  $\theta_j, \varphi_j$ 为确定的已知常数. 定义 n 个单独的滑模面为

$$s_i = x_i - x_{id}, \ i = 1, 2, \cdots, n.$$
 (2)

 $x_{1d}$ 即系统期望输出  $y_d; x_{id}$ ( $i = 2, 3, \dots, n$ )为各状态变量的期望值,也即前一子系统的虚拟控制量.由于各子系统均为一阶系统,且  $\varphi_i g_i(x) \neq 0$ ,因此各

子系统的相对阶均为1,与系统阶数一致,因此各子 系统均可完全线性化,根据状态反馈精确线性化控 制理论<sup>[11,12]</sup>,选取各子系统的虚拟控制量及系统的 实际控制量分别为

$$\begin{cases} x_{(i+1)d} = \frac{1}{\varphi_n g_i} (-\theta_i f_i + \dot{x}_{id} - k_i s_i), \quad i = 1, 2, \cdots, n-1, \\ u = \frac{1}{\varphi_n g_n} (-\theta_n f_n + \dot{x}_{nd} - k_n s_n). \end{cases}$$
(3)

从上式可以看出,每个虚拟控制量 x<sub>(i+1)d</sub>,和实际控制量 u 均分别仅由各自子系统的期望输出来决定(前一子系统的虚拟控制量),因此从一定意义上说,该控制方法是一种解耦控制.

**定理 1** 对系统(1),当满足假设 1 与假设 2,且 选取式(2)所示的 *n* 个单独的滑模面,采用式(3) 所 示的控制器,并取  $k_i = \Psi^{-1} |\varphi_i g_i| (\Psi 为常数, 且$  $<math>0 < \Psi \leq 1$ )时,系统全局渐近稳定,且输出的跟踪 误差  $e = y - y_d$ 趋于零.

**证** 对式(2)表示的各滑模沿系统(1)求导可得  $\begin{cases}
s_i = \theta_i f_i + \varphi_i g_i x_{i+1} - \dot{x}_{id}, \ i = 1, 2, \dots, n-1, \\
s_n = \theta_n f_n + \varphi_n g_n u - \dot{x}_{nd}.
\end{cases}$ 

由式(2)可知

 $x_{i+1} = s_{i+1} + x_{(i+1)d}, i = 1, 2, \dots, n-1.$ 把上式代入式(4)得

$$\begin{cases} \dot{s}_{i} = \theta_{i} f_{i} + \varphi_{i} g_{i} s_{i+1} + \varphi_{i} g_{i} x_{(i+1)d} - \dot{x}_{id}, \\ \dot{s}_{n} = \theta_{n} f_{n} + \varphi_{n} g_{n} u - \dot{x}_{nd}. \end{cases}$$
(5)

将控制器式(3)代入上式可得

$$\dot{s} = -k_i s_i + \varphi_i g_i s_{i+1} = -k_i (s_i - \frac{\varphi_i g_i}{k_i} s_{i+1}), \quad (6)$$

$$\dot{s}_n = -k_n s_n. \tag{7}$$

将  $k_i = \Psi^{-1} |\varphi_i g_i|$  代人式(6)得

$$\dot{s}_i = -k_i(s_i - \frac{\Psi\varphi_i g_i}{|\varphi_i g_i|} s_{i+1}). \tag{8}$$

由假设 1 可知  $\varphi_{i}g_{i}(x) \neq 0$ ,因此  $\phi_{i}g_{i} > 0$ 或  $\phi_{i}g_{i} < 0$ ,下面就这两种情况分别进行讨论:

1) 当  $\phi_i g_i > 0$  时,由式(8) 可知  $s_i = -k_i(s_i - \Psi s_{i+1})$ .

因为  $k_i > 0$ ,所以对于  $i = 1, 2, \dots, n - 1$ 有:当  $s_i > \Psi s_{i+1}$ 时, $s_i < 0$ ;当  $s_i < \Psi s_{i+1}$ 时, $s_i > 0$ ;因为 若  $s_{i+1}$ 有界稳定,则  $\Psi s_{i+1}$ 有界稳定,所以当  $s_{i+1}$ 有 界稳定,且 $t \rightarrow \infty$  时, $s_i \rightarrow \Psi s_{i+1}$ .

2) 当  $\phi_i g_i < 0$  时,由式(8) 可知  $s_i = -k_i [s_i - k_i]$ 

 $(-\Psi s_{i+1})].$ 

同理,对于  $i = 1, 2, \dots, n - 1,$ 当  $s_i > - \Psi s_{i+1}$ 时,  $s_i < 0$ ; 当  $s_i < - \Psi s_{i+1}$  时,  $\dot{S}_i > 0$ ; 因为若  $s_{i+1}$  有 界稳定,则 -  $\Psi s_{i+1}$  有界稳定,所以当  $s_{i+1}$  有界稳定, 且  $t \rightarrow \infty$  时,  $s_i \rightarrow - \Psi s_{i+1}$ .

综合以上两种情况可知, 当  $s_{i+1}$  有界稳定, 且  $t \rightarrow \infty$  时,  $|s_i| \rightarrow \Psi |s_{i+1}|$ , 所以  $s_i$  有界稳定.

由式(7)可得  $s_n(t) = s_n(0)\exp(-k_n t)$ . 因为  $k_n > 0, s_n(0)$  有界,所以当  $t \rightarrow \infty$  时,  $|s_n|$  稳 定且趋于零.因此由上面的论述可得到

 $|s_{n-1}| \rightarrow 0 \Rightarrow |s_{n-2}| \rightarrow 0 \cdots \Rightarrow |s_2| \rightarrow 0 \Rightarrow |s_1| \rightarrow 0.$ 即,对任意 *i* = 1,2,…,*n* 有 |s<sub>i</sub>| 稳定趋于零.

所以当  $t \rightarrow \infty$  时,  $s_1 = x_1 - x_{1d} \rightarrow 0$ ,即实际输 出与期望输出的误差  $e = \gamma - \gamma_d \rightarrow 0$ 

**注** 1 这种多滑模控制,实际上就是将一个 n 阶非线 性系统变换成 n 个一阶线性系统的控制方法,该变换存在的 条件为

1) 系统数学模型必须具有式(1)所示的形式;

2) 须满足假设1及假设2的内容.

#### 2.2 鲁棒自适应控制(Robust adaptive control)

上面给出的多滑模控制方法是在系统参数已知 的情况下得出的,如果系统参数不确定,或在系统运 行中发生变化,则所建模型与实际系统就会存在误 差,这时可通过增大各滑模增益 k<sub>i</sub> 对误差进行补 偿,但是滑模增益不能无限制地增大,因此当模型误 差较大时,跟踪精度将会降低.就本文所研究的系统 来说,系统模型结构已知,而系统参数具有不确定性 以及慢时变的特性,且不确定性为非匹配的.因此我 们在滑模控制中采用自适应方法,来实现渐近稳定 的滑模控制,用自适应律来消除系统参数的不确定 性对控制精度的影响,并结合了鲁棒控制的设计方 法,以使控制器具有较强的抗干扰特性,达到鲁棒跟 踪的目标.

**假设3** 当系统参数  $\theta_i, \varphi_i$  不确定时,  $\varphi_{iB_i}$  有界.

下面就采用逐步递推的方法进行自适应控制器 的设计.

说明:在以下各式中,  $\hat{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i$ ,  $\hat{\varphi}_i = \varphi_i - \hat{\varphi}_i$ ;  $\hat{\theta}, \hat{\varphi}$ 分别为 $\theta_i, \varphi_i$ 的估计值,  $\rho_i > 0$ 为自适应增益,  $\Gamma_i$ 为正定对角矩阵,  $k_i > 0$ 为常数, 且使  $|\varphi_i g_i| > 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

第1步 当 
$$i = 1$$
时,对式(2)沿系统(1)求导得  
 $\dot{s}_1 = \dot{x}_1 - \dot{y}_d =$   
 $\hat{\theta}_1 f_1 + \hat{\varphi}_1 g_1 x_2 - \dot{y}_d + \bar{\theta}_1 f_1 + \tilde{\varphi}_1 g_1 x_2.$  (9)

选取虚拟控制量为

$$x_{2d} = \frac{1}{\hat{\varphi}_1 g_1} (-\hat{\theta}_1 f_1 + \dot{y}_d - k_1 s_1).$$
(10)

由上式及式  $s_2 = x_2 - x_{2d}$ , 式(9)可变为  $s_1 = -k_1s_1 + \varphi_1g_1s_2 + \tilde{\theta}_1f_1 + \tilde{\varphi}_1g_1x_{2d}$ . (11)

定义 Lyapunov 函数

$$V \,=\, \frac{1}{2}\,s_1^2 \,+\, \frac{1}{2}\,\tilde{\theta}_1 \Gamma_1^{-1} \tilde{\theta}_1^{\rm T} \,+\, \frac{1}{2}\,\rho \tilde{\varphi}_1^2 \,,$$

对上式求导,并由式(11)得

$$\dot{V}_1 = -k_1 s_1^2 + \varphi_1 g_1 s_1 s_2 + \tilde{\theta}_1 (s_1 f_1 - \Gamma_1^{-1} \hat{\theta}_1^{\mathrm{T}}) +$$

$$\tilde{\varphi}_1(s_1g_1x_{2d}-\rho_i\hat{\varphi}_1).$$

选取该步的虚拟自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \omega_{11} = s_1 f_1^{\mathrm{T}} \Gamma_1^{\mathrm{T}}, \ \dot{\hat{\varphi}}_1 = \tau_{11} = \rho_1^{-1} s_1 g_1 x_{2d}.$$
(12)

由上式可得 
$$V_1 = -k_1 s_1^2 + \varphi_1 g_1 s_1 s_2$$

第2步 当
$$i = 2$$
时,对式(2)沿系统(1)求导得  
 $\dot{s}_2 = \dot{\theta}_2 f_2 + \dot{\varphi}_2 g_2 x_3 - \dot{x}_{2d} + \tilde{\theta}_2 f_2 + \tilde{\varphi}_2 g_2 x_3.$ 
(13)

由式(10)可得

$$\dot{x}_{2d} = \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_1} (\dot{\theta}_1 f_1 + \phi_1 g_1) + \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_1} (\ddot{\theta}_1 f_1 + \tilde{\phi}_1 g_1) + \frac{\partial x_{2d}}{\partial \dot{\theta}_1} \dot{\theta}_1 + \frac{\partial x_{2d}}{\partial \phi_1} \dot{\phi}_1 + \sum_{l=0}^{l} \frac{\partial x_{2d}}{\partial \gamma_d^{(l)}} \gamma_d^{(l+1)}.$$
(14)

选取虚拟控制量为

$$x_{3d} = \frac{-\hat{\theta}_2 f_2 + \hat{x}_{2d} - k_2 s_2}{\phi_2 g_2}.$$
 (15)

式中

$$\hat{x}_{2d} = \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_1} (\hat{\theta}_1 f_1 + \hat{\varphi}_1 g_1) + \frac{\partial x_{2d}}{\partial \hat{\theta}_1} \omega_{12} + \frac{\partial x_{2d}}{\partial \hat{\varphi}_1} \tau_{12} + \sum_{i=0}^{1} \frac{\partial x_{2d}}{\partial y_d^{(i)}} y_d^{(i+1)}.$$

其中 $\omega_{12}\tau_{12}$ 为该步虚拟自适应律,将在下面给出.

$$\begin{aligned} & \text{Hr}(13) \sim (15) \text{//} \text{r}(x_{3} = x_{3} - x_{3d} + 1) \\ & \hat{s}_{2} = -k_{2}s_{2} + \varphi_{2}g_{2}s_{3} + \tilde{\theta}_{2}f_{2} + \tilde{\varphi}_{2}g_{2}x_{3d} + \\ & \frac{\partial x_{2d}}{\partial \hat{\theta}_{1}}(\omega_{12} - \dot{\hat{\theta}}_{1}) + \frac{\partial x_{2d}}{\partial \varphi_{1}}(\tau_{12} - \dot{\varphi}_{1}) - \\ & \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_{1}}(\tilde{\theta}_{1}f_{1} + \tilde{\varphi}_{1}g_{1}). \end{aligned}$$
(16)

定义 Lyapunov 函数

$$\bar{\theta}_{2}(s_{2}f_{2} - \Gamma_{2}^{-1}\hat{\theta}_{2}^{T}) + \bar{\varphi}_{2}(s_{2}g_{2}x_{3d} - \rho_{2}\dot{\varphi}_{2}) + \\
\bar{\theta}_{1}(s_{1}f_{1} - \Gamma_{1}^{-1}\dot{\theta}_{1}^{T} + \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_{1}}s_{2}f_{1}) + \\
\frac{\partial x_{2d}}{\partial \hat{\theta}_{1}}(\omega_{12} - \dot{\theta}_{1}) + \bar{\varphi}_{1}(s_{1}g_{1}x_{2d} - \rho_{i}\dot{\varphi}_{1} + \\
\frac{\partial x_{2d}}{\partial x_{1}}s_{2}g_{1}) + \frac{\partial x_{2d}}{\partial \dot{\varphi}_{1}}(\tau_{12} - \dot{\varphi}_{1}).$$
(17)

选取该步虚拟自适应律为

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{1} = \omega_{12} = \omega_{11} - \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_{1}} s_{2} f_{1}^{\mathrm{T}} \Gamma_{1}^{\mathrm{T}}, \\ \dot{\varphi}_{1} = \tau_{12} = \tau_{11} - \rho_{1}^{-1} \frac{\partial x_{2d}}{\partial x_{1}} s_{2} g_{1}, \\ \dot{\theta}_{2} = \omega_{22} = s_{2} f_{2}^{\mathrm{T}} \Gamma_{2}^{\mathrm{T}}, \\ \dot{\varphi}_{2} = \tau_{22} = \rho_{2}^{-1} s_{2} g_{2} x_{3d}. \end{cases}$$
(18)

将式(18)代入式(17)得

$$\dot{V}_2 = -k_1 s_1^2 - k_2 s_2^2 + \varphi_1 g_1 s_1 s_2 + \varphi_2 g_2 s_2 s_3.$$
  
第 k 步 当 i = k 时,对式(2)沿系统(1)求导

$$\dot{s}_{k} = \hat{\theta}_{k} f_{k} + \hat{\varphi}_{k} g_{k} x_{k+1} - \dot{x}_{kd} + \tilde{\theta}_{k} f_{k} + \tilde{\varphi}_{k} g_{k} x_{k+1}.$$
(19)

式中

$$\dot{x}_{kd} = \sum_{i=1}^{k-1} \left[ \frac{\partial x_{kd}}{\partial x_i} (\hat{\theta}_i f_i + \hat{\varphi}_i g_i) + \frac{\partial x_{kd}}{\partial \hat{\theta}_i} \dot{\theta}_i + \frac{\partial x_{kd}}{\partial \hat{\varphi}_i} \dot{\varphi}_i \right] + \sum_{i=0}^{k} \frac{\partial x_{kd}}{\partial y_d^{(i)}} y_d^{(i+1)} + \sum_{i=1}^{k-1} \left[ \frac{\partial x_{kd}}{\partial x_i} (\tilde{\theta}_i f_i + \tilde{\varphi}_i g_i) \right].$$

由上式及式(19),并考虑  $s_{k+1} = x_{k+1} - x_{(k+1)d}$ ,可得  $\dot{s}_k = \hat{\theta}_k f_k + \varphi_k g_k s_{k+1} + \varphi_k g_k x_{(k+1)d} + \hat{\theta}_k f_k +$ 

$$\dot{s}_k = \theta_k f_k + \varphi_k g_k s_{k+1} + \hat{\varphi}_k g_k x_{(k+1)d} + \theta_k f_k +$$

$$\tilde{\varphi}_{k} g_{k} x_{(k+1)d} - \sum_{i=1}^{k-1} \left[ \frac{\partial x_{kd}}{\partial x_{i}} (\tilde{\theta}_{i} f_{i} + \tilde{\varphi}_{i} g_{i}) - \frac{\partial x_{kd}}{\partial \hat{\theta}_{i}} \dot{\theta}_{i} - \frac{\partial x_{kd}}{\partial \hat{\varphi}_{i}} \dot{\varphi}_{i} \right] - \sum_{i=0}^{k} \frac{\partial x_{kd}}{\partial y_{d}^{(i)}} y_{d}^{(i+1)} - \sum_{i=1}^{k-1} \left[ \frac{\partial x_{kd}}{\partial x_{i}} (\tilde{\theta}_{i} f_{i} + \tilde{\varphi}_{i} g_{i}) \right].$$
(20)

定义 Lyapunov 函数为

$$V_{k} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k} s_{i}^{2} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k} \tilde{\theta}_{i} \Gamma_{i}^{-1} \tilde{\theta}_{i}^{T} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k} \rho_{i} \tilde{\varphi}_{i}^{2}.$$
  
対上式求导可得

$$\begin{split} \dot{V}_{k} &= \\ &- \sum_{j=1}^{k-1} \left( k_{j} s_{j}^{2} + \varphi_{j} g_{j} s_{j} s_{j+1} + \tilde{\theta}_{j} s_{j} f_{j} + \tilde{\varphi}_{j} g_{j} s_{j} x_{(j+1)d} \right) \\ &\sum_{j=2}^{k-1} \left\{ \sum_{p=1}^{j-1} s_{j} \left[ \frac{\partial x_{jd}}{\partial \hat{\theta}_{p}} (\omega_{p(k-1)} - \dot{\hat{\theta}}_{p}) + \frac{\partial x_{jd}}{\partial \hat{\varphi}_{p}} (\tau_{p(k-1)} - \dot{\hat{\varphi}}_{p}) \right] - \end{split}$$

$$\sum_{m=1}^{j-1} s_j \frac{\partial x_{jd}}{\partial x_m} (\tilde{\theta}_m f_m + \tilde{\varphi}_m g_m) + s_k \dot{s}_k - \sum_{i=1}^k \tilde{\theta}_i \Gamma_i^{-1} \dot{\theta}_i^{\mathrm{T}} - \sum_{i=1}^k \rho_i \tilde{\varphi}_i \dot{\hat{\varphi}}, \qquad (21)$$

选取虚拟控制量为

$$x_{(k+1)d} = \frac{-\hat{\theta}_k f_k + \hat{x}_{kd} - k_k s_k}{\hat{\varphi}_k g_k}.$$
 (22)

中方

$$\hat{x}_{kd} = \sum_{i=1}^{k-1} \left[ \frac{\partial x_{kd}}{\partial x_i} (\hat{\theta}_i f_i + \hat{\varphi}_i g_i) - \frac{\partial x_{kd}}{\partial \hat{\theta}_i} \omega_{ik} - \frac{\partial x_{kd}}{\partial \hat{\varphi}_i} \tau_{ik} \right] + \sum_{i=0}^{k} \frac{\partial x_{kd}}{\partial y_d^{(i)}} y_d^{(i+1)} - \sum_{j=2}^{k-1} \sum_{p=1}^{j-1} s_j \left[ \frac{\partial x_{jd}}{\partial \hat{\theta}_p} \frac{\partial x_{kd}}{\partial x_p} f_p^{\mathsf{T}} \Gamma_p + \frac{\partial x_{jd}}{\partial \hat{\varphi}_p} \rho_p^{-1} \frac{\partial x_{kd}}{\partial x_p} g_p \right].$$

选取该步虚拟自适应律为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}_{i} &= \omega_{ik} = \omega_{i(k-1)} - \frac{\partial x_{kd}}{\partial x_{i}} s_{k} f_{i}^{T} \Gamma_{i}, \\ \dot{\hat{\varphi}}_{i} &= \tau_{ik} = \tau_{i(k-1)} - \rho_{i}^{-1} \frac{\partial x_{kd}}{\partial x_{i}} s_{k} g_{i}, \quad i = 1, 2, \cdots, k - 1, \\ \dot{\hat{\theta}}_{i} &= \omega_{kk} = s_{k} f_{k}^{T} \Gamma_{k}, \quad \dot{\hat{\varphi}}_{k} = \tau_{kk} = \rho_{k}^{-1} s_{k} g_{k} x_{(k+1)d}. \end{aligned}$$

$$(23)$$

$$V_{k} = -\sum_{j=1}^{k} k_{j} s_{j} + \sum_{j=1}^{k-1} \varphi_{j} g_{j} s_{j} s_{j+1}.$$
  
第 *n* 步 当 *i* = *n* 时,对式(2)沿系统(1)求导

得

$$\hat{s}_{n} = \hat{\theta}_{n} f_{n} + \hat{\varphi}_{n} g_{n} u - \dot{x}_{nd} + \tilde{\theta}_{n} f_{n} + \tilde{\varphi}_{n} g_{n} u.$$
(24)  
同第 k 步可得

$$\hat{x}_{nd} = \sum_{i=1}^{n-1} \left[ \frac{\partial x_{nd}}{\partial x_i} (\hat{\theta}_i f_i + \hat{\varphi}_i g_i) + \frac{\partial x_{nd}}{\partial \hat{\theta}_i} \dot{\theta}_i + \frac{\partial x_{nd}}{\partial \hat{\varphi}_i} \dot{\varphi}_i \right] + \sum_{i=0}^{n} \frac{\partial x_{nd}}{\partial y_d^{(i)}} y_d^{(i+1)} + \sum_{i=1}^{n-1} \left[ \frac{\partial x_{nd}}{\partial x_i} (\hat{\theta}_i f_i + \hat{\varphi}_i g_i) \right].$$

选取系统实际控制量为

$$u = \frac{-\hat{\theta}_n f_n + \hat{x}_{nd} - k_n s_n}{\hat{\varphi}_n g_n}.$$
 (25)

式中

+

$$\hat{x}_{nd} = \sum_{i=1}^{n-1} \left[ \frac{\partial x_{nd}}{\partial x_i} (\hat{\theta}_i f_i + \hat{\varphi}_i g_i) - \frac{\partial x_{nd}}{\partial \hat{\theta}_i} \omega_{in} - \frac{\partial x_{nd}}{\partial \hat{\varphi}_i} \tau_{in} \right] + \\ \sum_{i=0}^n \frac{\partial x_{nd}}{\partial y_d^{(i)}} y_d^{(i+1)} - \sum_{j=2}^{n-1} \sum_{p=1}^{j-1} s_j \left[ \frac{\partial x_{jd}}{\partial \hat{\theta}_p} \frac{\partial x_{nd}}{\partial x_p} f_p^T \Gamma_p + \\ \frac{\partial x_{jd}}{\partial \hat{\varphi}_p} \rho_p^{-1} \frac{\partial x_{nd}}{\partial x_p} g_p \right].$$

选取系统实际自适应律为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}}_{i} = \omega_{in} = \omega_{i(n-1)} - \frac{\partial x_{nd}}{\partial x_{i}} s_{n} f_{i}^{\mathrm{T}} \Gamma_{i}, \\ \dot{\hat{\varphi}}_{i} = \tau_{in} = \tau_{i(n-1)} - \rho_{i}^{-1} \frac{\partial x_{nd}}{\partial x_{i}} s_{n} g_{i}, \quad i = 1, 2, \cdots, n-1, \\ \dot{\hat{\theta}}_{i} = \omega_{nn} = s_{n} f_{n}^{\mathrm{T}} \Gamma_{n}, \quad \dot{\hat{\varphi}}_{n} = \tau_{nn} = \rho_{n}^{-1} s_{n} g_{n} u. \end{cases}$$

$$(26)$$

定义 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} s_{i}^{2} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \tilde{\theta}_{i} \Gamma_{i}^{-1} \tilde{\theta}_{i}^{\mathsf{T}} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \rho_{i} \tilde{\varphi}_{i}^{2}.$$

对上式求导,并代入式(22)所表示的各虚拟控制量、式(25)所表示的实际控制量及实际自适应律 (26)可得

$$\dot{V} = -\sum_{i=1}^{n} k_{i} s_{i}^{2} + \sum_{i=1}^{n-1} \varphi_{i} g_{i} s_{i} s_{i+1}.$$

$$\Leftrightarrow \qquad \sum_{i=1}^{n} k_{i} s_{i}^{2} - \sum_{i=1}^{n-1} \varphi_{i} g_{i} s_{i} s_{i+1} = sQs^{T}, \qquad (27)$$

$$\vec{x} \neq s = [s_{1} \quad s_{2} \quad \cdots \quad s_{n}].$$

由假设 3 知,  $\varphi_i g_i$  有界,所以总可以选取  $k_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  使矩阵 Q 是正定的.则  $\dot{V} = -sQs^T \leq 0$ .

因此  $s, \theta_i, \varphi_i \in L_{\infty}, i = 1, 2, \dots, n$ ,即它们均是 有界的,所以  $V \in L_{\infty}$ .并考虑式(21),(25)可知,  $s \in L_{\infty}$ .

令  $W(t) = s^{T}Qs = -\dot{V}(s_{i}(t)\cdots s_{n}(t)),$ 对上式两边积分得

$$\int_0^t \boldsymbol{W}(\tau) \mathrm{d}\tau = V(s_1(t)\cdots s_n(t)) - V(s_1(t)\cdots s_n(0)).$$

因为 $\dot{V} \leq 0$ ,所以V是非增函数,且V是有界的,因此 $V < \infty$ ,且 $V \ge 0$ 所以得到 $\lim_{t \to \infty} \int_0^t W(\tau) d\tau < \infty$ .

又因为  $s \in L_{\infty}$ ,所以  $\dot{W}(t) \in L_{\infty}$ .由 Barbalat 定理<sup>[13]</sup>可知,当  $t \to \infty$ 时,  $W(t) \to 0$ ,因此当  $t \to \infty$ 时,  $s_i \to 0$ ,所以  $y \to y_d$ ,所以整个控制系统是渐近 稳定的.综上所述,可得如下定理.

**定理 2** 当如式(2)定义 *n* 个滑模面,设计由式 (22),(25) 组成的控制器,选择式(26) 所示的自适 应律,并选取 *k<sub>i</sub>*,*i* = 1,2,…,*n* 为正值,且使式(27) 中的矩阵 *Q* 正定时,整个系统是全局渐近稳定的.

# 3 多滑模鲁棒自适应控制在电液伺服系统 中的应用(Application of multiple sliding mode adaptive control to the electro-hydraulic servo system)

本文所研究的液压伺服系统为阀控马达位置跟 踪系统.系统结构模型简图如图1所示.假设系统没 有弹性负载,系统各元件之间的连接管路对称且短 而粗,不考虑系统的外部泄漏.则整个系统的动力 学模型可用以下方程来表示<sup>[14]</sup>:

$$\begin{cases} P_l D_m = J_l \theta_m + B_m \theta_m + T, \\ D_m \dot{\theta}_m + C_l P_l + \frac{V_l}{4\beta_o} \dot{P}_l = C_d w x_v \sqrt{\frac{P_s - P_l \operatorname{sgn}(x_v)}{\rho}}. \end{cases}$$

其中:  $P_l$  为液压马达进、出口压力差,  $D_m$  为液压马 达排量, T 为外负载力矩,  $J_l$  为折算到液压马达轴上 的转动惯量,  $\theta_m$  为液压马达输出角度,  $\beta_e$  为液压油 弹性模量,  $B_m$  为液压马达的粘性阻尼系数,  $V_l$  为液 压马达两腔的总容积,  $C_l$  为液压马达总的内泄漏系 数,  $C_d$  为伺服阀阀口流量系数,  $P_s$  为泵出口压力(可 测),  $\rho$  为液压油密度,  $\omega$  为比例阀开口梯度,  $x_v$  为伺 服阀阀芯位移.





取状态变量  $x_1 = \theta_m, x_2 = \dot{\theta}_m, x_3 = P_l$ , 得到系 统的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\alpha_1 x_2 + \alpha_2 x_3 - T_t, \\ \dot{x}_3 = -\beta_1 x_2 - \beta_2 x_3 + \beta x_v \sqrt{P_s - x_3 \text{sgn}(x_v)}, \\ y = x_1. \end{cases}$$

其中

$$\alpha_1 = \frac{B_m}{J_t}, \ \alpha_2 = \frac{D_m}{J_t}, \ T_t = \frac{T}{J_t},$$
$$\beta_1 = \frac{4\beta_e D_m}{V_t}, \ \beta_2 = \frac{4\beta_e C_m}{V_t}, \ \beta_2 = \frac{4\beta_e}{V_t} C_d w \sqrt{\frac{1}{\rho}},$$

 $x_v$  为系统输入, y 为系统输出.系统各状态变量都是可测的.

从式(28)可以看出,该电液伺服位置跟踪控制 系统符合式(1)所描述的系统.由于伺服阀阀口的流 量特性,系统呈现出很强的非线性特性;系统的流量 系数,泄漏系数等参数具有明显的不确定性,且随着 工作状态、温度等的变化而缓慢变化,所有这些不确

(28)

定性都是非匹配的;外负载转矩也可能出现较大的 扰动,显然由外负载引起的不确定性也是非匹配的.

下面就采用本文提出的多滑模鲁棒自适应的控制方法设计一控制器,使得当 *t* → ∞ 时,系统的输出 *y* 跟踪期望输出 *y*<sub>d</sub>.

定义3个独立的滑模面为

 $s_1 = y - y_d = x_1 - x_{1d}, s_2 = x_2 - x_{2d}, s_3 = x_3 - x_{3d}.$ 根据式(22),(25)得到系统的控制器为

$$\begin{aligned} x_{2d} &= \dot{y}_d - k_1 s_1, \\ x_{3d} &= \frac{1}{\hat{\alpha}_2} (\hat{\alpha}_1 x_2 + \hat{T}_t + \dot{x}_{2d} - k_2 s_2), \\ x_v &= \frac{\hat{\beta}_1 x_2 + \hat{\beta}_2 x_3 + \dot{x}_{3d} - k_3 s_3}{\hat{\beta}_3 \sqrt{P_s - x_3 \operatorname{sgn}(x_v)}}. \end{aligned}$$

式中

$$\hat{x}_{3d} = \frac{1}{\hat{\alpha}_2} \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_1 x_2 + (\hat{\alpha}_1 - k_1 - k_2)(-\hat{\alpha}_1 x_2 + \hat{\alpha}_2 x_3 - \hat{T}_t) + \\ \hat{T}_t + \ddot{y}_d + (k_1 + k_2)\ddot{y}_d - k_1k_2(x_2 - \dot{y}_d) \end{bmatrix} - \\ \frac{\hat{\alpha}_2}{\hat{\alpha}_2^2} (\hat{\alpha}_1 x_2 + \hat{T}_t + \dot{x}_{2d} - k_2s_2).$$

根据式(26)得到各参数的自适应律为

$$\begin{split} \dot{\hat{\alpha}}_{1} &= -\rho_{1}^{-1} (s_{2}x_{2} + \frac{\hat{\alpha}_{1} - k_{2}}{\hat{\alpha}_{2}} x_{2}s_{3}), \\ \dot{\hat{T}}_{t} &= -\frac{s_{2}}{\rho_{1}} - \frac{\hat{\alpha}_{1} - k_{2}}{\rho_{1}\hat{\alpha}_{2}} s_{3}, \\ \dot{\hat{\alpha}}_{2} &= \rho_{2}^{-1} (s_{2}x_{2d} - \frac{\hat{\alpha}_{1} - k_{2}}{\hat{\alpha}_{2}} x_{3}s_{3}), \\ \dot{\hat{\beta}}_{1} &= -\frac{s_{3}x_{2}}{\sigma_{1}}, \ \dot{\hat{\beta}}_{2} &= -\frac{s_{3}x_{3}}{\sigma_{1}}, \\ \dot{\hat{\beta}}_{3} &= \frac{s_{3}}{\sigma_{2}\hat{\beta}_{3}} (\hat{\beta}_{1}x_{2} + \hat{\beta}_{2}x_{3} + \hat{x}_{3d} - k_{3}s_{3}). \end{split}$$

式中  $\rho_i > 0, \sigma_i > 0$  (*i* = 1,2) 为自适应增益.由式 (27)可知

$$Q = \begin{bmatrix} k_1 & -\frac{1}{2} & 0\\ -\frac{1}{2} & k_2 & -\frac{\alpha_2}{2}\\ 0 & -\frac{\alpha_2}{2} & k_3 \end{bmatrix},$$

则

在系统(28)中,  $\alpha_2 = \frac{D_m}{J_t}$ ,因为液压马达的排量  $D_m 基本上是一常量,而负载转动惯量 J_t 也是有界的,并且它们都为正数,因此存在一常数 M,使得$ 

 $\det Q = k_3(k_1k_2 - \frac{1}{4}) - \frac{\alpha_2^2}{4}k_1.$ 

 $\max(\alpha_2) < M. 因此可选取 k_1, k_2, k_3 使 k_3(k_1k_2 - \frac{1}{4}) - \frac{M^2}{4}k_1 > 0, 则 \det Q > 0, \begin{vmatrix} k_1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & k_2 \end{vmatrix} =$ 

 $k_1k_2 = \frac{1}{4} > 0$ ,又因为  $k_1 > 0$ ,所以矩阵 Q 是正定的,所以  $k_1, k_2, k_3$ 的值应满足以下条件:

1) 
$$k_1 > 0, k_2 > 0, k_3 > 0$$

2) 
$$k_3(k_1k_2-\frac{1}{4})-\frac{M_2}{4}k_1 > 0.$$

4 仿真研究(Simulation)

式(28)所表示的电液伺服系统的各主要参数及 其标称值如表1所示.

Table 1 System parameters

参数	标称值
液压马达排量 D <sub>m</sub> /(m <sup>3</sup> ·rad <sup>-1</sup> )	$5.5 \times 10^{-6}$
液压马达轴上的转动惯量 $J_t / (kg \cdot m^2)$	0.3
粘性阻尼系数 B <sub>m</sub> /(N・m・(rad・s <sup>-1</sup> ) <sup>-1</sup> )	$8.8 \times 10^{-5}$
被压马达的当量容积 $V_t / m^3$	$1.2 \times 10^{-4}$
液压马达总的泄漏系数 <i>C<sub>t</sub></i> /(m <sup>3</sup> ·(s·Pa) <sup>-1</sup> )	$1.4 \times 10^{-12}$
液压油的弹性模量 $eta_e$ / Pa	$1.2 \times 10^{9}$
比例阀口流量系数 C <sub>d</sub>	0.7
伺服阀开口梯度 ω / m	$2 \times 10^{-3}$
液压油密 ρ /(kg·m <sup>-3</sup> )	900
负载力矩 T/(N·m)	30

上表所列参数在系统运行中都有可能是变化的 或不确定的,本文主要研究了当负载转动惯量  $J_t$ 、 负载力矩 T 及液压马达总的泄漏系数  $C_t$  发生变化 时,控制器的跟踪特性.本文分别对跟踪阶跃信号和 不同频率的正弦信号做了仿真研究. 假设在系统运 行中  $J_t = 0.3 + 0.1 sin(0.5t)(kg \cdot m^2)$ :当液压马达 转速大于零时,  $T = 30 + 10 sin(0.5t)(N \cdot m)$ ; 当液压 马达转速小于零时,  $T = -30 - 10 sin(0.5t)(N \cdot m)$ ; 并在  $C_t = 0.6 \times 10^{-12} m^3/(s \cdot Pa)$  及  $C_t = 2 \times 10^{-12} m^3/(s \cdot Pa)$  两种情况下,分别做了仿真研究. 设 系统压力  $P_s = 15$  MPa,系统各状态变量的初始值及 初始控制量均设为零.

1) 对阶跃信号的跟踪控制.

设期望的输出转角  $\theta_m$  为 30 rad,结果如图 2 所 示.其中图 2(a)、图 2(b)分别为参数  $C_t$  为 0.6×  $10^{-12}$ m<sup>3</sup>/(s·Pa)及 2 ×  $10^{-12}$ m<sup>3</sup>/(s·Pa)时的响应 曲线.



2) 对正弦信号的跟踪控制. 设期望的输出转角  $\theta_m$ 为 30 sin( $\pi t$ )/rad,结果如图 3、图 4 所示. 其中:图 3 是参数  $C_t$ 为 0.6×10<sup>-12</sup> m<sup>3</sup>/(s·Pa)时的响应曲 线. 图 4 是参数  $C_t$ 为 2×10<sup>-12</sup> m<sup>3</sup>/(s·Pa)时的响应 曲线;图(a)为利用本文的控制器得到的转角输出曲 线;图(b)为实际转角与期望转角之间的误差曲线 (*e*为转角误差).

从图 3、图 4 的响应曲线可以看出采用本文设 计的控制器,不仅成功地解决了液压控制系统中的 非线性问题及参数的非匹配不确定性,而且还有效 地克服了负载变化对系统的影响,使系统具有较强 的鲁棒性.对阶跃信号及不同频率的正弦信号都能 获得优良的跟踪性能,达到了比较满意的效果.





图 3 泄漏系数  $C_t = 2 \times 10^{-12} \text{ m}^3/(\text{s}\cdot\text{Pa})$ Fig. 3 Leakage coefficient  $C_t = 2 \times 10^{-12} \text{ m}^3/(\text{s}\cdot\text{Pa})$ 





5 结论(Conclusion)

本文针对一类存在参数不确定性,且不确定性 不满足匹配条件,同时为非正则型系统的高阶非线 性系统,引人虚拟控制量及虚拟自适应律的概念,提 出了基于逐步递推方法的多滑模鲁棒自适应控制方 法,把整个系统分成了相对阶为1的 n 个简单的一 阶正则型子系统,分别对其进行滑模自适应控制,从 而使计算量大为减少;并在自适应控制中结合了鲁 棒控制设计的方法,消除了系统不确定性及外部负 载对控制性能的影响,从而达到鲁棒跟踪控制的目 的 仿真结果表明,采用本文提出的控制器设计方 法,在电液伺服系统的位置跟踪控制中能很好地克 服系统的非线性特性、参数不确定性以及负载扰动 的影响,达到较高的跟踪精度.

另外,与其他自适应控制方法相比,如模型参考 自适应控制、自校正控制等传统的线性自适应控制 方法,以及神经网络、模糊等非线性自适应控制方 法.本文提出的多滑模鲁棒自适应控制方法主要具 有如下优点:能适用于高阶非线性系统;计算简单, 能对参数进行在线实时调节,实用性强;无须具有先 验知识等.

#### 参考文献(References):

- HAHN H, PIEPENBRINK A, LEIMBACH K D. Input/output linearization control of an electro servo-hydraulic actuator [C] // Proc of the Third IEEE Conf on Control Applications. New York, USA: IEEE Press, 1994, 1(2):995 - 1000.
- [2] VOSSOUGHI G, DONATH M. Dynamic feedback linearization for electrohydraulically actuated control system [J]. Dynamic System Measurement Control Transactions of ASME, 1995, 117(3): 468 – 477.
- [3] DRAKUNOV S, OZGUNER U, DIX P, et al. Technical note sliding mode control for a class of hydraulic position servo [J]. *Mechatronics*, 1999,9(1):111-123.
- [4] SHA Daohang, VLADIMIR B B, YANG Huayong. New model and sliding mode control of hydraulic elevator velocity tracking system [J]. Simulation Practice and Theory, 2002,9(6):365 – 385.
- [5] LIANG Hong, TO Chong Kil, SOO No Tae, et al. Vehicle longitudinal brake control using variable parameter sliding control [J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(4):403 - 411.
- [6] 高为炳.变结构控制理论基础[M].北京:中国科学技术出版 社,1996.

(GAO Weibing. Theory and Design Approach for Variable Structure Control [M]. Beijing: Science and Technology Press, 1996.)

- [7] SIROUSPOUR M R, SALCUDEAN S E. On the nonlinear control of hydraulic servo-systems [C] // Proc of 2000 IEEE Int Conf on Robotics & Automation. New York, USA: IEEE Press, 2000: 1276 – 1282.
- [8] ALLEYNE A, LIU R. A simplified approach to force control for electro-hydraulic systems [J]. Control Engineering Practice, 2000, 8(12):1347-1356.
- [9] KANELLAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V, MORSE A S. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1991, 36(11):1241 – 1253.
- [10] KRSTIC M, KANELLAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P. Nonlinear and Adaptive Control Design [M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1995.
- SASTRY S, ISIDORI A. Adaptive control of linearizable systems
   [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1990, 34 (11): 1123 1131.
- [12] ALLEYNE A, HEDRICK J K. Nonlinear adaptive control of active suspensions [J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 1995, 3(1):94 – 101.
- [13] SLOTINE J J E, LI W. Applied Nonlinear Control [M]. Engle-Wood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.
- [14] MERRIT H E. Hydraulic Control Systems [M]. New York: Wiley, 1976.

#### 作者简介:

管 成 (1968一),男,在浙江大学机械与能源工程学院作博士 后研究工作,分别于 1991 年、2002 年和 2005 年获得浙江大学学士、 硕士和博士学位,主要从事自适应控制、非线性控制、电液比例/伺服 控制系统的研究,E-mail:gch@cmee.zju.edu.cn;

朱善安 (1952—),男,博士,浙江大学电气工程学院教授,副院 长,博士生导师,1981 至 1987 分别获浙江大学工学学士、硕士及博士 学位,1990 至 1998 分别在英国曼切斯特大学理工学院(UMIST)及牛 津大学、美国阿岗国家实验室及犹他大学、新加坡国立大学进行研究 工作,研究方向为复杂系统建模与控制、图像处理、故障诊断等, E-mail: zsa@zju.edu.cn.