

带有干扰的线性时变系统的非线性鲁棒控制

武玉强¹, 顾建忠², 冯纯伯³

(1. 曲阜师范大学 自动化研究所, 山东 曲阜 273165; 2. 烟台师范学院 数学与信息学院, 山东 烟台 264025;

3. 东南大学 自动化研究所, 江苏 南京 210096)

摘要: 研究了含有未知时变参数和有界干扰的单输入单输出线性时变系统的鲁棒控制问题. 系统时变参数只要求光滑有界而不限制为慢时变或参数上界已知. 利用时变的状态变换得到新的动态系统, 基于 Backstepping 方法, 设计出一种非线性鲁棒控制器. 通过适当选择控制器参数, 可以保证闭环系统是全局渐近稳定的. 仿真例子表明了算法的有效性.

关键词: 线性时变系统; 非线性鲁棒控制器; Backstepping 方法

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Nonlinear robust control for linear time-varying systems with disturbances

WU Yu-qiang¹, GU Jian-zhong², FENG Chun-bo³

(1. Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu Shandong 273165, China;

2. School of Mathematic and Information, Yantai Normal University, Yantai Shandong 264025, China;

3. Research Institute of Automation, Southeast University, Nanjing Jiangsu 210096, China)

Abstract: The problem of robust control is considered for single-input single-output linear time-varying systems with unknown time-varying parameters and bounded disturbances. Here the system parameters are only required to be smooth and bounded without the assumption of parameters to be slowly varying or to have known bounds. By means of the global change of coordinates with time-varying parameters, a new dynamic system is obtained to develop the controller design strategy. Based on the backstepping approach, a nonlinear robust controller is proposed. By the proper choice of the controller parameters, the global stability of closed-loop system is guaranteed. A simulation example is given to illustrate the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: linear time-varying systems; nonlinear robust controller; backstepping method

1 引言 (Introduction)

自适应技术可以解决参数不确定线性定常系统的控制器设计问题. 对于线性时不变单输入单输出系统, 文献[1, 2]给出了自适应控制器设计算法, 实现了对有界参考信号的渐近跟踪. 其条件是要求系统参数未知但定常, 无干扰, 最小相位的, 其相对阶, 高频增益的符号及系统的阶的上界都是已知的. 对具有外部干扰和未建模动态的鲁棒自适应算法也有许多研究^[3-5], 这些算法可保证在有界干扰和未建模动态出现时闭环系统的稳定性, 并且当干扰为零时可实现渐近跟踪. 实际系统中很多未知参数是时变的, 处理时变参数的自适应算法得到很多研

究^[7-10]. 在慢时变的条件下, 当系统参数变化逐渐消失时, 自适应算法可以保证闭环信号的有界性和渐近跟踪的性能, 并能提高跟踪误差的暂态特性.

基于 Backstepping 的递推设计方法可以有效地处理具有特殊形式的非线性系统^[6]和时变系统^[8, 9]. 本文在没有假设系统参数是慢时变或参数的界已知的条件下, 利用 Backstepping 的递推方法来设计非线性鲁棒控制器. 控制器的设计中, 应用类似文献[11]处理不确定非完整系统的方法, 不需要辨识系统的时变参数. 所设计的非线性鲁棒控制器保证闭环系统所有信号的有界性. 当系统的干扰 $d(t) \in L_2 \cap L_\infty$ 时, 可以达到系统的动态渐近调节的

目的. 仿真结果进一步表明所设计的鲁棒控制器的有效性.

2 系统描述及变换 (System description and transformation)

考虑如下具有干扰的单输入单输出线性时变系统

$$\begin{cases} \dot{x} = A_c x + a(t)y + b(t)u + d(t), \\ x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}, \\ y = C_c x, y \in \mathbb{R}, \end{cases} \quad (1)$$

其中 $A_c = \begin{bmatrix} 0 & I_{n-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $C_c = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]$.

I_{n-1} 为单位阵, $a(t) = [a_1(t), \dots, a_n(t)]^T \in \mathbb{R}^n$, $b(t) = [b_1(t), \dots, b_n(t)]^T \in \mathbb{R}^n$ 是未知的时变参数向量, $d(t) = [d_1(t), \dots, d_n(t)]^T \in \mathbb{R}^n$ 是未知的时变干扰, 且假设:

i) 对 $t \geq 0$, 系统参数 $a(t)$ 和 $b(t)$ 是光滑有界, 且所需高阶导数也有界;

ii) 当 $d(t) = 0$ 时, 系统(1) 的零动态系统是指数稳定;

iii) $\|d(t)\|$ 有界, 且 $d(t) \in L_2$ (在无穷区间上平方可积);

iv) 系统的相对阶 ρ 、高频增益 $b_p(t)$ 的符号均已知, 且存在正数 b_1, b_2 使得 $b_2 \geq |b_p(t)| \geq b_1 > 0$, $t \geq 0$.

引理^[9] 考虑系统(1), 假设其相对阶 $\rho \geq 2$ (相对阶为1的情况分析和设计是简单的). 给定 $\rho - 1$ 个任意正实数 $\lambda_i, 1 \leq i \leq \rho - 1$, 作如下变换

$$\begin{cases} z_1 = x_1, z_j = x_j - \sum_{i=2}^{\rho} \bar{b}_j[i](t) \sigma_{i-1}, \\ j = 2, 3, \dots, n. \end{cases} \quad (2)$$

其中 σ_{i-1} 是 σ 的第 $i-1$ 个分量, $\sigma \in \mathbb{R}^{\rho-1}$,

$$\dot{\sigma} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & -\lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & -\lambda_{\rho-1} \end{bmatrix} \sigma + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \triangleq \Lambda \sigma + b_A u, \quad (3)$$

$$\bar{b}[\rho](t) = [\bar{b}_1[\rho](t), \dots, \bar{b}_n[\rho](t)]^T = b(t),$$

$$\bar{b}[i-1](t) = A_c \bar{b}[i](t) + \lambda_{i-1} \bar{b}[i](t) - \dot{\bar{b}}[i](t), \quad 2 \leq i \leq \rho.$$

利用上述变换, 则系统(1)变换成

$$\begin{aligned} \dot{z} &= A_c z + \bar{b}[1](t) \sigma_1 + a(t)y + d(t) \triangleq \\ &A_c z + b_p(t)b'(t) \sigma_1 + a(t)y + d(t), \end{aligned}$$

$$\dot{\sigma} = \Lambda \sigma + b_A u, y = C_c z, \quad (4)$$

这里 $b'(t) \in \mathbb{R}^n$ 的第一个分量 $b'_1(t) = 1$. 将系统(4)作如下变换进而得到

$$y = z_1, \eta_j = z_{j+1} - b'_{j+1}(t)z_1, 1 \leq j \leq n-1, \quad (5)$$

$$\dot{y} = \eta_1 + b'_2(t)y + b_p(t)\sigma_1 + a_1(t)y + d_1(t),$$

$$\dot{\eta} = \Gamma(t)\eta + \beta(t)y + \bar{d}(t), \quad (6)$$

$$\dot{\sigma} = \Lambda \sigma + b_A u,$$

其中

$$\Gamma(t) = \begin{bmatrix} -b'_2(t) & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -b'_3(t) & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -b'_{n-1}(t) & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -b'_n(t) & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{d}(t) = \begin{bmatrix} d_2(t) - b'_2(t)d_1(t) \\ d_3(t) - b'_3(t)d_1(t) \\ \vdots \\ d_n(t) - b'_n(t)d_1(t) \end{bmatrix},$$

$$\beta(t) = \begin{bmatrix} b'_3(t) - (b'_2(t))^2 - \dot{b}'_2(t) + a_2(t) - b'_2(t)a_1(t) \\ b'_4(t) - b'_3(t)b'_2(t) - \dot{b}'_3(t) + a_3(t) - b'_3(t)a_1(t) \\ \vdots \\ b'_n(t) - b'_{n-1}(t)b'_2(t) - \dot{b}'_{n-1}(t) + a_{n-1}(t) - \\ b'_{n-1}(t)a_1(t) - b'_n(t)b'_2(t) - \dot{b}'_n(t) + \\ a_n(t) - b'_n(t)a_1(t) \end{bmatrix}.$$

对系统(6), 当 $d(t) = 0$ 时, 该系统的零动态为 $\dot{\eta} = \Gamma(t)\eta$. 因为(3)中的 Λ 是 Hurwitz 矩阵, 变换(2)的系数是有界的, 所以当 $d(t) = 0$ 时, 系统(1)的零动态和系统(6)的零动态的稳定性相同. 故零动态 $\dot{\eta} = \Gamma(t)\eta$ 也是指数稳定的.

3 控制器设计 (Controller design)

下面针对系统(6)利用 Backstepping 方法设计非线性鲁棒控制器. 根据系统(1)的假设条件, $b'_2(t), b_p(t), a_1(t), \Gamma(t), \beta(t)$ 光滑有界. 由 $\bar{d}(t)$ 的定义可知 $d_1(t), \bar{d}_i(t) (i = 1, \dots, n-1)$ 属于 L_2 空间. 对系统(6)作变换

$$\xi_0 = y, \xi_i = \sigma_i - \alpha_{i-1}, 1 \leq i \leq \rho-1, \quad (7)$$

其中 $\alpha_i(t) (i = 0, 1, \dots, \rho-2)$ 是中间控制函数, 将在下面定义. 由系统(6)和变换(7)得

$$\dot{\xi}_0 = \eta_1 + b_p(t)\sigma_1 + \bar{b}_1(t)\xi_0 + d_1(t), \quad (8)$$

其中 $\bar{b}_1(t) = b'_2(t) + a_1(t)$ 是光滑有界的函数. 因为系统(6)的零动态是指数稳定的, 故存在 Lyapunov 函数 $U(\eta) = \eta^T Q \eta$, 使得 $U(\eta)$ 沿 $\dot{\eta} =$

$\Gamma(t)\eta$ 满足

$$\dot{U} \leq -\eta^T D \eta, \quad (9)$$

其中 D 是正定矩阵. 取第一个 Lyapunov 函数为

$$V_0 = \frac{1}{2} \xi_0^2 + \frac{1}{2} \eta^T Q \eta. \quad (10)$$

V_0 沿式(8)的时间导数为

$$\dot{V}_0 = \xi_0 [\eta_1 + b_p(t)(\xi_1 + \alpha_0) + \bar{b}_1(t)\xi_0 + d_1(t)] + \eta^T Q \Gamma(t)\eta + \eta^T Q B(t)y + \eta^T Q \bar{d}(t).$$

因为 $\Gamma(t)$ 是指数稳定的, 由式(9)可得到 $\eta^T Q \Gamma(t)\eta \leq -k' \|\eta\|^2$, 其中 k' 为某正数. 由于上式中的时变系数均有界, 故存在正数 $k_{0i} (i = 1, \dots, 9)$ 使得

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 \leq & k_{01}\eta_1^2 + k_{02}\xi_0^2 + b_p(t)\xi_1^2 + b_p(t)\xi_0^2 + \\ & b_p(t)\alpha_0\xi_0 + \bar{b}_1(t)\xi_0^2 + k_{03}d_1^2(t) + k_{04}\xi_0^2 - \\ & k' \|\eta\|^2 + k_{06}\xi_0^2 + k_{07} \|\eta\|^2 + \\ & k_{08} \|\bar{d}(t)\|^2 + k_{09} \|\eta\|^2, \end{aligned}$$

这里 $k_{0i} > 0 (i = 1, \dots, 9)$, 满足 $z_0\eta_1 \leq k_{01}\eta_1^2 + k_{02}z_0^2$, 取 k_{01} 适当小. 同样使 k_{07}, k_{09} 适当小, 以满足 $k_{01} + k_{07} + k_{09} < k'$. 取

$$\alpha_0 = -k_0\xi_0, \quad (11)$$

其中 k_0 是适当大的正数. 代入 $\dot{V}_0$ 得

$$\dot{V}_0 \leq -k'_0\xi_0^2 - p_0 \|\eta\|^2 + b_p(t)\xi_1^2 + k_{0d} \|d(t)\|^2, \quad (12)$$

其中 k'_0, p_0, k_{0d} 是适当的正数.

一般地, 对第 $i+1$ 个变量 $\xi_i(t) (2 \leq i \leq \rho-2)$, 其中

$$\alpha_{i-1} = -k_{i-1}\xi_{i-1}, \xi_i = \sigma_i - \alpha_{i-1}, 2 \leq i \leq \rho-2. \quad (13)$$

取 Lyapunov 函数 $V_i = \frac{1}{2}\xi_i^2$, 中间控制函数为

$\alpha_i = -k_i\xi_i$, 可得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & k_{ii}\xi_i^2 + k_{i,\eta}\eta_1^2 + k_{i,0}\xi_0^2 + \dots + k_{i,i-1}\xi_{i-1}^2 + \\ & k_{i,d} \|d(t)\|^2 + \xi_{i+1}^2 + \xi_i\alpha_i \leq \\ & -k'_i\xi_i^2 + k_{i,\eta}\eta_1^2 + k_{i,0}\xi_0^2 + \dots + \\ & k_{i,j-1}\xi_{j-1}^2 + k_{i,d} \|d(t)\|^2 + \xi_{i+1}^2. \end{aligned}$$

其中 k_{ij} 如前面第1、第2步等一样在加强不等式时适当选取的正数.

$$k'_i = k_i - k_{i,i}, k_{1\eta} + \dots + k_{i,\eta} < p_0,$$

$$k_{10} + \dots + k_{i,0} < k'_0,$$

$$\sum_{j=1}^i k_{jh} < k'_h (h = 1, \dots, i-1).$$

对最后的 $\rho-1$ 步, 取控制律

$$u = -k_{\rho-1}\xi_{\rho-1}, k_{\rho-1} \gg k_{\rho-2}. \quad (14)$$

取 Lyapunov 函数 $V_{\rho-1} = \frac{1}{2}\xi_{\rho-1}^2$ 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\rho-1} \leq & k_{\rho-1,\rho-1}\xi_{\rho-1}^2 + K_{\rho-1,\eta}\eta_1^2 + k_{\rho-1,0}\xi_0^2 + k_{\rho-1,1}\xi_1^2 + \dots + \\ & k_{\rho-1,\rho-2}\xi_{\rho-2}^2 + k_{\rho-1,d} \|d(t)\|^2 + \xi_{\rho-1}u \leq \\ & -k'_{\rho-1}\xi_{\rho-1}^2 + k_{\rho-1,\eta}\eta_1^2 + k_{\rho-1,0}\xi_0^2 + k_{\rho-1,1}\xi_1^2 + \dots + \\ & k_{\rho-1,\rho-2}\xi_{\rho-2}^2 + k_{\rho-1,d} \|d(t)\|^2, \end{aligned} \quad (15)$$

$$k'_{\rho-1} = k_{\rho-1} - k_{\rho-1,\rho-1}, k_{1\eta} + \dots + k_{\rho-1,\eta} < p_0, \quad (16)$$

$$k_{10} + \dots + k_{\rho-1,0} < k'_0,$$

$$\sum_{j=1}^{\rho-1} k_{jh} < k'_h (h = 1, \dots, \rho-1). \quad (17)$$

下面进行稳定性分析. 对于整个闭环系统, 取 Lyapunov 函数

$$V(t) = V_0(t) + V_1(t) + \dots + V_{\rho-1}(t).$$

由前面各 $\dot{V}_i$ 的形式得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & - (k'_0 - \sum_{j=1}^{\rho-1} k_{j0})\xi_0^2 - (k'_1 - \sum_{j=1}^{\rho-1} k_{j1})\xi_1^2 - \dots - \\ & (k'_{\rho-1} - \sum_{j=1}^{\rho-1} k_{j,\rho-1})\xi_{\rho-1}^2 - (p_0 - \sum_{j=1}^{\rho-1} k_{j\eta}) \|\eta\|^2 + \\ & \sum_{j=0}^{\rho-1} k_{jd} \|d(t)\|^2, \end{aligned} \quad (18)$$

为方便起见记

$$k''_i = k'_i - \sum_{j=1}^{\rho-1} k_{ji}, P = p_0 - \sum_{j=1}^{\rho-1} k_{j\eta}, M = \sum_{j=0}^{\rho-1} k_{jd}.$$

因为 $k'_0, k'_1, \dots, k'_{\rho-1}, p_0$ 是充分大的正常数并满足不等式(16)(17), 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & - (k''_0\xi_0^2 + k''_1\xi_1^2 + \dots + \\ & k''_{\rho-1}\xi_{\rho-1}^2) + M \|d(t)\|^2. \end{aligned} \quad (19)$$

对式(19)两边从 $[t_0, \infty]$ 取积分

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \dot{V}(\tau) d\tau \leq & - \sum_{i=0}^{\rho-1} k''_i \int_0^\infty \xi_i^2(\tau) d\tau + M \int_0^\infty \|d(\tau)\|^2 d\tau. \end{aligned} \quad (20)$$

由 $d(t) \in L_2$, 即 $\int_0^\infty \|d(\tau)\|^2 d\tau < \infty$, 可推出 $V(t)$ 是有界的, 以及 $\xi_i \in L_2 \cap L_\infty, \dot{\xi}_i \in L_\infty (i = 0, 1, \dots, \rho-1), \alpha_i \in L_\infty, \sigma_i \in L_\infty, u \in L_2 \cap L_\infty$. 所以 $\lim_{t \rightarrow \infty} \xi_i(t) = 0, (i = 0, 1, \dots, \rho-1), \lim_{t \rightarrow \infty} \alpha_i(t) = 0, (i = 0, 1, \dots, \rho-2)$, 并根据控制律的定义(14) 知 $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = 0$. 进而得到 $\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_i(t) = 0, (i = 1, \dots, \rho-1), \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$. 由此可得系统(6)是全局渐近稳定的.

由 (A_c, C_c) 完全可观测, 取向量 K_c 使得 $A_c -$

$K_c C_c$ 是 Hurwitz 矩阵, 把系统(1)写成

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_c - K_c C_c)x + a(t)y + b(t)u + K_c y + d(t), \\ y = C_c x. \end{cases} \quad (21)$$

取 Lyapunov 函数 $U = x^T G x$, 其中 $(A_c - K_c C_c)^T G + G(A_c - K_c C_c) = -S$, S, G 为正定矩阵. 求得

$$\begin{aligned} \dot{U}(t) = & -x^T S x + 2x^T G(a(t) + K_c)y(t) + \\ & 2x^T G b(t)u(t) + 2x^T G d(t). \end{aligned}$$

因 $a(t), b(t)$ 都是有界的, 则存在正数 $l_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 使得

$$\dot{U}(t) \leq -l_1 x^T x + l_2 y^2(t) + l_3 u^2(t) + l_4 \|d(t)\|^2. \quad (22)$$

由前面的推导知 $y(t) \in L_2, u(t) \in L_2$, 且 $\|d(t)\| \in L_2$ 类似(19), (20)的分析可得系统(1)的输入 $u(t)$, 状态 $x(t)$, 输出 $y(t)$ 收敛到零, 且 $y(t) \in L_2, u(t) \in L_2, x(t) \in L_2$. 以上分析综合成下面定理

定理 对系统(1), 假设 i) ~ iv) 满足, 作如引理和式(5)的变换, 中间控制函数为(11), (13), 控制律为(14), 通过适当选取正数 $k_i (i = 0, 1, \dots, \rho - 1)$, 闭环系统是全局渐近稳定的, 且 $y(t) \in L_2, u(t) \in L_2, x(t) \in L_2$.

4 仿真例子 (Simulation example)

研究如下具有干扰的单输入单输出线性时变系统:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_3(t) \end{bmatrix} x_1 + \\ &\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ b_3(t) \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_3(t) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}.$$

其中 $a_3(t) = -\cos t, b_3(t) = 2 + \sin t, d_3(t) = 1/(1+t^2)$. 可验证该系统满足假设 i) ~ iv). 任给定 $\lambda = 1 > 0$, 根据引理并作变换得到

$$\dot{y} = b_2'(t)y + \eta_1 + b_2(t)\sigma_1,$$

$$\dot{\eta} = \beta(t)y + \Gamma(t)\eta + \bar{d}(t),$$

$$\dot{\sigma}_1 = -\sigma_1 + u,$$

$$\beta(t) = \begin{bmatrix} -7 - 5\sin t - 2\cos t - \sin^2 t \\ -6 - 6\sin t - \sin^2 t + \cos t + \cos t \sin t \end{bmatrix},$$

$$\Gamma(t) = \begin{bmatrix} -(3 + \sin t) & 1 \\ -(2 + \sin t - \cos t) & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{d}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/(1+t^2) \end{bmatrix}.$$

利用本文设计思想, 求得 $u = -k_0 k_1 y - k_1 \sigma_1$, ($k_0 = 2.5, k_1 = 100$), 保证系统输出 $y(t)$, 状态 $x(t)$ 及控制律 $u(t)$ 均趋于零, 即闭环系统是全局渐近稳定的. 图1至图3分别给出系统状态, 输出以及控制律的变化曲线.

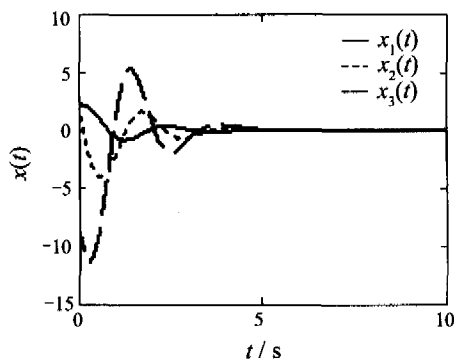


图1 系统状态 $x(t)$ 变化曲线

Fig. 1 Curves of system states

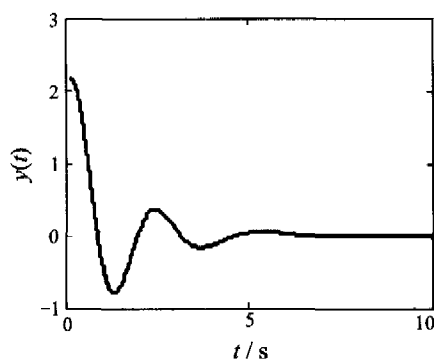


图2 系统输出 $y(t)$ 变化曲线

Fig. 2 Output signal $y(t)$ of the system

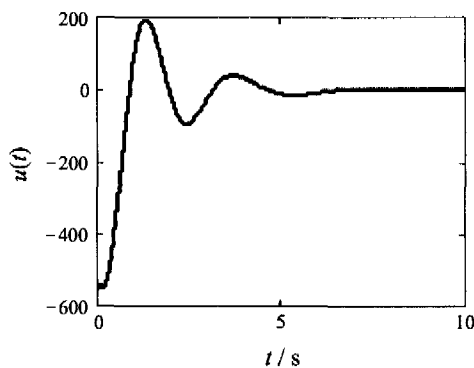


图3 控制律 $u(t)$ 变化曲线

Fig. 3 Curve of control signal $u(t)$

5 结论 (Conclusion)

对于具有干扰的单输入单输出线性时变系统, 在没有系统参数是慢时变的假设下, 本文给出了一

种新的控制器设计方案. 这种基于 Backstepping 方法设计出来的非线性鲁棒控制器可以保证闭环系统所有信号的有界性和闭环系统的渐近稳定性. 此外, 当外界干扰 $d(t) \in L_2 \cap L_\infty$ 时, 它对调节误差的影响可逐渐衰减, 从而实现系统输出达到调整的目的. 本文对利用状态方程(1)描述的线性时变系统提出的非线性鲁棒控制方案, 也能用来处理文献[9]中的直流电机的线性时变系统的模型以及文献[10]中利用线性时变微分算子描述的系统.

参考文献(References):

- [1] MORSE A S. Global stability of parameter adaptive control systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1980, 25(3): 433 - 439.
- [2] NARENDRA K S, LIN Y H, VALAVANI L S. Stable adaptive controller design-Part II: Proof of stability[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1980, 25(3): 440 - 448.
- [3] KREISSELMEIER G, NARENDRA K S. Stable model reference adaptive control in the presence of bounded disturbances [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1982, 27(6): 1169 - 1175.
- [4] IOANNOU P A. Robust adaptive controller with zero residual tracking error [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1986, 31(8): 773 - 776.
- [5] IOANNOU P A, SUN I. *Robust Adaptive Control* [M]. New Jersey: Prentice-Hall Inc. A Simon & Schuster Company, 1996.
- [6] KRSTIC M, KANELLAPOULOS I, KOKOTOVIC P V. Nonlinear design of adaptive controllers for linear systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(4): 738 - 752.
- [7] TSAKALIS K S, IOANNOU P A. Adaptive control of linear time-varying plants [J]. *Automatica*, 1987, 23(3): 459 - 468.
- [8] ZHANG Y, IOANNOU P A. Adaptive control of linear time-varying systems [C] // *Proc of IEEE Conf on Decision and Control*. Kobe, Japan: IEEE Press, 1996: 837 - 842.
- [9] MARINO R and TOMEI P. Robust adaptive regulation of linear time varying systems [J]. *IEEE Trans on Automatic control*, 2000, 45(7): 1301 - 1311.
- [10] TSAKALIS K S, IOANNOU P A. *Linear Time Varying Systems: Control and Adaptation* [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1993.
- [11] JIANG Zhong-Ping. Robust exponential regulation of nonholonomic systems with uncertainties [J]. *Automatica*, 2000, 36(2): 189 - 209.

作者简介:

武玉强 (1962—), 男, 曲阜师范大学自动化研究所教授, 东南大学自动控制系统控制理论与控制工程专业博士生导师, 研究方向为变结构控制、非线性系统控制与自适应控制, E-mail: wyq@mail.qfnu.edu.cn;

顾建忠 (1977—), 女, 2003 年在曲阜师范大学自动化研究所获硕士学位, 现为烟台师范学院数学与信息学院教师, 研究方向为时变系统控制与自适应控制;

冯纯伯 (1928—), 男, 现为东南大学教授, 俄罗斯自然科学院外籍院士, 中国科学院院士, 目前主要从事混合系统的建模与控制, 非线性控制, 自适应控制, 鲁棒控制, 智能化控制理论及应用等方面的研究.