文章编号：1000-8152(2005)06-0999-06

Lurie控制系统的关联绝对稳定性—双线性矩阵不等式方法

年晓红[1]，李鑫滨[2]，杨　莹[2]，左志强[2]
（1.中南大学 信息科学与工程学院 自动化工程研究中心，湖南 长沙，410075；
2.北京大学 力学与工程科学系 湍流与复杂系统国家重点实验室，北京 100871）

摘要：研究任意两个相互独立的Lurie控制系统能否通过关联或协调控制组成绝对稳定大系统的问题，给出两个Lurie控制系统可关联绝对稳定的充分条件，并给出了计算关联矩阵的双线性矩阵不等式方法．研究结果表明：两个非绝对稳定的系统可以通过关联或协调控制来实现关联大系统的绝对稳定性，取消了大系统稳定性分析中对关联的不合理限制．文末给出了本文结果的数值例子．

关键词：绝对稳定性；大系统；协调控制；双线性矩阵不等式

中图分类号：TP13　　　**文献标识码**：A

Bilinear matrix inequality approach to the absolute stability of interconnected Lurie control systems

NIAN Xiao-hong[1], LI Xin-bin[2], YANG Ying[2], ZUO Zhi-qiang[2]
(1.Center for Automation Engineering, School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha Hunan 410075, China;
2.State Key Lab for Turbulence and Complex Systems, Department of Mechanics and Engineering Science, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: This paper studies the problem of whether a large-scale Lurie system can achieve absolute stability through effective interconnections or harmonious control between subsystems. Sufficient conditions for the absolute stability of interconnected Lurie control systems are obtained, and the algorithms for calculating the interconnection matrix and parameterizing the harmonious controllers are proposed by using the methods of bilinear matrix inequalities(BMIs). It is shown that two unstable Lurie control systems can be combined into an absolutely stable large-scale system via effective interconnections. The irrational restrictions on interconnections in traditional stability analysis of large-scale systems are eliminated. Finally, examples are given to illustrate the results presented.

Key words: absolute stability; large-scale systems; harmonious control; bilinear matrix inequalities(BMIs)

1　引言(Introduction)

由于大量工程实际问题如传输系统、通信系统、生态系统、经济系统和电力系统均可用关联大系统来描述，因而大系统的稳定性和控制的研究引起了学者的广泛重视，取得了许多重要进展[1~15]．传统方法研究大系统的稳定性的分散集结方法[6~8]，一般总是假定每一个子系统均是渐近稳定的，然后通过弱关联来保证的大系统的稳定性和镇定性．在大系统控制器的设计中，分散控制方法占有十分重要的地位[9~15]．在设计分散控制器时，一般采用设计局部反馈(自反馈)控制器的方法，通过对每个子系统的强镇定来相对减小关联的作用来镇定大系统．尽管大系统的稳定性的分散集结方法和大系统控制中的分散镇定方法在理论上是可行的，而且容易实现，但是却忽略或降低了关联的作用；同时，为了稳定或镇定系统，对关联作了不必要的限制，一般要求关联充分小．因而这些方法并不能完全解决实际系统中关联大系统的稳定性和镇定问题．事实上，关联在许多工程实际问题中起着十分重要的作用．在大系统中，有些子系统可能是不稳定的，甚至所有的子系统都不稳定，但可以通过选择适当的关联来实现大系统的稳定性；在一些实际系统中，关联是系统固有的，并不能通过人为的限制降低关联的作用．因此，大系统的综合问题，即怎样通过选择适当的关联来实现大系统的稳定性是一个十分重要的研究课题．到目前为止，这方面的研究还未见到相关报道．

收稿日期：2004-09-01；收修改稿日期：2005-04-27．
基金项目：国家自然科学基金资助项目(60474029,60404007,60334030)；湖南省自然科学基金重点资助项目(00JJY1009)．

最近,DUAN Zhisheng, et al[16,17]用固定模方法和最小增益定理研究了子系统的协调控制和大系统的分散控制问题.他们的研究表明,不稳定的子系统可以通过状态反馈来实现由状态反馈构成的关联大系统的镇定;在大系统分散控制器的设计中,可以充分发挥关联的作用而无需保证每一个子系统都镇定.

Lurie 控制系统是一类非常重要的非线性控制系统.在过去几十年中,关于 Lurie 控制系统的绝对稳定性的研究受到了国内外学者的广泛重视,形成了相对独立的理论体系[18~20].关于具有多个执行机构的大型 Lurie 控制系统的绝对稳定性的研究也有不少结果[21~25].Lurie 控制系统绝对稳定的一个重要前提条件是系统矩阵为渐近稳定矩阵,对于两个非绝对稳定的 Lurie 控制系统能否通过关联或协调控制构成绝对稳定大系统的问题目前还未见报道.

本文的主要目标是研究任意两个 Lurie 控制系统之间能否通过关联或协调控制构成绝对稳定大系统以及关联矩阵的算法和协调控制器的设计问题.

2 问题表述(Problem formulation)

给定两个相互独立的 Lurie 控制系统

$$\Sigma_1:\begin{cases}\dot{x}_1(t)=A_1x_1(t)+b_1f_1(\sigma_1(t)),\\ \sigma_1(t)=c_1^{\mathrm{T}}x_1(t),\end{cases}\tag{1}$$

$$\Sigma_2:\begin{cases}\dot{x}_2(t)=A_2x_2(t)+b_2f_2(\sigma_2(t)),\\ \sigma_2(t)=c_2^{\mathrm{T}}x_2(t).\end{cases}\tag{2}$$

这里: $A_i\in\mathbb{R}^{n_i\times n_i}, b_i\in\mathbb{R}^{n_i}, c_i\in\mathbb{R}^{n_i}, f_i(\cdot)\in K[0,\infty]=\{f_i(\cdot)\,|\,f_i(0)=0,\sigma_if_i(\sigma_i)>0\}, i=1,2$. 一般地,假定 $c_i^{\mathrm{T}}b_i<0, i=1,2$.

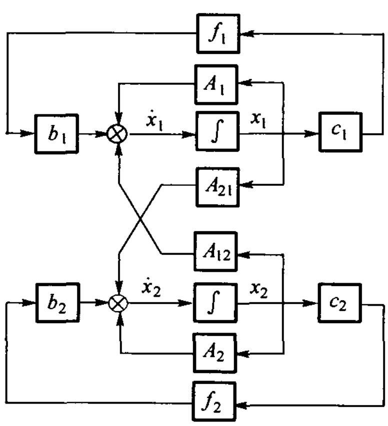

图 1 Lurie 控制系统的关联

Fig. 1 Interconnection of Lurie control systems

下面将研究如下问题:

1° 是否存在关联矩阵 A_{12},A_{21} 以及如何选择关联矩阵 A_{12},A_{21} 使得如下关联 Lurie 控制系统

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_1 & A_{12}\\ A_{21} & A_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}b_1f_1(\sigma_1)\\ b_2f_2(\sigma_2)\end{bmatrix}\tag{3}$$

绝对稳定.这里: $x_1(t)\in\mathbb{R}^{n_1}, x_2(t)\in\mathbb{R}^{n_2}$ 为状态变量, $A_1\in\mathbb{R}^{n_1\times n_1}, A_2\in\mathbb{R}^{n_2\times n_2}$ 为已知实常矩阵, $A_{12}\in\mathbb{R}^{n_1\times n_2}, A_{21}\in\mathbb{R}^{n_2\times n_1}$ 为未知实常矩阵.

2° 是否存在状态反馈控制器

$$u_{12}(t)=K_{12}x_2(t),\tag{4}$$

$$u_{21}(t)=K_{21}x_1(t)\tag{5}$$

使得如下关联 Lurie 控制系统

$$\begin{cases}\dot{x}_1(t)=A_1x_1+B_{12}u_{12}+b_1f_1(\sigma_1),\\ \dot{x}_2(t)=B_{21}u_{21}+A_2x_2+b_2f_2(\sigma_2)\end{cases}\tag{6}$$

绝对稳定.

3 主要结论(Main results)

首先,研究 Lurie 控制系统的关联绝对稳定问题.

定理 1 若存在实数 $\gamma>0$,矩阵 A_{12},A_{21},P_{12} 和正定矩阵 P_{11},P_{22} 满足线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix}P_{11} & P_{12}\\ P_{12}^{\mathrm{T}} & P_{22}\end{bmatrix}>0\tag{7}$$

和双线性矩阵不等式

$$B(A_{12},A_{21},P_{11},P_{12},P_{22},\gamma)\triangleq$$
$$\begin{bmatrix}\Sigma_{11} & \Sigma_{12} & d_{11} & d_{12}\\ \Sigma_{12}^{\mathrm{T}} & \Sigma_{22} & d_{21} & d_{22}\\ d_{11}^{\mathrm{T}} & d_{21}^{\mathrm{T}} & c_1^{\mathrm{T}}b_1 & 0\\ d_{12}^{\mathrm{T}} & d_{22}^{\mathrm{T}} & 0 & c_2^{\mathrm{T}}b_2\end{bmatrix}<0,\tag{8}$$

则关联 Lurie 控制系统(3)绝对稳定.这里

$$\Sigma_{11}=A_1^{\mathrm{T}}P_{11}+P_{11}A_1+A_{21}^{\mathrm{T}}P_{12}^{\mathrm{T}}+P_{12}A_{21},$$

$$\Sigma_{12}=A_1^{\mathrm{T}}P_{12}+P_{12}A_2+A_{21}^{\mathrm{T}}P_{22}+P_{11}A_{12},$$

$$\Sigma_{22}=A_2^{\mathrm{T}}P_{22}+P_{22}A_2+A_{12}^{\mathrm{T}}P_{12}+P_{12}^{\mathrm{T}}A_{12},$$

$$d_{11}=P_{11}b_1+\frac{1}{2}A_1^{\mathrm{T}}c_1+\frac{1}{2}\gamma c_1,$$

$$d_{12}=P_{12}b_2+\frac{1}{2}A_{21}^{\mathrm{T}}c_2,$$

$$d_{21}=P_{12}^{\mathrm{T}}b_1+\frac{1}{2}A_{12}^{\mathrm{T}}c_1,$$

$$d_{22}=P_{22}b_2+\frac{1}{2}A_2^{\mathrm{T}}c_2+\frac{1}{2}\gamma c_2.$$

证 取 Lyapunov 函数

$$V(x)=\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}P_{11} & P_{12}\\ P_{12}^{\mathrm{T}} & P_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}+$$
$$\int_0^{\sigma_1}f(\sigma_1)\mathrm{d}\sigma_1+\int_0^{\sigma_2}f(\sigma_2)\mathrm{d}\sigma_2,$$

当不等式(7)成立时, $V(x)$ 为正定 Lyapunov 函数(这里 $x = [x_1^T, x_2^T]^T$).

由于矩阵不等式(8)成立时,矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{12}^T & \Sigma_{22} \end{bmatrix} < 0 \tag{9}$$

成立.若记 $A \triangleq \begin{bmatrix} A_1 & A_{12} \\ A_{21} & A_2 \end{bmatrix}$, $P \triangleq \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12}^T & P_{22} \end{bmatrix}$, 则不等式(9)可写为

$$A^T P + PA < 0,$$

因而矩阵 A 为稳定矩阵.其次, Lyapunov 函数系统 $V(x)$ 沿系统(3)的任意轨线对时间的导数为

$$\left.\frac{dV(x)}{dt}\right|_{(3)} =$$

$$[\dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} + f_1(\sigma_1)\dot{\sigma}_1 + f_2(\sigma_2)\dot{\sigma}_2]_{(3)} =$$

$$x^T[A^T P + PA]x + 2x^T P \begin{bmatrix} b_1 f_1(\sigma_1) \\ b_2 f_2(\sigma_2) \end{bmatrix} +$$

$$c_1^T A_1 x_1 f_1(\sigma_1) + c_1^T A_{12} x_2 f_1(\sigma_1) + c_1^T b_1 f_1^2(\sigma_1) +$$

$$c_2^T A_2 x_2 f_2(\sigma_2) + c_2^T A_{12} x_2 f_2(\sigma_2) + c_2^T b_2 f_2^2(\sigma_2) =$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ f_1(\sigma_1) \\ f_2(\sigma_2) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & d_{11} & d_{12} \\ \Sigma_{12}^T & \Sigma_{22} & d_{21} & d_{22} \\ d_{11}^T & d_{21}^T & c_1^T b_1 & 0 \\ d_{12}^T & d_{22}^T & 0 & c_2^T b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ f_1(\sigma_1) \\ f_2(\sigma_2) \end{bmatrix} -$$

$$\gamma\sigma_1 f_1(\sigma_1) - \gamma\sigma_2 f_2(\sigma_2),$$

因而系统(3)绝对稳定.　　证毕.

下面讨论 Lurie 控制系统的协调控制问题.考虑系统(6)在状态反馈控制器(4)和(5)作用下的闭环系统

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_{12}K_{12} \\ B_{21}K_{21} & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 f_1(\sigma_1) \\ b_2 f_2(\sigma_2) \end{bmatrix}. \tag{10}$$

定理 2　若存在实数 $\gamma > 0$, 矩阵 K_{12}, K_{21}, P_{12} 和正定矩阵 P_{11}, P_{22} 满足线性矩阵不等式(7)和双线性矩阵不等式

$$B(K_{12}, K_{21}, P_{11}, P_{12}, P_{22}, \gamma) \triangleq$$

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & d_{11} & d_{12} \\ \Pi_{12}^T & \Pi_{22} & d_{21} & d_{22} \\ d_{11}^T & d_{21}^T & c_1^T b_1 & 0 \\ d_{12}^T & d_{22}^T & 0 & c_2^T b_2 \end{bmatrix} < 0, \tag{11}$$

则关联 Lurie 控制系统(3)绝对稳定.这里

$$\Pi_{11} = A_1^T P_{11} + P_{11}A_1 + K_{21}^T B_{21}^T P_{12}^T + P_{12}B_{21}K_{21},$$

$$\Pi_{12} = A_1^T P_{12} + P_{12}A_2 + K_{21}^T B_{21}^T P_{22} + P_{11}B_{12}K_{12},$$

$$\Pi_{22} = A_2^T P_{22} + P_{22}A_2 + K_{12}^T B_{12}^T P_{12} + P_{12}^T K_{12}B_{12},$$

$$d_{11} = P_{11}b_1 + \frac{1}{2}A_1^T c_1 + \frac{1}{2}\gamma c_1,$$

$$d_{12} = P_{12}b_2 + \frac{1}{2}K_{21}^T B_{21}^T c_2,$$

$$d_{21} = P_{12}^T b_1 + \frac{1}{2}K_{12}^T B_{12}^T c_1,$$

$$d_{22} = P_{22}b_2 + \frac{1}{2}A_2^T c_2 + \frac{1}{2}\gamma c_2.$$

证　该定理的证明与定理 1 类似,只要将定理 1 中的 A_{12} 和 A_{21} 分别用 $B_{12}K_{12}$ 和 $B_{21}K_{21}$ 替代即可.

注 1　在定理 1 和定理 2 中,并没有要求矩阵 A_1, A_2 为渐近稳定矩阵,因而两个非绝对稳定的 Lurie 控制系统是可以通过关联或协调控制来构成绝对稳定的关联大系统的.在下节将给出两个非绝对稳定的 Lurie 控制系统通过关联或协调控制构成绝对稳定关联大系统的例子.

注 2　矩阵不等式(8)为关于矩阵变量 $P_{11}, P_{22}, P_{12}, A_{12}, A_{21}$ 的双线性矩阵不等式,而矩阵不等式(11)为关于矩阵变量 $P_{11}, P_{22}, P_{12}, K_{12}, K_{21}$ 的双线性矩阵不等式.到目前为止,双线性矩阵不等式还没有直接有效的求解方法.目前常用交替算法[26]来求双线性矩阵不等式的可行解.

下面分别讨论求矩阵不等式组(7)和(8),(7)和(11)可行解的计算方法.

首先考虑矩阵不等式(7)和(8)的计算问题,注意到对于给定的 $\gamma > 0$, 当变量 P_{11}, P_{22}, P_{12} 固定时,双线性矩阵不等式

$$B(A_{12}, A_{21}, P_{11}, P_{12}, P_{22}, \gamma) < 0 \tag{12}$$

为关于矩阵变量 A_{12}, A_{21} 的线性矩阵不等式;当 A_{12}, A_{21} 固定时,则为关于矩阵变量 P_{11}, P_{22}, P_{12} 的线性矩阵不等式.若记 $\Lambda(\cdot)$ 为矩阵的最大特征值,则可用如下算法来求矩阵不等式(7)和(8)的可行解.

算法 1　初始化.令 $k = 0$, 给出初始值 $(P_{11}, P_{22}, P_{12}) = (P_{11}^{(0)}, P_{22}^{(0)}, P_{12}^{(0)})$ 满足不等式(7).

循环.令 $k = k + 1$, 求解特征值问题

$$\min_{A_{12}, A_{21}} \Lambda(B(A_{12}, A_{21}, P_{11}^{(k-1)}, P_{22}^{(k-1)}, P_{12}^{(k-1)}))$$

的解 A_{12}, A_{21}, 并记 $(A_{12}^{(k)}, A_{21}^{(k)}) = (A_{12}, A_{21})$;

求解线性矩阵不等式(7)和特征值问题

$$\min_{P_{11}, P_{22}, P_{12}} \Lambda(B(A_{12}^{(k)}, A_{21}^{(k)}, P_{11}, P_{22}, P_{12}))$$

的解 P_{11}, P_{22}, P_{12}, 并记 $(P_{11}^{(k)}, P_{22}^{(k)}, P_{12}^{(k)}) = (P_{11}, P_{22}, P_{12})$.

结束.直到 $B(A_{12}^{(k)}, A_{21}^{(k)}, P_{11}^{(k-1)}, P_{22}^{(k-1)}, P_{12}^{(k-1)}) < 0$ 或 $B(A_{12}^{(k)}, A_{21}^{(k)}, P_{11}^{(k)}, P_{22}^{(k)}, P_{12}^{(k)}) < 0$.

同理,可用如下算法来求矩阵不等式(7)和(11)的可行解.

算法 2 初始化.令 $k=0$,给出初始值$(P_{11}, P_{22}, P_{12})=(P_{11}^{(0)}, P_{22}^{(0)}, P_{12}^{(0)})$满足不等式(7).

循环.令 $k=k+1$,求解特征值问题

$$\min_{K_{12}, K_{21}} \Lambda(B(K_{12}, K_{21}, P_{11}^{(k-1)}, P_{22}^{(k-1)}, P_{12}^{(k-1)}))$$

的解 K_{12}, K_{21},并记$(K_{12}^{(k)}, K_{21}^{(k)})=(K_{12}, K_{21})$;

求解线性矩阵不等式(7)和特征值问题

$$\min_{P_{11}, P_{22}, P_{12}} \Lambda(B(K_{12}^{(k)}, K_{21}^{(k)}, P_{11}, P_{22}, P_{12}))$$

的解 P_{11}, P_{22}, P_{12},并记$(P_{11}^{(k)}, P_{22}^{(k)}, P_{12}^{(k)})=(P_{11}, P_{22}, P_{12})$.

结束.直到 $B(K_{12}^{(k)}, K_{21}^{(k)}, P_{11}^{(k-1)}, P_{22}^{(k-1)}, P_{12}^{(k-1)})<0$ 或 $B(K_{12}^{(k)}, K_{21}^{(k)}, P_{11}^{(k)}, P_{22}^{(k)}, P_{12}^{(k)})<0$.

4 数值例子(Numerical examples)

下面将给出本文结果的两个示例.

例 1 考虑两个 Lurie 控制系统(1)和(2)组成的关联 Lurie 控制系统(3)绝对稳定性问题,假定

$$A_1=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix},\ A_2=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{bmatrix},$$

$$b_1=\begin{bmatrix}-1\\ -1\end{bmatrix},\ b_2=\begin{bmatrix}-0.5\\ -1\end{bmatrix},$$

$$c_1=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix},\ c_2=\begin{bmatrix}1\\ 0.5\end{bmatrix},$$

显然 A_1, A_2 均不稳定,因而 Lurie 控制系统(1)和(2)均非绝对稳定.根据算法 1,当 $\gamma=0.01$ 时,取初值 $P_{11}^0=P_{12}^0=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}, P_{12}=\begin{bmatrix}0.5 & 0\\ 0 & 0.5\end{bmatrix}$,用 MATLAB Toolbox 可求得矩阵不等式(7)和(8)的一组可行解:

$$A_{12}=\begin{bmatrix}-2.1612 & -0.2858\\ 0.0923 & 1.4590\end{bmatrix},$$

$$A_{21}=\begin{bmatrix}1.7494 & -0.7734\\ 0.1288 & -1.1376\end{bmatrix},$$

$$P_{11}=\begin{bmatrix}1.2584 & -0.6214\\ -0.6214 & 1.0263\end{bmatrix},$$

$$P_{22}=\begin{bmatrix}1.8267 & -0.1750\\ -0.1750 & 1.0854\end{bmatrix},$$

$$P_{12}=\begin{bmatrix}1.3109 & 0.2479\\ -0.9047 & 0.6342\end{bmatrix}.$$

例 2 考虑两个 Lurie 控制系统(1)和(2)的协调控制问题,假定

$$A_1=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & -1\end{bmatrix},\ A_2=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & -2\end{bmatrix},$$

$$B_{12}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix},\ B_{21}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix},$$

$$b_1=\begin{bmatrix}-0.5\\ -0.5\\ -0.5\end{bmatrix},\ b_2=\begin{bmatrix}-0.5\\ -1\end{bmatrix},$$

$$c_1=\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 1\end{bmatrix},\ c_2=\begin{bmatrix}0.5\\ 0.5\end{bmatrix}.$$

可以验证,A_1, A_2 均不稳定,因而 Lurie 控制系统(1)和(2)均非绝对稳定.

当 $\gamma=0.01$ 时,取初值 $P_{11}^{(0)}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$, $P_{22}^{(0)}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}, P_{12}^{(0)}=\begin{bmatrix}0.5 & 0\\ 0 & 0.5\\ 0 & 0.1\end{bmatrix}$,用 MATLAB Toolbox 可求得不等式(7)和(11)的一组可行解:

$$K_{12}=\begin{bmatrix}-0.1458 & 0.6521\\ -0.8122 & 1.4594\end{bmatrix},$$

$$K_{21}=\begin{bmatrix}-0.5329 & 0.2399 & -1.9199\\ -0.0289 & 1.7648 & -1.4802\end{bmatrix},$$

$$P_{11}=\begin{bmatrix}1.5657 & -0.7224 & -0.1481\\ -0.7224 & 1.5213 & -0.1475\\ -0.1481 & -0.1475 & 1.4476\end{bmatrix},$$

$$P_{12}=\begin{bmatrix}-0.1547 & 0.2115\\ 0.0388 & 0.6236\\ -0.4633 & 0.5539\end{bmatrix},$$

$$P_{22}=\begin{bmatrix}0.3987 & -0.6266\\ -0.6266 & 1.6200\end{bmatrix}.$$

图 2~5 是当 $f_1(\sigma_1)=\sigma_1^3, f_2(\sigma_2)=4\sigma_2^3 e^{-\sigma_2^2}$ 子系统状态变量随时间的变化曲线图.

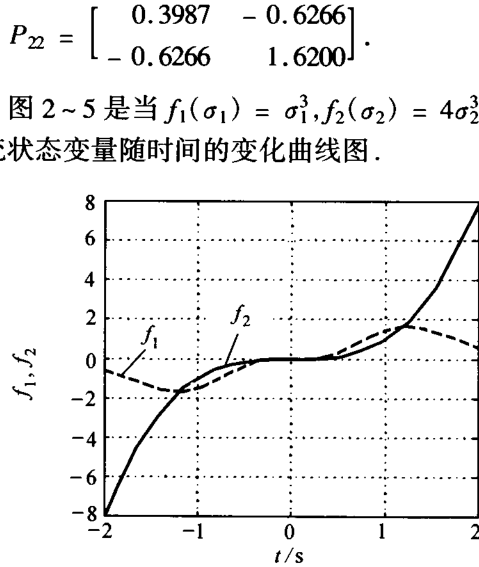

图 2 函数 f_1, f_2 的图像

Fig. 2 Curves of functions f_1 and f_2

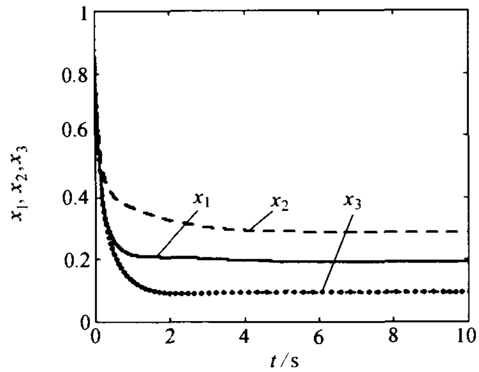

图 3　子系统 I 的状态曲线
Fig. 3　State variables of subsystem I

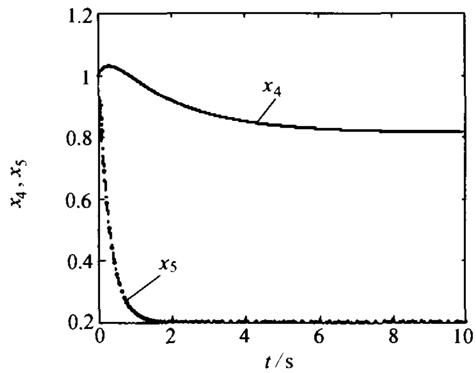

图 4　子系统 II 的状态曲线
Fig. 4　State variables of subsystem II

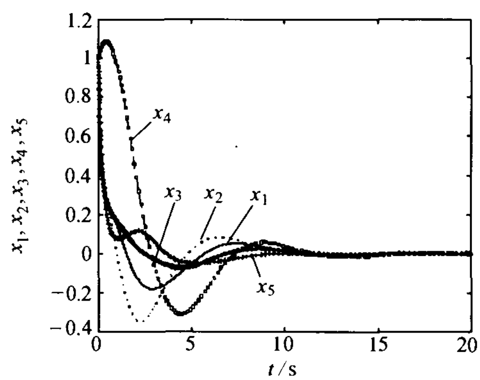

图 5　协调控制系统状态变量的响应曲线
Fig. 5　State responses of harmonious control systems

5　结论(Conclusion)

研究了 Lurie 控制系统的关联绝对稳定性和协调控制问题.研究结果表明:两个非绝对稳定的 Lurie 控制系统可以通过关联或协调控制构成绝对稳定的关联大系统,同时给出了基于双线性矩阵不等式的可用 MATLAB 工具箱求解的计算关联矩阵或设计协调控制器的有效算法.

参考文献(References):

[1]　SILJAK D D. *Large-Scale Dynamic Systems: Stability and Structure* [M]. North-Holland: Amsterdam, 1978.

[2]　MAHMOUD M S, HASSAN M F, DARWISH M G. *Large-Scale Control Systems: Theories and Techniques* [M]. New York: Dekker, 1985.

[3]　SILJAK D D. *Decentralized Control of Complex Systems* [M]. New York: Academic Press, 1991.

[4]　高为炳,霍伟.大系统的稳定性、分散控制及递阶控制基础[M].北京:北京航空航天大学出版社,1994.
(GAO Weibing, HUO Wei. *Foundations of Stability, Decentralized Control and Hierarchical Control of Large-Scale Systems* [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 1994.)

[6]　BAILEY F N. The application of Lyapunov's second method to interconnected systems [J]. *J of SIAM Control*, 1966, 3(3): 443 – 462.

[7]　THOMPSON W E. Exponential stability of interconnected Systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1970, 15(5): 504 – 506.

[8]　ARAKI M, KONDO B. Stability and transient behavior of composite nonlinear systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1972, 17(6): 537 – 541.

[9]　WANG S H, DAVISION E J. On the stabilization of decentralized control systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1973, 18(5): 473 – 478.

[10]　DAVISON E J. The decentralized stabilization and control of a class of unknown nonlinear time-varying systems [J]. *Automatica*, 1974, 10(4): 309 – 366.

[11]　SEZER M E, HUSEYIN O. Stabilization of linear time-invariant interconnected systems using local state feedback [J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics*, 1978, 8(10): 751 – 756.

[12]　IKEDA M, SILJAK D D. On decentrally stabilizable large-scale systems[J]. *Automatica*, 1980, 16(4): 331 – 334.

[13]　SEZER M E, SILJAK D D. On decentralized stabilization and structure of linear large scale systems [J]. *Automatica*, 1981, 17(4): 641 – 644.

[14]　IKEDA M, SILJAK D D, YASUDA K. Optimality of decentralized control for large scale systems [J]. *Automatica*, 1983, 19(4): 309 – 316.

[15]　SHI Z C, GAO W B. Stabilization by decentralized control for large scale interconnected systems [J]. *Large Scale Systems*, 1986, 10(2): 147 – 155.

[16]　DUAN Zhisheng, HUANG Lin, WANG Jinzhi, et al. Harmonic control between two systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(1): 14 – 22.

[17]　DUAN Zhisheng, LIN Huang, LONG Wang, et al. Some applications of small gain theorem to interconnected systems [J]. *Systems & Control Letters*, 2004, 52(2): 263 – 273.

[18]　LURIE A I. *On Some Nonlinear Problems in the Theory of Automatic Control* [M]. London: H. M. Stationery Office, 1951.

[19]　谢惠民.绝对稳定性理论与应用[M].北京:科学出版社,1986.
(XIE Huimin. *Theories and Applications of the Absolute Stability* [M]. Beijing: Science Press, 1986.)

[20] LIAO Xiaoxin. *Absolute Stability of Nonlinear Control Systems* [M]. Beijing: Science Press; Amsterdam: Kluwer Acadmic Press.

[21] 赵素霞.多个执行部件的控制系统的绝对稳定性[J].中国科学,1987,A(8):785 - 792.
(ZHOU Suxia. Absolute stability of control systems with with several stationary components [J]. *Science in China*, 1987, A(8): 785 - 792.)

[22] RAPOPERT L B. Problem of absolute stability of control systems with several nonlinear stationary compositions [J]. *Avtomat Telemekh*, 1987, 1(5): 66 - 74.

[23] HADDAD W W, KAPILA V. Absolute criteria for multiple slope-restricted monotonic nonlinearities [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1995, 40(2): 361 - 363.

[24] 年晓红.具有多个执行机构的 Lurie 控制系统的鲁棒稳定性[J].自动化学报,1998,24(4):562 - 565.
(NIAN Xiaohong. Robust stability for Lurie control systems with several stationary components [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1998, 24(4): 562 - 565.)

[25] 年晓红.具有多个独立执行机构的 Lurie 控制系统的鲁棒稳定性[J].控制理论与应用,1999,16(1):43 - 46.
(NIAN Xiaohong. Robust stability for Lurie control systems with several independent stationary components [J]. *Control Theory & Applications*, 1998, 16(1): 43 - 47.)

[26] GOH K C, TURAN L, SAFONOV M G, et al. Baffine matrix inequality properties and computational methods [C]// *Proc of American Control Conference. Baltimore*, Maryland: [s. n.], 1994: 850 - 855.

作者简介:

年晓红 (1965—),男,教授,1981年、1992年和2004年分别于西北师范大学、山东大学和北京大学获学士、硕士和博士学位,主要研究方向为复杂系统建模与控制、微分对策理论和电力牵引传动控制, E-mail: xhnian@mail.csu.edu.cn;

李鑫滨 (1969—),男,博士,燕山大学电气工程学院副教授,研究方向为非线性系统控制、鲁棒控制、电力系统控制等;

杨 莹(1973—),博士,北京大学力学与工程科学系副教授,主要研究方向为鲁棒控制、复杂非线性系统控制、关联协调控制等;

左志强 (1973—),男,副教授,主要研究方向为鲁棒控制、复杂非线性系统控制等.