

三连杆移动机械臂模型与运动规划

郭丙华¹, 胡跃明²

(1. 肇庆学院 电子信息工程系, 广东 肇庆 526061; 2. 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640)

摘要: 采用拉格朗日动力学方法和非完整动力学罗兹方程建立了三连杆移动机器人运动学和动力学模型, 并且利用该模型采用了人工势函数方法来驱动移动机械臂系统绕过障碍物到达目标位置. 仿真的结果证明了该模型的正确性及其规划方法是有效的.

关键词: 移动机械臂; 运动学和动力学模型; 运动规划

中图分类号: TP242 **文献标识码:** A

Modeling and motion planning for a three-link mobile manipulator

GUO Bing-hua¹, HU Yue-ming²

(1. Department of Electronics and Information Engineering, Zhaoqing University, Zhaoqing Guangdong 526061, China;

2. College of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

Abstract: This paper sets up the kinematics and dynamics models of three-link mobile manipulator by using Lagrange dynamics equation and nonholonomic dynamics Routh equation, and the method of artificial potential function is applied to the mobile manipulator to avoid collision with the obstacles and reach its target. The results of simulation illustrate the validity of modeling and the effectiveness of this method.

Key words: mobile manipulator; kinematics and dynamics modeling; motion planning

1 引言(Introduction)

移动机械臂系统是将机械臂安装在移动机器人上, 因而其比单个移动机器人系统或机械臂系统具有更大的操作空间和更高的灵活性, 且其应用范围也比单个系统宽的多, 但由于移动机械臂系统比单个系统更为复杂, 因而给控制和规划带来了更大的困难, 为了完成每一具体的工作, 移动机械臂系统必须协调好移动机器人和机械臂的运动.

目前, 对于移动机械臂的控制与规划, 一些学者如 Y. Yamamoto 等提出了一些方法^[1], 但移动机械臂系统在运动的过程中需要保持机械臂静止不动, 这就降低了移动机械臂系统规划的效率. 文献[2]采用了前向递归的方法建立移动机械臂的动力学的模型, 但需要一个复杂的程序来解决其驱动力问题. 在路径规划方面, 文献[3, 4]从运动学模型的角度讨论了移动机械臂系统的路径规划方法, 但没有考虑动力学模型, 这对具有较大重量和惯性的机械臂系统来说是很不够的. A. Mohri 等利用所建立的梯度函

数, 采用叠代方法解决了机械臂系统的最优路径规划问题^[5], 该方法主要适合于全局路径规划. 本文旨在利用拉格朗日动力学方法和非完整动力学罗兹方程建立移动机械臂系统的精确模型, 并且采用人工势函数方法驱动其到达目标位置. 由于人工势函数方法可以用于局部路径的实时规划^[6], 并能够广泛应用于反馈控制^[7], 因而其规划方法更加有效.

2 运动学模型(Model of kinematics)

考虑某一移动机器人, 移动机器人平台的两后轮分别采用独立的马达驱动, 在移动机器人的平台上的质心位置装配一个 3 连杆机械臂, 其绞点位置各由一个马达驱动, 连杆 1 可绕 z 轴转动, 连杆 2, 3 可上下转动, 其结构如图 1 所示. 由于移动平台由两马达驱动, 其轮子与地面的约束为非完整约束, 以两后轮的中点位置 $P(x, y)$ 作为参考点, 可得到其运动方程

$$\dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi = 0. \quad (1)$$

取 $q = [x \ y \ \varphi \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]$, 则有

$$A(q)\dot{q} = 0. \quad (2)$$

其中 $A(q) = [\sin\varphi \quad -\cos\varphi \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$. 取 $A(q)$ 零空间的一组基 $S(q)$:

$$S(q) = \begin{bmatrix} \frac{R}{2}\cos\varphi & \frac{R}{2}\cos\varphi & 0 & 0 & 0 \\ \frac{R}{2}\sin\varphi & \frac{R}{2}\sin\varphi & 0 & 0 & 0 \\ \frac{R}{2D} & -\frac{R}{2D} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

方程(2)可写成

$$\dot{q} = S(q)v. \quad (3)$$

其中: $v = [w_r \quad w_l \quad w_{\theta_1} \quad w_{\theta_2} \quad w_{\theta_3}]$, $w_{\theta_1} = \dot{\theta}_1$, $w_{\theta_2} = \dot{\theta}_2$, $w_{\theta_3} = \dot{\theta}_3$; w_l, w_r 为左、右轮转速, R 为轮子半径, D 为两后轮之间的距离, φ 为机器人平台方向; $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 为 3 连杆各自的转角.

假定机械臂的 3 连杆其各自的转角分别为 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$; l_1, l_2, l_3 为连杆长度, 由图 1 可得到 A 点的位置为

$$\begin{cases} x_A = x_C + l_2\cos\theta_2\cos(\varphi + \theta_1) + \\ \quad l_3\cos(\theta_2 + \theta_3)\cos(\varphi + \theta_1), \\ y_A = y_C + l_2\cos\theta_2\sin(\varphi + \theta_1) + \\ \quad l_3\sin(\theta_2 + \theta_3)\sin(\varphi + \theta_1), \\ z_A = l_1 + l_2\sin\theta_2 + l_3\sin(\theta_2 + \theta_3). \end{cases} \quad (4)$$

其中: $x_C = x + d\cos\varphi$, $y_C = y + d\sin\varphi$, d 为质心 C 与 P 之间的距离, 对方程(4)求导, 并取 $\dot{X} = [\dot{x}_A \quad \dot{y}_A \quad \dot{z}_A \quad \dot{x} \quad \dot{y}]$ 和 $v = [w_r \quad w_l \quad w_{\theta_1} \quad w_{\theta_2} \quad w_{\theta_3}]$, 则有

$$\dot{X} = Jv. \quad (5)$$

其中 J 矩阵中的元数为 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \varphi$ 的函数, 即 $J_{i,j} = f_{ij}(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \varphi)$.

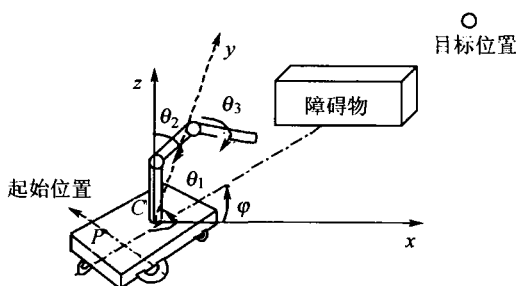


图 1 移动机械臂及其工作环境

Fig. 1 Mobile manipulator and its environment

3 动力学模型(Model of dynamics)

建立机械臂系统动力学模型, 本文采用了拉格朗日动力学方程, 该方程为能量的平衡方程, 其更适合于分析相互约束下的多个连杆运动. 参考图 1, 可以得到移动机械臂系统的动力学模型, 具体的推导见附录 I.

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q) = B(q)\tau - A(q)^T\lambda. \quad (6)$$

将方程(3)求导代入方程(6)并消除 λ , 可得到

$$\bar{M}(q)\dot{v} + \bar{V}(q, \dot{q}) + \bar{G}(q) = \bar{B}(q)\tau. \quad (7)$$

其中

$$\bar{M}(q) = S^TMS, \quad \bar{V}(q) = S^T(V + M\dot{S}v),$$

$$\bar{G}(q) = S^TG, \quad \bar{B}(q) = S^TB.$$

参考移动机械臂的输出方程(5), 可将方程(7)转化溪

$$\bar{\bar{M}}(q)\ddot{X} + \bar{\bar{V}}(q, \dot{X}) + \bar{\bar{G}} = \bar{\bar{B}}(q)\tau. \quad (8)$$

其中: $\bar{\bar{M}} = \bar{M}J^{-1}$, $\bar{\bar{V}} = \bar{V} - \bar{M}J^{-1}\dot{J}$, $\bar{\bar{G}} = \bar{G}$, $\bar{\bar{B}} = \bar{B}$.

4 运动规划(Motion planning)

采用势函数方法^[6]来使移动机械臂系统完成其运动规划. 在移动机械臂系统的运动规划中, 障碍物的避开是一个处理的难点. 在处理工作环境中的障碍物上势函数方法是将其看作一个斥力场, 当移动机械臂系统靠近障碍物时, 就要受到斥力场的排斥作用, 越靠近障碍物其排斥力越大, 当接近障碍物时, 其排斥力为无穷大; 而规划的目标则看作一个引力场, 这样在工作环境中运动的移动机械臂在吸引力和排斥力的复合作用下能够有效地绕过障碍物而到达规划的目标位置.

假定移动机械臂系统的工作环境存在 n 个障碍物, 则人工势函数可表示为引力势函数和斥力势函数之和, 即

$$\phi_{art}(X) = \phi_d(X) + \sum_{i=1}^n \phi_{oi}(X). \quad (9)$$

其中: $\phi_{art}(X)$ 表示移动机械臂系统在某个位置总的人工势函数, $\phi_d(X)$ 为引力势函数, $\phi_{oi}(X)$ 为第 i 个障碍物对移动机械臂系统的斥力势函数.

作用在移动机械臂系统上的假想力可表示为

$$F_{art}(X) = F_d(X) + \sum_{i=1}^n F_{oi}(X). \quad (10)$$

其中: $F_d(q) = -\nabla\phi_d(q)$ 为目标吸引力, $F_{oi}(q) = \nabla\phi_{oi}(q)$ 为第 i 个障碍物排斥力.

假定规划的目标位置为 X_d , 移动机械臂系统的位置为 X , 其势函数可表示为

$$\phi_d = \frac{1}{2} k_p (X - X_d)^2. \quad (11)$$

其吸引力为

$$F_d = -\frac{\partial \phi_d}{\partial X} = -k_p (X - X_d) - k_p \dot{X}. \quad (12)$$

其中 k_p 为常数.

取障碍物的势函数^[6]为

$$\phi_{oi} = \begin{cases} \frac{1}{2} k_0 \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2, & \text{if } \rho \leq \rho_0, \\ 0, & \text{if } \rho > \rho_0. \end{cases} \quad (13)$$

其排斥力为

$$F_{oi} = \begin{cases} k_0 \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) \frac{1}{\rho^2} \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial x} & \frac{\partial \rho}{\partial y} & \frac{\partial \rho}{\partial z} \end{bmatrix}^T, & \text{if } \rho \leq \rho_0, \\ 0, & \text{if } \rho > \rho_0. \end{cases} \quad (14)$$

其中: ρ, ρ_0 分别为移动机械臂系统到障碍物表面的距离和临界距离, k_0 为与速度有关的常数.

当移动机械臂系统在未知的环境中工作时,障碍物的避开必须借助于移动机械臂系统的视觉传感器,但障碍物表面的完全重建必须从障碍物多个角度来检测,这实际上在规划的过程中是很难做到的.在此利用传感器仅仅对扫描到的部分进行重建,这样重建的函数仅仅为障碍物函数的一部分,即

$$\begin{cases} f(x, y, z) = 0, \\ a_1 < x < b_1, \\ a_2 < y < b_2, \\ a_3 < z < b_3. \end{cases} \quad (15)$$

其中 a_1 和 b_1, a_2 和 b_2, a_3 和 b_3 分别为传感器扫描到的障碍物在 x, y, z 轴上的范围.

由方程(8)(10)(12)(14)和(15),并取 $\tau = \bar{B}^{-1}(\bar{M} F_{art} + \bar{V})$, 则可驱使移动机械臂系统完成其运动规划.

5 仿真(Simulation)

为了验证移动机械臂系统模型的正确性和运动规划的有效性,对其进行了仿真,假定移动机械臂系统工作的环境如图1所示.其由初试位置 $X_s = (x_{As} \ y_{As} \ z_{As} \ x_s \ y_s)$ 运动到目标位置 $X_d = (x_{Ad} \ y_{Ad} \ z_{Ad} \ x_d \ y_d)$, 对于固定的 φ , 由其位置坐标,可以通过下列方程计算出机械臂的转角 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$. 假设 $X_s = (2, 0, 1, 0, 0)$, $X_d = (5, 5.97, 1, 5, 4)$, $\varphi_s = 0$, $\varphi_d = 30^\circ$, 则可得到 $\theta_{1s} = 0^\circ, \theta_{2s} = 60^\circ, \theta_{3s} = 120^\circ$ 和 $\theta_{1d} = 60^\circ, \theta_{2d} = 10^\circ, \theta_{3d} = 20^\circ$. 取 $k_p = 2$, $k_0 = 1$, 仿真的结果见图2,3所示(图中 M 为力矩).

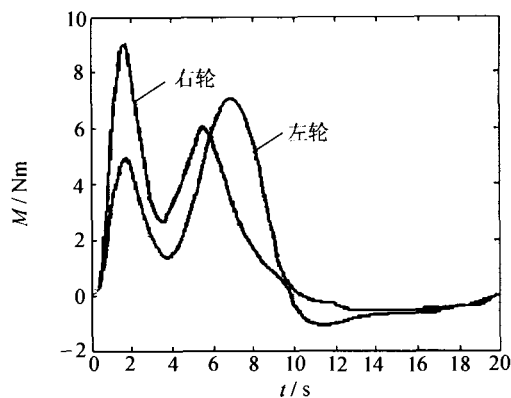


图2 左、右轮驱动力矩

Fig. 2 Driven torque of left and right wheels

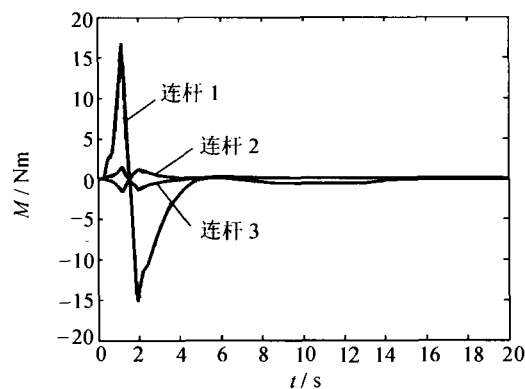


图3 各连杆驱动力矩

Fig. 3 Input torque of links

6 结论(Conclusion)

本文讨论了移动机械臂系统模型和运动规划问题.首先利用拉格朗日动力学方法和非完整动力学罗兹方程建立移动机械臂系统的运动学和动力学模型;其次采用了人工势函数方法,目标位置的吸引力和障碍物的排斥力能够驱动移动机械臂系统从初始位置绕过障碍物运动到目标位置,仿真的结果证明了该模型的正确性和运动规划的有效性.

参考文献(References):

- [1] YAMAMOTO Y, YUN X. Coordinating locomotion and manipulator of a mobile manipulator [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(6): 1326-32.
- [2] YU Q, CHEN I M. A general approach to the dynamics of non-holonomic mobile manipulator systems [J]. *J of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2002, 124(12): 512-521.
- [3] SERAJI H. An on-line approach to coordinated mobility and manipulator [C] // *Proc of Int Conf on Robotics and Automation*. Atlanta, GA, USA: IEEE Press, 1993: 28-33.
- [4] PERRIER C, DAUCHEZ P, PIERROT F. A global approach for motion generation of non-holonomic mobile manipulators [C] // *Proc of*

Int Conf on Robotics and Automation. Leuven, Belgium: IEEE Press, 1998:2971-2976.

- [5] MOHRI A, FURUNO S, IWAMURA, et al. Sub-optimal trajectory planning of mobile manipulator [C]// *Proc of Int Conf on Robotics and Automation*. Seoul, Korea: IEEE Press, 2001: 1271-1276.
- [6] KHATIB O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots [J]. *Int J of Robotics Research*, 1986, 5(1): 90-98.
- [7] JEAN B M, HUANG X H, WANG M. Fuzzy motion planning among dynamic obstacle using artificial potential field for robot manipulators [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2000, 32(1): 61-72.

附录(Appendix):

动力学模型的推导.

设 r_1, r_2, r_3 分别为连杆质心到端点的距离, 如图 1 所示. 连杆 1 的质心坐标可表示成

$$\begin{cases} x_1 = x_c, \\ y_1 = y_c, \\ z_1 = r_1. \end{cases} \quad (16)$$

连杆 2 的质心为

$$\begin{cases} x_2 = x_1 + r_2 \cos \theta_2 \cos(\varphi + \theta_1), \\ y_2 = y_1 + r_2 \cos \theta_2 \sin(\varphi + \theta_1), \\ z_2 = l_1 + r_2 \sin \theta_2. \end{cases} \quad (17)$$

连杆 3 的质心为

$$\begin{cases} x_3 = x_1 + l_2 \cos \theta_2 \cos(\varphi + \theta_1) + \\ \quad r_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) \cos(\varphi + \theta_1), \\ y_3 = y_1 + r_2 \cos \theta_2 \sin(\varphi + \theta_1) + \\ \quad r_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\varphi + \theta_1), \\ z_3 = l_1 + l_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin(\theta_2 + \theta_3). \end{cases} \quad (18)$$

则其总动能可表示为

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} m_0 (\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2) + \frac{1}{2} J_0 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \\ & \frac{1}{2} J_1 (\dot{\varphi} + \dot{\theta}_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \\ & \frac{1}{2} J_2 [(\dot{\varphi} + \dot{\theta}_1)^2 + \dot{\theta}_2^2] + \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2) + \\ & \frac{1}{2} J_3 [(\dot{\varphi} + \dot{\theta}_1)^2 + (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2]. \end{aligned} \quad (19)$$

总势能为

$$U = m_1 g r_1 + m_2 g (l_1 + r_2 \sin \theta_2) + m_3 g [l_1 + l_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin(\theta_2 + \theta_3)]. \quad (20)$$

综合非完整约束方程(1), 由广义坐标系非完整动力学罗兹方程

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q + A(q)^T \lambda. \quad (21)$$

其中: $L = T - U$, Q 为作用于移动机械臂系统的平台和连杆的作用力或力矩, λ 为拉格朗日乘子. 将移动机械臂的动、势能方程代入上式, 经化简则可得到

$$M(q) \ddot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q) = B(q) \tau - A(q)^T \lambda.$$

其中

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_0 & 0M_{x\varphi} & M_{x\theta_1} & M_{x\theta_2} & M_{x\theta_3} \\ 0 & M_0 & M_{y\varphi} & M_{y\theta_1} & M_{y\theta_2} & M_{y\theta_3} \\ M_{\varphi x} & M_{\varphi y} & M_{\varphi\varphi} & M_{\varphi\theta_1} & M_{\varphi\theta_2} & M_{\varphi\theta_3} \\ M_{\theta_1 x} & M_{\theta_1 y} & M_{\theta_1\varphi} & M_{\theta_1\theta_1} & 0 & 0 \\ M_{\theta_2 x} & M_{\theta_2 y} & M_{\theta_2\varphi} & 0 & M_{\theta_2\theta_2} & M_{\theta_2\theta_3} \\ M_{\theta_3 x} & M_{\theta_3 y} & M_{\theta_3\varphi} & 0 & M_{\theta_3\theta_2} & M_{\theta_3\theta_3} \end{bmatrix},$$

且 $M_0 = m_0 + m_1 + m_2 + m_3$, 为移动机械臂总质量; 矩阵中的其他元数为 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \varphi$ 的函数, 即 $M_{i,j} = f_2(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \varphi)$; $v(q, \dot{q})^T = [V_x \ V_y \ V_\varphi \ V_{\theta_1} \ V_{\theta_2} \ V_{\theta_3}]$, 且 $V_i = f_3(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \varphi)$;

$$B(q) = \begin{bmatrix} \frac{1}{R} \cos \varphi & \frac{1}{R} \cos \varphi & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R} \sin \varphi & \frac{1}{R} \sin \varphi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial U}{\partial \theta_2} & \frac{\partial U}{\partial \theta_3} \end{bmatrix}^T,$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_2} = m_2 g r_2 \cos \theta_2 + m_3 g [l_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)] + r_3 \cos(\theta_2 + \theta_3),$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_3} = m_3 g r_3 \cos(\theta_2 + \theta_3),$$

$$\tau = (\tau_r \ \tau_l \ \tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3),$$

$\tau_r, \tau_l, \tau_1, \tau_2, \tau_3$ 分别为平台轮子左右驱动力矩和三联杆机械臂马达的驱动力矩.

作者简介:

郭丙华 (1966—), 男, 博士, 副教授, 主要研究兴趣为智能控制、移动机器人运动规划等, E-mail: gpbh1@21cn.com;

胡跃明 (1960—), 男, 教授, 博士生导师, 副院长, 曾任香港理工大学电子系副研究员和研究员等职, 主要研究兴趣为非线性控制与移动机器人应用技术、智能医疗器械、基于视觉技术的检测与控制系统设计等, E-mail: auymhu@scut.edu.cn.