第23卷第2期
2006年4月
控制理论与应用
Control Theory & Applications
Vol. 23 No. 2
Apr. 2006

文章编号：1000-8152(2006)02-0221-04

随机中立型泛函微分方程的Lasalle定理

沈 轶，江明辉，廖晓昕
（华中科技大学 控制科学与工程系，湖北 武汉 430074）

摘要：随机型的Lasalle定理是研究随机系统的稳定性的重要理论工具．本文应用Itô公式、半鞅收敛定理与kolmogorov-Čentsov定理等随机分析知识，以及Hölder不等式等技巧，首次建立了一般随机中立型泛函微分方程的Lasalle定理，由此得到一些有用的随机稳定性判据．本文所建立的结果涵盖并推广了已有文献的结论．最后给出了一个例子说明本文结果的有效性．

关键词：半鞅收敛定理；Lasalle定理；Itô公式
中图分类号：TP13　　**文献标识码**：A

Lasalle-type theorems for neutral stochastic functional differential equations

SHEN Yi, JIANG Ming-hui, LIAO Xiao-xin
(Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan Hubei 430074, China)

Abstract: The stochastic-type Lasalle theorem is an important tool for investigating the stability of stochastic systems. This paper establishes the Lasalle-type theorems for general neutral stochastic functional differential equations by using Itô formula, semi-martingale convergence theorem, kolmogorov-Čentsov theorem and Hölder inequality, etc. From these theorems it follows many useful criteria on the stochastic stability. The results imply and generalize those existing conclusions in references. In the end, an example is given for illustration.

Key words: semi-martingale convergence theorem; Lasalle-type theorem; Itô formula

1 引言(Introduction)

1892年Lyapunov引入了动力系统的稳定性概念，并且开创了稳定性理论研究的有力工具——Lyapunov第二方法，在过去的一个世纪，Lyapunov第二方法被许多学者进行了深入的研究，同时其方法也广泛应用于工程领域．这些研究中一项重要的工作是Lasalle在文献[1,2]中对非自治系统建立了确定其极限集的Lasalle定理．另一方面，自20世纪50年代Itô引入随机积分后，随机系统的稳定性理论得到迅速发展，特别是应用Lyapunov第二方法研究随机稳定性，但是关于随机型的Lasalle定理直到1999年才有人开始研究．文献[3]建立了随机微分方程的Lasalle定理，文献[4]建立了随机泛函微分方程的Lasalle定理，而关于随机中立型泛函微分方程的Lasalle定理却没有人研究．本文的目的就是建立一般随机中立型泛函微分方程的Lasalle定理，本文的结果包含了文献[3,4]所建立随机微分方程与随机泛函微分方程的Lasalle定理作为其特殊情况．

本文采用以下记号：记$(\Omega,F,\{F_t\}_{t\geqslant0},P)$为一个带有自然流$\{F_t\}_{t\geqslant0}$的完备概率空间，$B(t)=(B_1(t),B_2(t),\cdots,B_m(t))^{\mathrm T}$是定义于该空间上的$m$维标准布朗运动．$|\cdot|$为定义于$\mathbb{R}^n$上的Euclidean范数．设$\tau>0$，$\psi$：$[-\tau,0]\to\mathbb{R}^n$为连续函数，具有上确界范数$\|\varphi\|=\sup\limits_{-\tau\leqslant\theta\leqslant0}|\varphi(\theta)|$，$C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$记为连续$\psi$函数族．$C_{F_0}^b([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$表示$F_0$可测的有界的$C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$-值随机变量$\xi$族且有$\xi=\{\xi(\theta):-\tau\leqslant\theta\leqslant0\}$．本文约定$W([-\tau,0];\mathbb{R}_+)=\{\alpha\in C([-\tau,0];\mathbb{R}_+)\,|\int_{-\tau}^0\alpha(t)\mathrm dt=1\}$表示权函数，$L^1(\mathbb{R}_+;\mathbb{R}_+):=\{\gamma:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}^+\,|\int_0^\infty\gamma(t)\,\mathrm dt<\infty\}$表示正的可积函数族，$K=\{\mu\in C(\mathbb{R}_+;\mathbb{R}_+)\mid\mu(0)=0,\mu$单调增加$\}$，$K_\infty=\{\mu\in K\,|\lim\limits_{r\to\infty}\mu(r)=\infty\}$．

考虑如下随机中立型泛函微分方程：

收稿日期：2004-04-29；收修改稿日期：2005-06-24．
基金项目：国家自然科学基金资助项目(60074008,60574025)；湖北省自然科学基金资助项目(2004ABA055)．

$$d(x(t)-G(x_t))=f(t,x_t)\,dt+g(t,x_t)\,dB(t). \tag{1}$$

在 $t=0$ 时初始条件

$$\{x(\theta):-\tau\leqslant\theta\leqslant 0\}=\xi\in C^b_{F_0}([-\tau,0];\mathbb{R}^n).$$

这里

$$f:\mathbb{R}_+\times C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)\to\mathbb{R}^n,$$
$$g:\mathbb{R}_+\times C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)\to\mathbb{R}^{n\times m},$$
$$G:C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)\to\mathbb{E}^n,$$

$x_t=\{x(t+\theta):-\tau\leqslant\theta\leqslant 0\}$ 是 $C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$-值随机过程,若$f,g$与$G$满足下列基本假设:

H) f 和 g 是 Borel 可测函数,对任意 $l=1,2,\cdots$,存在 $c_l>0$ 满足

$$|f(t,\varphi_1)-f(t,\varphi_2)|\vee|g(t,\varphi_1)-g(t,\varphi_2)|\leqslant c_l\|\varphi_1-\varphi_2\|.$$

其中:$\forall t\geqslant 0,\varphi_1,\varphi_2\in C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$ 满足 $\|\varphi_1\|\vee\|\varphi_2\|\leqslant l$,并且还存在常数$c>0$使得对任意$(t,\varphi)\in\mathbb{R}_+\times C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$有下式成立:

$$|f(t,\varphi)|\vee|g(t,\varphi)|\leqslant c(1+\int_{-\tau}^0|\varphi(\theta)|\,d\theta).$$

同时存在 $k\in(0,1)$, $\alpha\in W([-\tau,0];\mathbb{R}_+)$,使 $\forall_{\varphi_1,\varphi_2}\in C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$ 有

$$|G(\varphi_1)-G(\varphi_2)|\leqslant k\int_{-\tau}^0\alpha(\theta)|\varphi_1(\theta)-\varphi_2(\theta)|\,d\theta,\ G(0)=0. \tag{2}$$

由文献[5]知,在条件 H)之下,方程(1) 在$t\geqslant-\tau$时有唯一连续解,记为$x(t;\xi)$,且任意$p>0$,在$t\geqslant 0$时满足

$$E[\sup_{-\tau\leqslant s\leqslant t}|x(s;\xi)|^p]<\infty.$$

令 $C^{1,2}(\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n;\mathbb{R}_+)$ 表示对 t 一次连续可微对 x 二次连续可微的非负函数 $V(t,x)$ 的全体. 对任意 $V(t,x)\in C^{1,2}(\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n;\mathbb{R}_+)$,定义

$$V_t(t,x)=\frac{\partial V(t,x)}{\partial t},$$
$$V_x(t,x)=\Big(\frac{\partial V(t,x)}{\partial x_1},\frac{\partial V(t,x)}{\partial x_2},\cdots,\frac{\partial V(t,x)}{\partial x_n}\Big),$$
$$V_{xx}(t,x)=\Big(\frac{\partial^2 V(t,x)}{\partial x_i\partial x_j}\Big)_{n\times n}.$$

进一步定义 $LV:\mathbb{R}_+\times C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)\to\mathbb{R}$ 如下:

$$LV(t,\varphi)=V_t(t,\varphi(0)-G(\varphi))+V_x(t,\varphi(0)-G(\varphi))f(t,\varphi)+\frac{1}{2}\mathrm{tr}[g^{\mathrm T}(t,\varphi)V_{xx}(t,\varphi(0)-G(\varphi))g(t,\varphi)].$$

2 Lasalle 定理(Lasalle theorem)

定理 1 设存在函数 $V\in C^{1,2}(\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n;\mathbb{R}_+)$, $\gamma\in L^1(\mathbb{R}_+;\mathbb{R}_+)$, $w\in(\mathbb{R}^n;\mathbb{R}_+)$,使 $\forall(t,x,\varphi)\in\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n\times C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$,有

$$LV(t,\varphi)\leqslant\gamma(t), \tag{3}$$

$$LV(t,\varphi)\leqslant\gamma(t)-w(\varphi(0))+|V_x(t,\varphi(0)-G(\varphi))g(t,\varphi)|^2, \tag{4}$$

$$\lim_{|x|\to\infty}[\inf_{t\geqslant 0}V(t,x)]=\infty, \tag{5}$$

且设任意 $\xi\in C^b_{F_0}([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$,都存在$p>2$使得方程(1) 的解 $x(t,\xi)$ 满足

$$\sup_{-\tau\leqslant t<\infty}E|x(t;\xi)|^p<\infty, \tag{6}$$

则 $\ker w=\{x\in\mathbb{R}^n:w(x)=0\}\neq\phi$(空集),且

$$\lim_{t\to\infty}d(x(t;\xi),\ker w)=0,\ \text{a.s.} \tag{7}$$

即方程(1)的解以概率 1 渐近收敛于 $\ker w$.

应用半鞅收敛定理[6]与 Kolmogorov-Čentsov 定理[7]可证明定理 1,证明略.

注 1 定理 1 中条件(5)是通常文献中所说的径向无界条件,它是易验证的,而定理 1 中条件(6)因涉及到方程(1)的解,在应用中是难验证的,但是在定理 1 的证明中,条件(6)仅用来证明 $\int_0^t g(s,x_s)dB(s)$ 在$[0,+\infty)$上一致连续 a.s.. 因此任何使 $\int_0^t g(s,x_s)dB(s)$ 在$[0,+\infty)$上一致连续 a.s. 的条件均可以用来取代条件(6),例如可用 g 有界来代替. 同时条件(6)也可以用下面引理 1 代替.

引理 1 设 $p\geqslant 1$,且存在函数 $V\in C^{1,2}(\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n;\mathbb{R}_+)$, $\gamma\in L^1(\mathbb{R}_+;\mathbb{R}_+)$,凸函数$\mu\in K_\infty$,使 $\forall(t,x,\varphi)\in\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n\times C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$,有

$$LV(t,\varphi)\leqslant\gamma(t), \tag{8}$$

$$\mu(|x|^p)\leqslant V(t,x), \tag{9}$$

则对任意$\xi\in C^b_{F_0}([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$,方程(1) 的解$x(t,\xi)$有

$$\sup_{-\tau\leqslant t<\infty}E|x(t;\xi)|^p<\infty.$$

证明略.

由注 1、引理 1 与定理 1,有如下结论:

推论 1 设存在函数 $V\in C^{1,2}(\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n;\mathbb{R}_+)$, $\gamma\in L^1(\mathbb{R}_+;\mathbb{R}_+)$, $w\in(\mathbb{R}^n;\mathbb{R}_+)$,使 $\forall(t,x,\varphi)\in\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n\times C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$,有

$$LV(t,\varphi)\leqslant\gamma(t),$$
$$LV(t,\varphi)\leqslant\gamma(t)-w(\varphi(0))+|V_x(t,\varphi(0)-G(\varphi))g(t,\varphi)|^2,$$

且

i) 存在凸函数 $\mu\in K_\infty$, $p>2$, 使 $\forall(t,$

$x)\in\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n$,有

$$\mu(|x|^p)\leqslant V(t,x);$$

ii) g 有界,且 $\lim\limits_{|x|\to\infty}[\inf\limits_{t\geqslant0}V(t,x)]=\infty$.

若条件 i) 与 ii) 满足其一,则 $\ker w=\{x\in\mathbb{R}^n: w(x)=0\}\neq\phi$ 且任意 $\xi\in C^b_{F_0}([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$,方程 (1) 的解 $x(t,\xi)$ 满足

$$\lim_{t\to\infty}d(x(t;\xi),\ker w)=0,\ \text{a.s.}.$$

定理 2　设存在函数 $V\in C^{1,2}(\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n;\mathbb{R}_+)$,$\gamma\in L^1(\mathbb{R}_+;\mathbb{R}_+)$,$w_1,w_2\in C(\mathbb{R}^n;\mathbb{R}_+)$,$\alpha\in W([-\tau,0];\mathbb{R}_+)$,使 $\forall(t,x,\varphi)\in\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n\times C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$,有

$$LV(t,\varphi)\leqslant\gamma(t)-w_1(\varphi(0))+\int_{-\tau}^0\alpha(\theta)w_2(\varphi(\theta))\mathrm{d}\theta,$$

$$w_1(x)\geqslant w_2(x),$$

且满足定理 1 中条件(5)与(6),则对任意 $\xi\in C^b_{F_0}([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$,方程(1) 的解 $x(t,\xi)$ 满足

$$\lim_{t\to\infty}d(x(t;\xi),\ker(w_1-w_2))=0,\ \text{a.s.}.$$

证明略.

注 2　若方程(1) 中 $G=0$,定理 2 则变成文献[4] 中的主要结论定理2.4;若方程(1) 中 $G=0$,x_t 用 $x(t)$ 来代替,定理 2 中 $w_2=0$,则定理 2 变成文献[3] 中的主要结果定理 2.1.

注 3　同样定理 2 中条件(6) 仅用来证明 $\int_0^t g(s,x_s)\mathrm{d}B(s)$ 在 $[0,+\infty)$ 上一致连续 a.s.. 因此任何使 $\int_0^t g(s,x_s)\mathrm{d}B(s)$ 在 $[0,+\infty)$ 上一致连续 a.s. 的条件均可以用来取代条件(6),例如可用 g 有界来代替. 同时条件(6) 可用下面的引理 2 来代替.

引理 2　设 $p\geqslant1$,且存在函数 $V\in C^{1,2}(\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n;\mathbb{R}_+)$,$\gamma\in L^1(\mathbb{R}_+;\mathbb{R}_+)$,$w_1,w_2\in(\mathbb{R}^n;\mathbb{R}_+)$,$\alpha\in W([-\tau,0];\mathbb{R}_+)$,凸函数 $\mu\in K_\infty$,使 $\forall(t,x,\varphi)\in\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n\times C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$,有

$$LV(t,\varphi)\leqslant$$

$$\gamma(t)-w_1(\varphi(0))+\int_{-\tau}^0\alpha(\theta)w_2(\varphi(\theta))\mathrm{d}\theta,$$

$$w_1(x)\geqslant w_2(x),\ \mu(|x|^p)\leqslant V(t,x),$$

则对任意 $\xi\in C^b_{F_0}([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$,方程(1) 的解 $x(t,\xi)$ 有

$$\sup_{-\tau\leqslant t<\infty}\mathrm{E}|x(t;\xi)|^p<\infty.$$

证明略.

由注 3、引理 2 与定理 2,有如下结论:

推论 2　设 $p\geqslant1$,且存在函数 $V\in C^{1,2}(\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n;\mathbb{R}_+)$,$\gamma\in L^1(\mathbb{R}_+;\mathbb{R}_+)$,$w_1,w_2\in C(\mathbb{R}^n;\mathbb{R}_+)$,$\alpha\in W([-\tau,0];\mathbb{R}_+)$,使 $\forall(t,x,\varphi)\in\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n\times C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$,有

$$LV(t,\varphi)\leqslant\gamma(t)-w_1(\varphi(0))+\int_{-\tau}^0\alpha(\theta)w_2(\varphi(\theta))\mathrm{d}\theta,$$

$$w_1(x)\geqslant w_2(x),$$

且

i) 存在凸函数 $\mu\in K_\infty$,$p>2$,使 $\forall(t,x)\in\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n$,有

$$\mu(|x|^p)\leqslant V(t,x);$$

ii) g 有界,且 $\lim\limits_{|x|\to\infty}[\inf\limits_{t\geqslant0}V(t,x)]=\infty$.

若条件 i) 与 ii) 满足其一,则 $\ker w=\{x\in\mathbb{R}^n: w(x)=0\}\neq\phi$ 且任意 $\xi\in C^b_{F_0}([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$,方程 (1) 的解 $x(t;\xi)$ 满足

$$\lim_{t\to\infty}d(x(t;\xi),\ker w)=0,\ \text{a.s.}.$$

3　例子(Example)

例　设 $(B_1(t),B_2(t))$ 是二维标准布朗运动,考虑二维随机中立型泛函微分方程

$$\begin{cases}\mathrm{d}\left(x_1(t)-\dfrac{1}{2\tau}\displaystyle\int_{-\tau}^0x_1(t+\theta)\mathrm{d}\theta\right)=\\-x_1(t)\mathrm{d}t+\sqrt{\mathrm{e}^{-t}}\sin x_2(t-\tau)\mathrm{d}B_1(t),\\\mathrm{d}\left(x_2(t)-\dfrac{1}{2\tau}\displaystyle\int_{-\tau}^0x_2(t+\theta)\mathrm{d}\theta\right)=\\-x_2(t)\mathrm{d}t+\sqrt{\mathrm{e}^{-t}}\cos x_1(t-\tau)\mathrm{d}B_2(t).\end{cases}$$

取

$$V(t,x)=|x|^2,\ \gamma(t)=2\mathrm{e}^{-t},$$

$$w_1(x)=\frac{3}{2}(x_1^2+x_2^2),$$

$$w_2(x)=\frac{1}{2}(x_1^2+x_2^2),$$

$$\tau=0.02,\ x=(x_1,x_2)^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^2,$$

$$\varphi\in C([-\tau,0];\mathbb{R}^2),\ \varphi=(\varphi_1,\varphi_2)^{\mathrm{T}}.$$

因为

$$LV(t,\varphi)=$$

$$2\left(\varphi_1(0)-\frac{1}{2\tau}\int_{-\tau}^0\varphi_1(\theta)\mathrm{d}\theta\right)(-\varphi_1(0))+2\left(\varphi_2(0)-\frac{1}{2\tau}\int_{-\tau}^0\varphi_2(\theta)\mathrm{d}\theta\right)(-\varphi_2(0))+\mathrm{e}^{-t}(\sin^2\varphi_2(-\tau)+\cos^2\varphi_1(-\tau))\leqslant$$

$$2\mathrm{e}^{-t}-2(\varphi_1^2(0)+\varphi_2^2(0))+$$

$$\frac{1}{\tau}\varphi_1(0)\int_{-\tau}^0\varphi_1(\theta)\mathrm{d}\theta+\frac{1}{\tau}\varphi_2(0)\int_{-\tau}^0\varphi_2(\theta)\mathrm{d}\theta\leqslant$$

$$2\mathrm{e}^{-t}-\frac{3}{2}(\varphi_1^2(0)+\varphi_2^2(0))+$$

$$\frac{1}{2\tau^2}(\int_{-\tau}^{0}\varphi_1(\theta)\mathrm{d}\theta)^2+\frac{1}{2\tau^2}(\int_{-\tau}^{0}\varphi_2(\theta)\mathrm{d}\theta)^2\leqslant$$

$$2\mathrm{e}^{-t}-\frac{3}{2}(\varphi_1^2(0)+\varphi_2^2(0))+$$

$$\frac{1}{2\tau^2}(\int_{-\tau}^{0}1^2\mathrm{d}\theta\int_{-\tau}^{0}\varphi_1^2(\theta)\mathrm{d}\theta+\int_{-\tau}^{0}1^2\mathrm{d}\theta\int_{-\tau}^{0}\varphi_2^2(\theta)\mathrm{d}\theta)\leqslant$$

$$2\mathrm{e}^{-t}-\frac{3}{2}(\varphi_1^2(0)+\varphi_2^2(0))+$$

$$\int_{-\tau}^{0}\frac{1}{\tau}\cdot\frac{1}{2}(\varphi_1^2(\theta)+\varphi_2^2(\theta))\mathrm{d}\theta,$$

令 $\alpha(\theta)=\tau^{-1}$, 而 $g=(\sqrt{\mathrm{e}^{-t}}\sin x_2(t-\tau), \sqrt{\mathrm{e}^{-t}}\cos x_1(t-\tau))^{\mathrm{T}}$ 有界,且 $\ker w=\{x\in\mathbb{R}^n; w_1(x)-w_2(x)=0\}=\{0\}$,则由推论2,对任意 $\xi\in C_{F_0}^{b}([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$,有

$$\lim_{t\to\infty}x_1(t;\xi)=\lim_{t\to\infty}x_2(t;\xi)=0, \text{a.s.}.$$

参考文献(References):

[1] LASALLE J P. Stability theory of ordinary differential equations [J]. *J of Differential Equations*, 1968, 4(2): 57-65.

[2] HALE J K, LUNEL S M V. *Introduction to Functional Differential Equations* [M]. New York: Springer-Verlag, 1993.

[3] MAO X. Stochastic versions of the The LaSalle-type theorem [J]. *J of Differential Equations*, 1999, 153(3): 175-195.

[4] MAO X. The LaSalle-type theorems for stochastic functional differential equations [J]. *Nonlinear Studies*, 2000, 7(2): 307-328.

[5] MAO X. *Stochastic Differential Equations and Applications* [M]. UK: Horwood, 1997.

[6] LIPTSER R S, Shiryayev A N. *Theory of Martingales* [M]. Dordrecht: Kluwer Academic, 1989.

[7] KARATZA S I, SHREVE S E. *Brownian Motion and Stochastic Calculus* [M]. Berlin: Springer Verlag, 1991.

作者简介:

沈 轶 (1964—),男,教授,1998年获华中科技大学工学博士学位,1999年至2001年在华中科技大学从事博士后研究工作,主持国家自然科学基金2项,中国博士后科学基金1项,研究领域为随机系统、神经网络,E-mail: Lhfu@hust.edu.cn;

江明辉 (1968—),男,博士研究生,副教授,已发表论文10余篇,研究领域为随机系统、神经网络,E-mail: jmh1239@sina.com;

廖晓昕 (1938-),男,教授,博士生导师,研究方向为非线性系统、神经网络,E-mail: Xiaoxin_liao@hotmail.com.

(上接第220页)

[8] 谢胜利,谢振东,刘永清,等. 滞后抛物型控制系统的变结构控制[J]. 控制与决策,1997, 12(3): 246-250.
(XIE Shengli, XIE Zhendong, LIU Yongqing, et al. Variable structure control of parabolic type control system with delay [J]. *Control and Decision*, 1997, 12(3): 247-251.)

[9] 谢振东,谢胜利,刘永清. 滞后关联分布参数系统的分散变结构控制[J]. 自动化学报,1999,25(6):805-810.
(XIE Zhendong, XIE Shengli, LIU Yongqing. Design of decentralized variable structure controller of large-scale distributed parameter system with delay [J]. *Acta Automatica Sinca*, 1999, 25(6): 805-810.)

[10] 崔宝同. 时滞分布参数系统的振动、稳定与控制[D]. 广州:华南理工大学,2003.
(CUI Baotong. *Oscillation, stability and control of distributed paràmeter systems with delays* [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2003.)

[11] BOUBAKER O, BABARY J P. On SISO and MIMO variable structure control of nonlinear distributed parameter systems: application to fixed bed reactors [J]. *J of Process Control*, 2003, 13(8): 729-737.

[12] 陈显强,赵怡. 一类分布参数系统的反馈能稳性[J]. 控制理论与应用,2003,20(6):879-883.
(CHEN Xianqiang. ZHAO Yi. Feedback stabilization of a class of distributed parameter systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(6): 879-883.)

[13] BOYD S, EI GHAOUI L, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory* [M]. Philadephia: SIAM, 1994.

[14] SANCHEZ E N, PEREZ J P. Input-to-state stability analysis for dynamic NN [J]. *IEEE Trans on Circuits Systems*-Ⅰ, 1999, 46(11): 1395-1398.

[15] 廖晓昕. 动力系统的稳定性理论和应用[M]. 北京:国防工业出版社,2000.
(LIAO Xiaoxin. *Theory and Application of Stability for Dynamical Systems* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2000.)

作者简介:

罗毅平 (1966—),男,华南理工大学控制理论与控制工程专业博士研究生,教授,近期主要从事神经网络动力学行为与分布参数系统的控制理论、方法及应用研究,E-mail: lyp8688@sohu.com;

邓飞其 (1962—),男,华南理工大学自动化学院教授,博士生导师,主要研究领域为复杂非线性系统的控制理论、方法及应用,E-mail: aufqdeng@scut.edu.cn.