第23卷第2期
2006年4月

控制理论与应用
Control Theory & Applications

Vol. 23 No. 2
Apr. 2006

文章编号：1000-8152(2006)02-0283-04

基于有界扰动分区的多模型自适应控制

李晓理[1]，张维存[1]，王　伟[2]
（1. 北京科技大学 自动化系，北京 100083；2. 大连理工大学 信息与控制研究中心，辽宁 大连 116024）

摘要：对于含有界扰动的离散时间系统，将有界扰动变化范围分割成若干小区间，针对这些区间建立多个自适应模型，并针对每一个自适应模型建立相应的控制器．给定一个指标切换函数，基于多个自适应模型控制器和给定的指标切换函数构成多模型自适应控制器．可以证明多模型自适应控制器能够保证闭环系统是输入输出有界稳定的．仿真实例表明，当被控对象的有界扰动随时间变化的时候，采用单一模型自适应控制，系统输出很难跟踪设定值，而多模型自适应控制器却极大地改善了控制品质．

关键词：有界扰动；多模型；自适应控制
中图分类号：TP273　　**文献标识码**：A

Multiple model adaptive control based on the divided scope of bounded disturbance

LI Xiao-li[1], ZHANG Wei-cun[1], WANG Wei[2]
(1. Department of Automation, Beijing University of Science and Technology, Beijing 100083, China;
2. Research Center of Information and Control, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116024, China)

Abstract: The discrete time system with bounded disturbance is considered in this paper. The changing scope of bounded disturbance is divided into several subranges. According to different subrange, multiple adaptive models are set up. Meanwhile, multiple adaptive controllers are given according to the multiple adaptive models. Based on the multiple controllers, a multiple model adaptive controller can be formed by using an index switching function. The closed-loop system is proved to be bounded-input and bounded-output stable when the multiple model adaptive controller is used. When the bound of disturbance is time-varying, from the simulation example it can be seen that the output of the system is difficult to track the set-point value by using single model adaptive controller, and the control performance can be improved greatly by using the proposed multiple model adaptive controller.

Key words: bounded disturbance; multiple model; adaptive control

1　引言(Introduction)

多模型自适应控制发展至今已经有30多年的历史，这期间此领域有大量文章发表[1,2]．国内在这方面的研究主要集中在基于加权和形式的控制器的应用研究，而对于基于指标切换函数的控制器的研究还刚刚开始，成果比较少．国际上在这个领域的研究一直处于领先地位的是美国Yale大学的Narendra K. S.教授领导的研究小组．近些年来国际上对此领域的研究主要集中在基于指标切换函数的控制器设计上．此类控制器的研究经历了从连续时间系统[3]到离散时间系统[4,5]，又从线性系统[6]到非线性系统[7]、随机或含不确定扰动系统[8,9]的发展过程，这期间又有大量的改进算法提出[10]．目前这方面的研究主要集中在非线性系统和随机系统．

本文在文献[9]的基础上进一步研究如何改善含有界扰动系统的控制品质．传统自适应控制器只能基于一个给定的扰动上界进行设计，它可以保证闭环系统是输入输出有界稳定的．如果某段时间扰动的幅值小于上界很多，输入输出仍可保持有界，但控制品质会变得很不好．基于这种情况，本文将已知的扰动上界分割成多个小区间．基于这些区间，对被控对象建立多个模型，进而通过引进一个指标切换函数，设计出多模型自适应控制器．可以证明这种多模型自适应控制器既可以保证闭环系统的稳

收稿日期：2004-12-01；收修改稿日期：2005-06-24．
基金项目：北京科技大学“422高层次创新人才工程”人才基金资助项目；国家杰出青年基金资助项目(69825106)．

定性,同时又可以极大地改善控制品质.

2 被控对象描述及自适应控制(Plant description and adaptive control)

考虑如下离散时间系统

$$y(t+d)=\sum_{i=0}^{n-1}\alpha_i y(t-i)+\sum_{j=0}^{n-1}\beta_i u(t-j)+\eta(t). \tag{1}$$

其中:$2n$个参数α_i和β_i未知,时滞d已知,$u(t)$的系数β_0不等于零,$\eta(t)$为有界扰动.式(1)可以由如下的等价模型描述:

$$A(q^{-1})y(t)=q^{-d}B(q^{-1})u(t)+\eta'(t). \tag{2}$$

其中

$$A(q^{-1})=1+a_1q^{-1}+a_2q^{-2}+\cdots+a_nq^{-l},$$

$$B(q^{-1})=b_0+b_1q^{-1}+\cdots+b_mq^{-m}.$$

q^{-1}为单位后移算子,$\eta'(t)$为有界扰动,从分析问题的角度模型(1)更为方便.

为建立基于被控对象(1)的多模型自适应控制器,对被控对象(1)作如下假设:

A1) 系数β_0已知;

A2) 式(2)中多项式$B(q^{-1})$的根在复平面上位于单位圆内;

A3) 扰动项$\eta(t)$有上界,即满足$|\eta(t)|\leqslant M$,M为一个已知的正数.

为便于参数估计,将系统(1)改写成递归形式

$$y(t+d)=\varphi^{\mathrm T}(t)\theta^*(t)+\eta(t), \tag{3}$$

$$\varphi(t)=[y(t),\cdots,y(t-n+1),u(t),\cdots,u(t-n+1)]^{\mathrm T},$$

$$\theta^*(t)=[\alpha_0(t),\cdots,\alpha_{n-1}(t),\beta_0(t),\cdots,\beta_{n-1}(t)]^{\mathrm T}.$$

采用如下参数辨识算法辨识被控对象参数

$$\hat\theta(t)=\hat\theta(t-d)+\frac{a(t-d)\varphi(t-d)e(t)}{1+\varphi(t-d)^{\mathrm T}\varphi(t-d)}, \tag{4}$$

$$\hat\theta(t)=[\hat\alpha_0(t),\cdots,\hat\alpha_{n-1}(t),\hat\beta_0(t),\cdots,\hat\beta_{n-1}(t)]^{\mathrm T},$$

$$a(t-d)=\begin{cases}1, \text{如果}|e(t)|>2M,\\0, \text{否则},\end{cases} \tag{5}$$

$$e(t)=y(t)-\hat y(t)=y(t)-\varphi^{\mathrm T}(t-d)\hat\theta(t-d). \tag{6}$$

辨识初值$\hat\theta(1-d),\cdots,\hat\theta(0)$已知,$a(t)$为一个关断系数,即当辨识误差位于给定范围内时,辨识算法便停止辨识.

若有界参考输入$y^*(t+d)$和模型参数$\hat\theta^*(t)$在采样时刻t已知,自适应控制问题的控制输入$u(t)$可以由如下方程求得:

$$y^*(t+d)=\varphi^{\mathrm T}(t)\theta^*(t). \tag{7}$$

当参数$\theta^*(t)$未知,由如下方程求解控制量$u(t)$:

$$y^*(t+d)=\varphi^{\mathrm T}(t)\hat\theta(t). \tag{8}$$

3 多模型自适应控制(Adaptive control with multiple models)

考虑如下问题:若扰动项$\eta(t)$的幅值较小,但扰动项$\eta(t)$的上界被估计的过高,辨识算法却按照较大的上界进行辨识,这样会造成递推辨识算法(4)~(6)提前关断,即$a(t)$为0,这样会造成辨识参数不准,控制效果很差.扰动的幅值随时间变化时,有一个阶段可能远小于M,若全都按照上界M辨识参数,会造成控制误差很大.为解决这个问题,可以基于多个上界建立多个参数辨识模型,进而构成多模型自适应控制器进行控制.

选择多个正数$M_1, M_2,\cdots,M_p$,满足$0<M_1<M_2<\cdots<M_p=M$,构成多个含有界扰动参数估计模型

$$\hat\theta_i(t)=\hat\theta_i(t-d)+\frac{a_i(t-d)\varphi(t-d)e_i(t)}{1+\varphi(t-d)^{\mathrm T}\varphi(t-d)}, \tag{9}$$

$$a_i(t-d)=\begin{cases}1, \text{如果}|e_i(t)|>2M_i,\\0, \text{否则},\end{cases} \tag{10}$$

$$e_i(t)=y(t)-\hat y_i(t)=y(t)-\varphi^{\mathrm T}(t-d)\hat\theta_i(t-d). \tag{11}$$

辨识初值$\hat\theta_i(1-d),\cdots,\hat\theta_i(0)$已知,$i=1,2,\cdots,p$.

为构成多模型自适应控制器,给定指标切换函数

$$J_i(t,t_0)=\sum_{j=t_0}^{t}\frac{a_i(j-d)[e_i^2(j)-4M_i^2]}{1+\varphi^{\mathrm T}(j-d)\varphi(j-d)}+\alpha\sum_{q=t-N+1}^{t}(1-a_i(q-d))e_i^2(q),\ i=1,2,\cdots,p. \tag{12}$$

其中:α为一有界正数,N为有界的正整数.

注 1 在后面的稳定性证明和仿真实例当中可以看出,在指标函数中第2项主要用来进一步改善瞬态响应.$\alpha\sum_{q=t-N+1}^{t}(1-a_i(q-d))e_i^2(q)$是从$t-N+1$到$t$时刻$N$项$(1-a_i(q-d))e_i^2(q)$的和,由式(10)可知,每一项$(1-a_i(q-d))e_i^2(q)$满足$(1-a_i(q-d))e_i^2(q)\leqslant 4M_i^2$,因此$\alpha\sum_{q=t-N+1}^{t}(1-a_i(q-d))e_i^2(q)$为一有界量.$\alpha\sum_{q=t-N+1}^{t}(1-a_i(q-d))e_i^2(q)$是针对模型输出误差从$t-N+1$到$t$时刻$N$项的求和,主要反映近$N$时刻的模型的误差的变化,适当调整$\alpha,N$,这一项能够对$t$时刻被控对象模型的变化给出快速的判断,又由于它是有界的,从下面定理1的证明当中可以看出,这一项的

存在不会影响闭环系统的稳定性.

由式(9)~(12)构成如下多模型自适应控制器：

1) $t = t_0$, $I = \{1, 2, \cdots, L\}$;

2) $t > t_0$，计算 $i(t) = \arg\min_{l \in I} J_l(t, t_0)$，并令 $\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}_{i(t)}$，用式(8)计算控制输入 $u(t)$.

4 稳定性分析(Stability analysis)

引理1[11] 对于线性时不变离散时间系统，参数估计算法(4)(5)有如下性质：

1) $\lim\limits_{t\to\infty} \dfrac{a(t-d)(e^2(t)-4M^2)}{1+\varphi(t-d)^{\mathrm{T}}\varphi(t-d)} = 0$;

2) $\lim\limits_{N\to\infty} \sum\limits_{t=1}^{N} \dfrac{a(t-d)(e^2(t)-4M^2)}{1+\varphi(t-d)^{\mathrm{T}}\varphi(t-d)} < \infty$;

3) 若$\{\varphi(t)\}$为有界序列，则$\lim\limits_{t\to\infty}\sup|e(t)| \leqslant 2M$.

当常规自适应控制器式(3)~(8)应用被控对象(1)时，由文献[9]定理1可知闭环系统是输入输出有界稳定的，且有$\lim\limits_{t\to\infty}\sup|y(t)-y^*(t)| \leqslant 2M$，$y^*(t)$为已知有界参考输入．类似地，可得如下定理：

定理1 多模型自适应控制式(9)~(12)应用于被控对象(1)时，闭环系统满足输入输出有界稳定的，输出满足$\lim\limits_{t\to\infty}\sup|e_c(t)| \leqslant 2M$，其中$e_c(t) = y(t) - y^*(t)$.

证 由引理1中2)、式(10)和指标切换函数(12)，并由注1可知模型p的指标切换函数在$t\to\infty$时将是一个有界量，即满足$\lim\limits_{t\to\infty} J_p(t, t_0) < \infty$.

对于估计模型$i = 1, 2, \cdots, p-1$，若它们的指标函数都满足$\lim\limits_{t\to\infty} J_i(t, t_0) \to \infty$，则由多模型自适应控制的构成可知，模型切换将停止在参数估计模型p上．则从文献[9]定理1可知闭环系统是输入输出有界稳定的.

若有估计模型$i \in \{1, 2, \cdots, p-1\}$满足$\lim\limits_{t\to\infty} J_i(t, t_0) < \infty$，考虑指标函数(12)的构成，又由注1考虑到指标函数中第2项$\alpha \sum\limits_{q=t-N+1}^{t}(1-a_i(q-d))e_i^2(q)$有界，则可知模型$i$指标切换函数的第1项有界：

$$\lim_{t\to\infty}\sum_{j=t_0}^{t}\frac{a_i(j-d)[e_i^2(j)-4M_i^2]}{1+\varphi^{\mathrm{T}}(j-d)\varphi(j-d)} < \infty.$$

由上式可得

$$\lim_{t\to\infty}\frac{a_i(t-d)[e_i^2(t)-4M_i^2]}{1+\varphi^{\mathrm{T}}(t-d)\varphi(t-d)} = 0. \tag{13}$$

显然存在时刻t'．当$t > t'$，模型切换将几个指标函数有界的估计模型当中进行，即在几个满足式(13)的估计模型当中进行.

在采样时刻$t, t > t'$，考虑模型j被切换，构成控制输入

$$y^*(t+d) = \varphi^{\mathrm{T}}(t)\hat{\theta}_j(t),\ j \in I',$$

$$I' = \{i \mid i \in \{1, 2, \cdots, p\}\text{且满足式(13)}\},$$

则由式(11)可知$(t+d)$时刻的控制误差满足

$$\begin{aligned} e_c(t+d) &= \\ &[y(t+d) - \hat{y}_j(t+d)] + \\ &[\hat{y}_j(t+d) - y^*(t+d)] = e_j(t+d). \end{aligned} \tag{14}$$

对于满足大于t'的任意时刻t，无论切换到哪一个属于集合I'的模型j，式(14)都成立．由式(13)和式(14)有

$$\lim_{t\to\infty}\frac{a_j(t)[e_c^2(t+d)-4M_j^2]}{1+\varphi^{\mathrm{T}}(t)\varphi(t)} = \lim_{t\to\infty}\frac{a_j(t)[e_j^2(t+d)-4M_j^2]}{1+\varphi^{\mathrm{T}}(t)\varphi(t)} = 0. \tag{15}$$

类似文献[9]定理1的证明过程，若$|e_c(t)|$无界，即存在时间序列$\{t_n\}$满足$\lim\limits_{t_n\to\infty}|e_c(t_n)| \to \infty$．当$n$足够大，由式(14)和式(10)有$a_j(t_n) \neq 0$．由式(15)和文献[9]定理1可知$|e_c(t)|$和$\|\varphi(t)\|$有界，闭环系统是输入输出有界稳定的．由引理1有$\lim\limits_{t\to\infty}\sup|e_j(t)| \leqslant 2M_j$．再由式(14)及$0 < M_1 < M_2 < \cdots < M_p = M$，则有$\lim\limits_{t\to\infty}\sup|e_c(t)| \leqslant 2M_j \leqslant 2M$.

注2 由定理1和文献[9]定理1可知，虽然多模型自适应控制和单自适应模型控制都能保证被控对象闭环系统稳定，但由于使用多个上界较小的辨识模型，使得多模型自适应控制器对扰动的变化具有适应性，适当调整指标函数中参数α, N，多模型自适应控制将改善控制品质，这在下面的仿真实例中可以看出.

5 仿真实例(Simulation)

考虑如下的被控对象

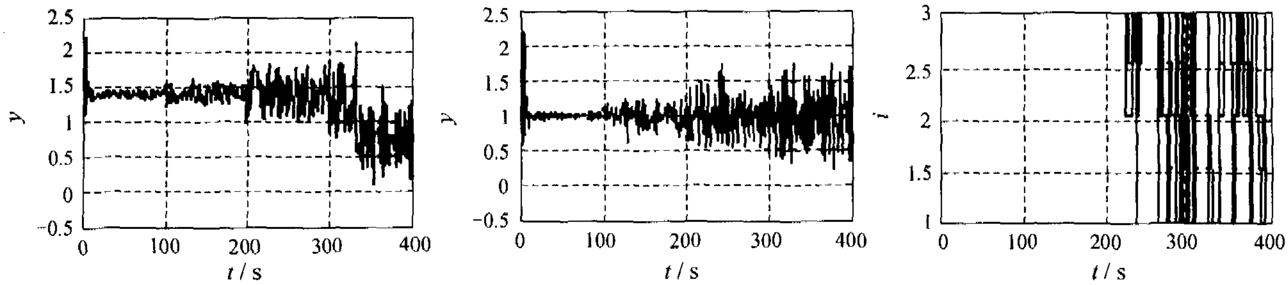
$$\begin{aligned} y(t) =&\ 2y(t-1) - 0.5y(t-2) + \\ &q^{-1}(2.5 + 2q^{-1})u(t) + \eta(t). \end{aligned} \tag{16}$$

其中$\eta(t)$为扰动项且满足$|\eta(t)| \leqslant 0.5$，其幅值大小却随时间变化，满足

$$|\eta(t)| \leqslant \begin{cases} 0.05, & 0 \leqslant t \leqslant 100, \\ 0.15, & 100 < t \leqslant 200, \\ 0.35, & 200 < t \leqslant 300, \\ 0.50, & 300 < t \leqslant \infty. \end{cases} \tag{17}$$

由式(17)可以看出，扰动在初始阶段幅值并不是很大，而且其幅值随时间的变化逐渐增大．但这种变化是未知的，只知道其变化的上界满足不大于0.5．对于被控对象(16)分别采用单自适应模型控制和多估计模型自适应控制．其中单自适应模型控制参数辨识模型采用的扰动上界为0.3．而对多估计模

型的控制器选择了3个上界分别为0.5,0.3,0.1参数辨识模型,即模型下标$i = 1,2,3$分别对应扰动上界0.5,0.3,0.1,指标函数中$\alpha = 10$, $N = 4$. 所有的辨识初值都给定为$[1.1,\ -0.5,\ 2.5,\ 1.2]^{T}$,输出设定值$y^{*}(t) = 1$,控制结果如图1所示. 从图1(a)中可以看出由于单自适应模型只使用扰动上界为0.5的唯一模型,当扰动幅值较小时,使用上界很大的参数估计模型进行自适应控制,造成参数过早收敛,使得控制输出很长时间在1.3附近上下变化,远离设定值1,控制误差较大. 而由图1(b)可以看出采用多模型进行自适应控制却得到很好的控制效果,被控对象的输出始终在设定值1上下变化. 由图1(c)可以看出多个模型之间的相互切换,在扰动幅值较小的时候会自动切换到模型3即幅值为0.1的模型,当扰动较大时又自动切换到模型2和1即幅值为0.3和0.5的模型.



(a) 单自适应模型输出曲线 (b) 多模型自适应控制输出曲线 (c) 模型切换曲线

图1 含有界扰动系统的自适应控制

Fig. 1 Adaptive control of the system with bounded disturbance

6 结论(Conclusion)

本文针对具含有界扰动的离散时间系统建立多个不同扰动上界的参数估计模型,构成了多模型自适应控制器,解决了扰动上界估计过高或扰动上界随时间变化,常规自适应方法控制品质不好的问题,同时证明虽然多个控制器之间相互切换,但闭环系统是稳定的,被控对象输出在给定范围内跟踪参考输入.

参考文献(References):

[1] 李晓理, 王伟, 孙维. 多模型自适应控制[J]. 控制与决策, 2000,15(4): 390-394.
(LI Xiaoli, WANG Wei, SUN Wei. Multi-model adaptive control [J]. *Control and Decision*, 2000,15(4):390-394.)

[2] 王伟, 李晓理. 多模型自适应控制[M]. 北京:科学出版社,2001.
(WANG Wei, LI Xiaoli. *Multiple Model Adaptive Control* [M]. Beijing: Science Press, 2001.)

[3] NARENDRA K. S, BALAKRISHNAN J. Adaptive control using multiple models [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(2):171-187.

[4] NARENDRA K. S, XIANG C. Adaptive control of discrete-time systems using multiple models [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000,45(9):1669-1686.

[5] LI Xiaoli, WANG Wei, WANG Shuning. Multiple model adaptive control for discrete time systems [C]// *Proc of American Control Conference* 2001, Arlington, Virginia, USA. Madison, Wisconsin: Omnipress, 2001:4820-4825.

[6] 李晓理, 王伟. 输入受限系统的多模型自适应控制[J]. 控制理论与应用,2000,17(6): 889-893.
(LI Xiaoli, WANG Wei. Multiple models adaptive control of input constrained system [J]. *Control Theory & Applications*, 2000,17(6):889-893.)

[7] CHEN Lingji, NARENDRA K S. Nonlinear adaptive control using neural networks and multiple models [J]. *Automatica*, 2001,37(8):1245-1255.

[8] NARENDRA K S, DRIOLLET O. Stochastic adaptive control using multiple models for improved performance in the presence of random disturbances [J]. *Int J of Adaptive Control Signal Process*, 2001, 15(3): 287-317.

[9] 李晓理,王书宁. 含有界扰动系统的多模型自适应控制[J]. 控制理论与应用,2003,20(4): 577-581.
(LI Xiaoli, WANG Shuning. Multiple-model adaptive control of system with bounded disturbance [J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(4): 577-581.)

[10] 李晓理, 王伟. 基于局部化技术的多模型自适应控制[J]. 自动化学报, 2000,26(4):523-528.
(LI Xiaoli, WANG Wei. Localization based multiple-model adaptive control [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2000,26(4):523-528.)

[11] GOODWIN G C, SIN K S. *Adaptive Filtering, Prediction and Control* [M]. Engle-wood Cliffs, HJ: Prentice-Hall, 1984.

作者简介:

李晓理 (1971—),男,北京科技大学副教授,分别于1994年和1997年在大连理工大学获控制理论与控制工程专业学士和硕士学位,2000年于东北大学获控制理论与控制工程专业博士学位,2000年至2002年在清华大学自动化系从事博士后研究工作,2003年1月至7月在比利时布鲁塞尔自由大学访问学者,主要研究方向为多模型自适应控制, E-mail: Lixiaoli@hotmail.com;

张维存 (1962—),男,北京科技大学副教授, 1993年毕业于清华大学自动化系,获控制理论与应用专业博士学位,1997年~1998年在美国密西根大学访问学者,研究兴趣为自校正控制系统、决策支持系统, E-mail: weichunzhang@126.com;

王 伟 (1955—),男,大连理工大学教授, 1988年获东北大学工学博士学位,主要研究方向为复杂工业过程的建模、控制与优化、预测控制理论和自适应控制等, E-mail: wangwei@dlut.edu.cn.