

机器人操作器的自适应模糊滑模控制器设计

孙炜伟^{1,2}, 武玉强¹

(1. 曲阜师范大学 自动化研究所, 山东 曲阜 273165; 2. 山东大学 控制科学与工程学院, 山东 济南 250061)

摘要: 针对机器人动力学系统提出了一种基于模糊逻辑的自适应模糊滑模控制方案. 根据滑模控制原理并利用模糊系统的逼近能力设计控制器, 基于李雅普诺夫方法设计自适应律, 证明了闭环模糊控制系统的稳定性和跟踪误差的收敛性. 控制结构简单, 不需要复杂的运算. 该设计方案柔化了控制信号, 减轻了一般滑模控制的抖振现象. 仿真结果表明了所提控制策略的有效性.

关键词: 滑模控制; 模糊系统; 自适应模糊滑模控制; 机器人操作器

中图分类号: TP393 **文献标识码:** A

Adaptive fuzzy sliding mode controller design for robot manipulators

SUN Wei-wei^{1,2}, WU Yu-qiang¹

(1. Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu Shandong 273165, China;

2. School of Control Science and Engineering, Shandong University, Jinan Shandong 250061, China)

Abstract: A design scheme of adaptive sliding mode control based on fuzzy logic is proposed for robot manipulators. The controller is designed by the sliding mode control theory and the approximation capability of fuzzy systems. The adaptive law is then determined by means of the Lyapunov method. The stability of the fuzzy control system and the convergence of the tracking errors are also proved. The design of the controller is simple and does not need complicate computation. The control signal is softened so that the chattering phenomenon in a conventional sliding mode control system is alleviated. Finally, the simulation result verifies the effectiveness of the control scheme.

Key words: sliding mode control; fuzzy system; adaptive fuzzy sliding mode control; robot manipulators

1 引言 (Introduction)

控制机器人操作器需要实现简单和对不确定性具有鲁棒性的控制算法, 滑模控制是解决这类问题的一个有效工具. 由于高频切换会导致被控系统产生抖振, 必须改善这种现象来实现系统的良好控制性能. 近年来, 对此已有大量的研究工作. Man 等提出了最终滑模控制方法来减小抖振和改进系统暂态性能^[1], 但控制器基于模型设计, 不易于实现. 文献[2]的控制结构不依赖系统模型, 由一个连续的非线性补偿器和一个非线性反馈构成, 能够消除系统不确定性影响, 保证全局的渐近稳定, 实现简单. 文献[3]将指数趋近律与幂次趋近律结合起来, 提出一种快速平滑趋近律, 同时对其滑动模式作改进, 引入非线性项, 系统的变结构控制具有很好的收敛性和抗干扰性能. 此外, 引入模糊逻辑到滑模控制中以解决机器人操作器的控制问题得到了广泛的关

注^[4~9]. 将滑模控制与模糊控制相结合, 对滑动面模糊化, 模糊控制规则通过滑模控制的到达条件来确定, 减轻了滑模控制系统的抖振现象. 主要可以归纳为两种类型.

第1种类型是在假设机器人操作器模型部分已知的情况下, 利用模糊控制调节传统的滑模控制系统的反馈增益^[5~7], 从而削弱抖振, 实现鲁棒性和不变性. 文献[7]把控制增益 k 作为一个 n 阶向量, 每一个向量由 s_i 和它的导数 $\dot{s}_i$ 来确定, 由于模糊系统中没有自适应, 其隶属函数的确定需要被控系统的更多信息. 第2种类型是针对模型完全未知的情形, 用模糊系统来补偿系统动态和控制增益^[8,9]. 文献[9]用一个模糊系统逼近系统动态, 模糊控制规则通过滑模条件的到达获得, 利用自适应在线调节模糊系统的参数, 实现了鲁棒控制, 但其控制输入中仍然存在不连续项 $\text{sgn } s$. 本文针对模型部分结构已

知的机器人系统,提出了一种新的自适应模糊滑模控制 (AFSMC) 方案. 模糊系统的隶属函数只需要系统的少量信息. 所提算法的稳定性和收敛性在理论上进行了证明,并给出了仿真实例分析.

2 问题描述 (Problem formulation)

对于一般的 n 关节机器人系统,如果考虑到其摩擦力、未建模动态和干扰的影响,则其动力学方程可表示为^[10]

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} + F_s(q) + T_d = \tau. \quad (1)$$

其中: $q \in \mathbb{R}^n$ 是机器人的关节角向量; $\tau \in \mathbb{R}^n$ 是控制力矩向量; $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是惯性矩阵; $C(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathbb{R}^n$ 是哥氏力与离心力向量; $G(q) \in \mathbb{R}^n$ 是重力向量; $F_d\dot{q} \in \mathbb{R}^n$ 是粘性摩擦, F_d 是一个有界常数正定阵; $F_s(q) \in \mathbb{R}^n$ 是由结构不确定性引起的摩擦力矩向量,如状态摩擦向量,假定为关节角向量 q 的连续函数; $T_d \in \mathbb{R}^n$ 是外部未知干扰.

对于由式(1)描述的机器人系统,一般具有如下性质:

性质 1 $M(q)$ 是一个正定对称阵,且有界,其逆 $M(q)^{-1}$ 存在;

性质 2 $\dot{M} - 2C$ 为斜对称阵,满足: $x^T(\dot{M} - 2C)x = 0, \forall x \in \mathbb{R}^n$.

定义 $x = [q^T, \dot{q}^T]^T$ 则动力学方程(1)可改写为

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ -M(q)^{-1}[C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} + F_s(q) + T_d] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} M(q)^{-1} \tau. \quad (2)$$

系统的参考模型表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_m \\ \ddot{q}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ P & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_m \\ \dot{q}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_1 \end{bmatrix} r \triangleq A_m x_m + B_m r, \quad (3)$$

其中: P, Q, B_1 都是可使参考模型(3)稳定的常数矩阵, $x_m \triangleq [q_m^T, \dot{q}_m^T]^T$, 假设向量 $r, q_m, \dot{q}_m$ 都是可测的.

定义跟踪误差如下

$$\varepsilon \triangleq q - q_m, e \triangleq x - x_m = [\varepsilon^T, \dot{\varepsilon}^T]^T. \quad (4)$$

于是由式(2)和(3),可得误差微分方程

$$\dot{e} = A_m e + B h(q, \dot{q}, \tau, r), \quad (5)$$

其中:

$$\begin{aligned} h(q, \dot{q}, \tau, r) = & \\ & M(q)^{-1} \tau - P \dot{q} - Q \ddot{q} - B_1 r - M(q)^{-1} [C(q, \dot{q})\dot{q} + \\ & G(q) + F_d\dot{q} + F_s(q) + T_d], \quad (6) \\ & B = [0 \quad I]^T. \end{aligned}$$

为了让 $e(t)$ 在有限时间内沿着一个指定的非线性面到达零点,以实现完全输出跟踪,考虑误差动力学系统(5),定义如下 MIMO 终端切换面向量

$$S = \Lambda \tilde{e}, \quad (7)$$

其中:

$$\begin{cases} \Lambda = [\lambda \quad I], \\ \lambda = \text{diag}\{\lambda_i\}, \lambda_i > 0, i = 1, 2, \dots, n, \end{cases} \quad (8)$$

$$\tilde{e} = [\tilde{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}]^T = [\varepsilon_1^p \cdots \varepsilon_n^p, \dot{\varepsilon}_1 \cdots \dot{\varepsilon}_n]^T, \quad (9)$$

$$\tilde{\varepsilon} = [\varepsilon_1^p \cdots \varepsilon_n^p]^T. \quad (10)$$

注 1^[11] 在式(10)中, $p = p_1/p_2$, p_1, p_2 是正整数,且满足: $p_1 < p_2 < 2p_1$, 易知这样的选择可以保证 $0 < p < 1$, 从而跟踪误差 $\varepsilon_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 于有限时间内在滑动面上收敛到零.

注 2 S 的第 i 个分量可以表达为如下形式

$$s_i = \varepsilon_i + \lambda_i \varepsilon_i^p, i = 1, 2, \dots, n, \quad (11)$$

与传统的滑模控制设计方案相似,如果设计控制器使得 s_i 在有限时间内收敛到零,则由终端滑模: $\varepsilon_i + c_{ii} \varepsilon_i^p = 0$ 可保证 $\varepsilon_i(t)$ 在有限时间内成为零, $i = 1, \dots, n$.

式(7)中的向量 $\tilde{e}$ 也可以表示为如下形式

$$\tilde{e} = e + \Delta \tilde{e}, \quad (12)$$

其中

$$\Delta \tilde{e} = [\varepsilon_1^p - \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n^p - \varepsilon_n, 0, \dots, 0]^T. \quad (13)$$

由式(8)~(10)及式(12)(13),式(7)可改写为

$$S = \Lambda e + \lambda(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon). \quad (14)$$

本文的控制目标是,为 n 关节机器人动力学系统(1)设计一个自适应模糊滑模控制器,对于系统中的任何不确定的参数,该控制器总能保证误差动态在有限时间内到达滑动面附近,并保持系统稳定.

3 传统的滑模控制方案 (Conventional sliding mode control approach)

由式(14),对 S 求时间的导数,并结合式(2)~(10)得

$$\begin{aligned} M(q)\dot{S} + C(q, \dot{q})S = & \\ \tau - M(q)(P\dot{q}_m + Q\ddot{q}_m + B_1 r - \lambda \varepsilon_m) - & \\ (C(q, \dot{q})\dot{q}_m - C(q, \dot{q})\lambda \tilde{\varepsilon} + G(q) + & \\ F_d\dot{q} + F_s(q) + T_d), & \quad (15) \end{aligned}$$

其中

$$\varepsilon_m = \text{diag}\{p\varepsilon_1^{p-1}, \dots, p\varepsilon_n^{p-1}\} \cdot \varepsilon, \quad (16)$$

令

$$\hat{\tau} = \hat{M}(q)(P\dot{q}_m + Q\ddot{q}_m + B_1 r - \lambda \varepsilon_m) + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q}_m + \hat{G}(q), \quad (17)$$

$$\begin{aligned} f(\dot{q}_m, q_m, q, \dot{q}, r, \varepsilon, t) = & \\ \Delta M(q)(P\dot{q}_m + Q\ddot{q}_m + B_1 r - \lambda \varepsilon_m) + \Delta C(q, \dot{q})\dot{q}_m + & \\ \Delta G(q) - C(q, \dot{q})\lambda \tilde{\varepsilon} + F_d\dot{q} + F_s(q) + T_d. & \quad (18) \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned}\Delta M(q) &= M(q) - \hat{M}(q), \\ \Delta C(q, \dot{q}) &= C(q, \dot{q}) - \hat{C}(q, \dot{q}), \\ \Delta G(q) &= G(q) - \hat{G}(q).\end{aligned}$$

式中 $\Delta M, \Delta C, \Delta G$ 分别是 M, C, G 的估计.

将式(17)(18)代入式(15)并整理得

$$M\dot{S} = \tau - \hat{\tau} - f - CS. \quad (19)$$

如果系统(1)中的所有函数和参数都是已知的,则可以选择控制律 τ 为

$$\tau = \hat{\tau} + f - K \operatorname{sgn} S, \quad (20)$$

其中, $K \operatorname{sgn} S$ 是一个向量,其分量形式为 $K_i \operatorname{sgn} s_i$, $K_i > 0, i = 1, \dots, n$, $\operatorname{sgn} x$ 为符号函数.

替换 τ 到式(19)中并应用性质(2),计算得

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} S^T M(q) S = -S^T K \operatorname{sgn} S \leq 0. \quad (21)$$

这意味着在控制律(20)作用下,滑动模态存在且可达.然而,在实际情况下,系统的结构和参数都存在着极大的不确定性,并且伴有未知干扰的影响.因此,式(20)中的 f 是不可利用的.

令 $\hat{f}$ 为 f 的估计值,将式(20)变为

$$\tau = \hat{\tau} + \hat{f} - K \operatorname{sgn} S. \quad (22)$$

则易知,只要 K 的每个分量选择得足够大,就可以满足滑模条件,从而实现跟踪误差的收敛和系统的渐进稳定性.但是实际操作中,这个滑模控制律仍然存在着一些问题,主要有以下两点:

- 考虑到系统的不确定性, $\hat{f}$ 通常会被保守估计,这样 K 的每个分量必须选取得非常大,这无疑会增加实现的代价,有时甚至会无法实现.另外,由于外界干扰的不可预测, f 的界可能是不可利用的.

- 由于式(22)中含有符号函数,并且 K_i 的数值较大,这会导致滑动面附近的严重抖振现象.

4 模糊滑模控制器 (Fuzzy sliding mode controller)

考虑一个一般的模糊系统,假设它的模糊规则

基 R 是模糊规则 R^l 的并集,即: $R = \bigcup_{l=1}^M R^l$, 每个规则具有如下形式:

$$\begin{aligned}R^l: & \text{若 } x_1 \text{ 为 } A_1^l, \dots, x_p \text{ 为 } A_p^l, \\ & \text{则输出 } y_1 \text{ 为 } B_1^l, \dots, y_q \text{ 为 } B_q^l.\end{aligned} \quad (23)$$

其中, $x = (x_1, \dots, x_n)^T$, $y = (y_1, \dots, y_m)^T$ 分别是模糊系统的输入向量和输出向量; A_i^l 和 B_i^l 是模糊集的语言变量,它们的隶属函数分别为 $\mu_{A_i^l}(x_i)$ 和 $\mu_{B_j^l}(y_j)$, $1 \leq p \leq n$, $1 \leq q \leq m$, $l = 1, \dots, M$, M

是规则的总数.

于是如果采用单值模糊产生器,乘积推理和中心平均模糊消除器,则第 j 个模糊控制器的输出为

$$\begin{aligned}y_j &= \frac{\sum_{l=1}^M \left(\prod_{i=1}^p \mu_{A_i^l}(x_i) \right) \theta_j^l}{\sum_{l=1}^M \left(\prod_{i=1}^p \mu_{A_i^l}(x_i) \right)} = \\ & \sum_{l=1}^M \left(\theta_j^l \right)^T \xi_l(x) = \theta_j^T \xi(x), j = 1, \dots, m.\end{aligned} \quad (24)$$

其中: θ_j^l 是 $\mu_{B_j^l}(y_j)$ 取最大值时所对应的点; $\theta_j = (\theta_j^1, \dots, \theta_j^M)^T \in \mathbb{R}^M$ 称作可调参数向量,可调权值是 θ_j^l ; $\xi(x) = (\xi_1(x), \dots, \xi_M(x)) \in \mathbb{R}^M$ 称作模糊基函数向量或前件函数向量;

$$\xi_l(x) = \frac{\prod_{i=1}^p \mu_{A_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^M \left(\prod_{i=1}^p \mu_{A_i^l}(x_i) \right)}, l = 1, \dots, M.$$

对于动力学系统(1),设计一个模糊控制器 τ_f 来补偿式(22)中的估计项 $\hat{f}$. 另外,为了消除抖振,有些控制方案中利用饱和函数 $\operatorname{sat}(\cdot)$ 来替换符号函数 $\operatorname{sgn}(\cdot)$,虽然在某种程度上消除了抖振,但是这类方案往往会引起滑动面上的定态误差,因此设计控制律如下

$$\tau = \hat{\tau} + \tau_f - KS, \quad (25)$$

式中的 $K = \operatorname{diag}\{k_1, \dots, k_n\}$, $k_i > 0, i = 1, \dots, n$.

将式(25)代入式(19),形如式(21)整理得

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} S^T M(q) S = -S^T KS + \sum_{i=1}^n [s_i (\tau_{f_i} - f_i)], \quad (26)$$

建立模糊系统以确定 $\tau_f = (\tau_{f_1}, \dots, \tau_{f_n})^T$.

模糊控制器的输入为 $S = (s_1, \dots, s_n)^T$, 输出为 $\tau_f = (\tau_{f_1}, \dots, \tau_{f_n})^T$. 假设输入 s_i 和输出 τ_{f_i} 的模糊集分别为 A_i^l , B_i^l , 它们的隶属函数均选择为正态型,即 $\mu(x) = \exp[-((x-a)/\sigma)^2]$, $\sigma > 0$. 模糊控制规则如下

$$R_i^l: \text{若 } s_i \text{ 为 } A_i^l, \text{ 则 } \tau_{f_i} \text{ 为 } B_i^l,$$

其中: $i = 1, \dots, n$; $l = 1, \dots, N_i$.

于是由前述模糊系统的知识,输出 τ_{f_i} 可表示为

$$\tau_{f_i} = \frac{\sum_{l=1}^{N_i} \theta_i^l \mu_{A_i^l}(s_i)}{\sum_{l=1}^{N_i} \mu_{A_i^l}(s_i)} = \theta_i^T \xi_i(s_i), \quad (27)$$

其中:

$$\theta_i = (\theta_i^1, \dots, \theta_i^{N_i})^T; \xi_i(s_i) = (\xi_i^1(s_i), \dots, \xi_i^{N_i}(s_i))^T;$$

$$\xi_i^l(s_i) = \frac{\mu_{A_i^l}(s_i)}{\sum_{l=1}^{N_i} \mu_{A_i^l}(s_i)}; i=1, \dots, n; l=1, \dots, N_i.$$

定义

$$\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i, \hat{\theta}_i \text{ 为 } \theta_i \text{ 的估计}, \quad (28)$$

使得

$$\tau_{f_i} = \hat{\theta}_i^T \xi_i(s_i) \quad (29)$$

为 f_i 的最优补偿.

引理 1^[9] 在切换超平面的邻域,模糊系统的输出

$$\tau_f = \sum_{i=1}^n \tau_{f_i} = \theta^T \xi(S) \text{ 能逼近非线性函数 } f. \text{ 其中 } \theta = (\theta_1^T, \dots, \theta_n^T)^T, \xi(S) = (\xi_1(s_1), \dots, \xi_n(s_n))^T.$$

类似于文献[11],将模糊系统的状态空间划分为

$$\begin{cases} \sigma_d = \{s \mid \|s\|_{p, \omega} \leq v_d\}, \\ \sigma_s = \{s \mid \|s\|_{p, \omega} > v_s\}, \\ \sigma_{ds} = \{s \mid v_d < \|s\|_{p, \omega} \leq v_s\}. \end{cases} \quad (30)$$

其中: v_d, v_s 指球形估计域的半径, $\|(\cdot)\|_{p, \omega}$ 是一种加权 P -范数. 当 $p = \infty$ 时, 定义 $\|s\|_{p, \omega} = \max\left(\frac{s_1}{\omega_1}, \dots, \frac{s_n}{\omega_n}\right)$. $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_n)^T$ 是权矩阵, 为严格正的.

注 3 σ_d 是切换面的邻域, 在 σ_d 内采用自适应模糊控制器, 而在过渡域 σ_{ds} 内, 采用一个合成的控制律, 即 AFSMC; 随着系统动态到达 σ_s , 自适应模糊控制逐渐地减少, 滑模控制占重要作用. 系统动态完全在 σ_s 区域时, 只有滑模控制起作用.

于是在闭集 σ_d 中, 存在 $\theta = (\theta_1^T, \dots, \theta_n^T)^T$, 使得

$$f = \theta^T \xi(S) + \varepsilon(S), \quad (31)$$

其中 $\varepsilon(S)$ 是有界逼近误差, 满足 $\lim_{S \rightarrow 0} \varepsilon(S) = 0$.

由以上分析, 将式(25)(28)(29)(31)代入式(19)得

$$\begin{aligned} M\dot{S} &= \hat{\tau} + \tau_f - KS - \hat{\tau} - f - CS = \\ &= \hat{\theta}^T \xi(S) - f - KS - CS = \\ &= -\varepsilon(S) - \tilde{\theta}^T \xi(S) - KS - CS. \end{aligned} \quad (32)$$

5 稳定性分析 (Stability analysis)

选取自适应律

$$\dot{\hat{\theta}}_i = -\xi_i(s_i) s_i^T. \quad (33)$$

定理 1 考虑由式(25)(29)及自适应律(33)构成控制律的动力学系统(1), 则所有状态有界, 且跟踪误差收敛到零的任意小邻域, 系统渐进稳定.

证 取候选李雅谱诺夫函数为

$$V = \frac{1}{2} S^T M S + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{\theta}_i^T \tilde{\theta}_i, \quad (34)$$

易知 V 是正定的. 对 V 沿时间 t 求导, 并由式(28)(32)(33)及性质2得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} S^T \dot{M} S + S^T M \dot{S} + \sum_{i=1}^n \tilde{\theta}_i^T \dot{\tilde{\theta}}_i = \\ &= \frac{1}{2} S^T \dot{M} S + S^T (-\varepsilon(S) - \tilde{\theta}^T \xi(S) - \\ &KS - CS) - \sum_{i=1}^n \tilde{\theta}_i^T \dot{\tilde{\theta}}_i = \\ &= -S^T \varepsilon(S) - S^T \tilde{\theta}^T \xi(S) - S^T KS + \sum_{i=1}^n \tilde{\theta}_i^T \xi_i(s_i) s_i^T = \\ &= -S^T (\varepsilon(S) + K) S. \end{aligned} \quad (35)$$

由于 $\varepsilon(S)$ 是有界逼近误差, 且满足 $\lim_{S \rightarrow 0} \varepsilon(S) = 0$, 其值十分小, 而 K 为正定对角阵, 只要选取 $k_i > \varepsilon_i(s_i)$, $\varepsilon(S) = (\varepsilon_1(s_1), \dots, \varepsilon_n(s_n))^T$, 就有 $\dot{V} \leq 0$ 成立. 另外, 由于 $k_i > \varepsilon_i(s_i)$, 所以 $(\varepsilon(S) + K)$ 为正定阵, 从而当且仅当 $S = 0$ 时, $\dot{V} = 0$. 由于 V 收敛, θ_i 有界, 由式(34)可知 S 有界, 从而 s_i 有界. 式(11)也可写为

$$\dot{\varepsilon}_i = -\lambda_i \varepsilon_i^p + s_i, \quad (36)$$

由于 $0 < p < 1$, 且 p_1, p_2 互素, 因而 ε_i^p 有界, 又因为 s_i 有界, 所以 $\varepsilon_i, \dot{\varepsilon}_i$ 有界, 于是 $\varepsilon \triangleq q - q_m, \dot{\varepsilon} \triangleq \dot{q} - \dot{q}_m$ 有界. 从而 ε_m 有界. 从而 $x = (q^T, \dot{q}^T)^T$ 有界. 由式(16)得 ε_m 有界, 又由式(17)得, $\hat{\tau}$ 有界, 从而控制律 τ 有界. 由式(15)可知, $\dot{S}$ 有界. 于是所有状态有界, 整个系统关于 S 渐近稳定, 且跟踪误差收敛到零的任意小邻域.

6 仿真算例 (Simulation)

为了说明本文给出的控制器的效果, 引用文[1]中的一个2关节机器人操作器的仿真例子. 动力学系统形式如下:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \alpha_{11}(q_2) & \alpha_{12}(q_2) \\ \alpha_{12}(q_2) & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} \beta_{12}(q_2) \dot{q}_1^2 + 2\beta_{12}(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ -\beta_{12}(q_2) \dot{q}_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_1(q_1, q_2) g \\ \gamma_2(q_1, q_2) g \end{bmatrix} - \\ F_d \dot{q} - F_s + T_d + \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

其中:

$$F_d = \begin{bmatrix} 5 \cos \dot{q}_1 & 0 \\ 0 & 3 \cos \dot{q}_2 \end{bmatrix}, F_s = \begin{bmatrix} 1.8 \operatorname{sgn} \dot{q}_1 \\ 1.2 \operatorname{sgn} \dot{q}_2 \end{bmatrix}.$$

干扰项 T_d 的信号由 Matlab 随机生成. 式中的参数值选择为

$$\begin{aligned}\alpha_{11}(q_2) &= (m_1 + m_2)r_1^2 + m_2r_2^2 + 2m_2r_1r_2\cos q_2 + J_1, \\ \alpha_{12}(q_2) &= m_2r_2^2 + m_2r_1r_2\cos q_2, \\ \alpha_{22} &= m_2r_2^2 + J_2, \\ \beta_{12}(q_2) &= m_2r_1r_2\sin q_2, \\ \gamma_1(q_1, q_2) &= -[(m_1 + m_2)r_1\cos q_2 + m_2r_2\cos(q_1 + q_2)], \\ \gamma_2(q_1, q_2) &= -m_2r_2\cos(q_1 + q_2), \quad g = 9.8, \\ r_1 &= 1\text{m}, r_2 = 0.8\text{m}, J_1 = 5\text{kg} \cdot \text{m}^2, \\ J_2 &= 5\text{kg} \cdot \text{m}^2, m_1 = 0.5\text{kg}, m_2 = 1.5\text{kg}.\end{aligned}$$

操作器的参考模型由下式给出

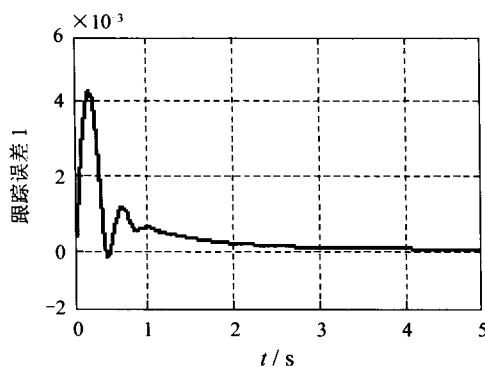
$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r(t),$$

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & -5 \end{bmatrix}, B_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$r(t) = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}, t > 0,$$

$$x = [q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2]^T, x_m = [q_{m1}, q_{m2}, \dot{q}_{m1}, \dot{q}_{m2}]^T, \\ x_m(0) = [0.2 \ 2 \ 0 \ 0]^T.$$

选择 $p = 3/5$, $\lambda_1 = 12$, $\lambda_2 = 20$, 则切换面表



$$\text{为: } 12\varepsilon_i^{3/5} + \varepsilon_i = 0, 20\varepsilon_i^{3/5} + \varepsilon_i = 0.$$

模糊控制规则如下

$$R_i^j: \text{若 } s_i \text{ 为 } A_{i,j}, \text{ 则 } \tau_{fi} \text{ 为 } B_{i,-j},$$

其中: $i = 1, 2; j = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$.

定义 s_i 和 τ_{fi} 的语言值如下

{NB(负大), NM(负中), NS(负小), ZE(零), PS(正小), PM(正中), PB(正大)} 模糊集 $A_{i,j}, B_{i,j} (j = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3)$ 对应的语言值分别为:

$$A_{i,-3} = \text{NB}, A_{i,-2} = \text{NM}, A_{i,-1} = \text{NS},$$

$$A_{i,0} = \text{ZE}, A_{i,1} = \text{PS}, A_{i,2} = \text{PM}, A_{i,3} = \text{PB},$$

$$B_{i,-3} = \text{NB}, B_{i,-2} = \text{NM}, B_{i,-1} = \text{NS},$$

$$B_{i,0} = \text{ZE}, B_{i,1} = \text{PS}, B_{i,2} = \text{PM}, B_{i,3} = \text{PB},$$

隶属函数分别选为:

$$\mu_{A_{i,-3}}(s_i) = \exp\{-(s_i + 1.25)^2/0.87^2\},$$

$$\mu_{A_{i,-2}}(s_i) = \exp\{-(s_i + 0.75)^2/0.76^2\},$$

$$\mu_{A_{i,-1}}(s_i) = \exp\{-(s_i + 0.45)^2/0.65^2\},$$

$$\mu_{A_{i,0}}(s_i) = \exp\{-s_i^2/0.52^2\},$$

$$\mu_{A_{i,1}}(s_i) = \exp\{-(s_i - 0.45)^2/0.65^2\},$$

$$\mu_{A_{i,2}}(s_i) = \exp\{-(s_i - 0.75)^2/0.76^2\},$$

$$\mu_{A_{i,3}}(s_i) = \exp\{-(s_i - 1.25)^2/0.87^2\}, i = 1, 2.$$

另外, $K = \text{diag}\{25, 25\}$, 机器人初始状态向量为 $x(0) = [0.2 \ 2.2 \ 0 \ 0]^T$. 仿真结果如下图所示:

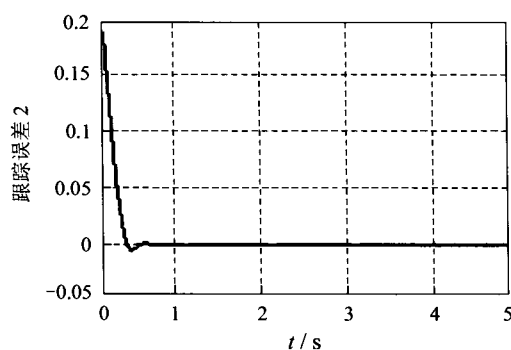


图1 关节1和关节2的跟踪误差

Fig. 1 Tracking errors of joint 1 and joint 2

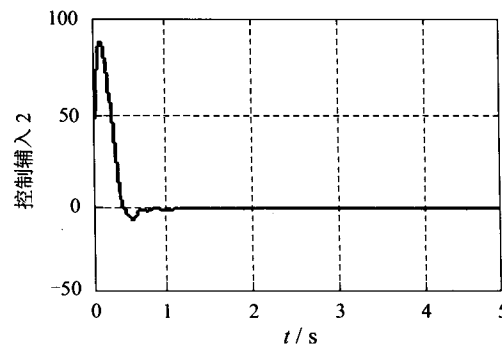
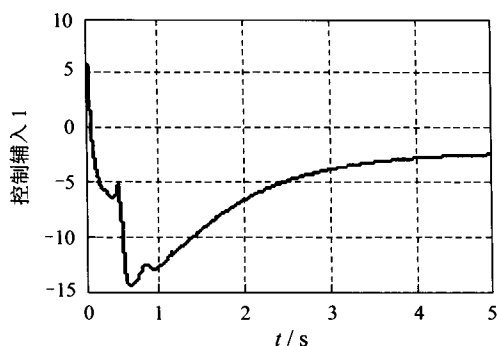


图2 关节1和关节2的控制输入

Fig. 2 Control inputs of joint 1 and joint 2

7 结论(Conclusion)

本文对于带有未知参数和未知动态的机器人操作系统提出了一种自适应模糊滑模控制方案. 以经典的滑模控制设计为分析基础, 根据滑模控制原理并利用模糊系统的逼近能力设计控制器, 基于李雅谱诺夫定理设计自适应律, 并对所提出方案的稳定性和收敛性进行了证明, 保证了系统的所有状态有界, 且跟踪误差在有限时间内收敛到零. 通过引入模糊逻辑系统, 避免了抖振现象.

参考文献(References):

- [1] MAN Z H, PAPLINSKI A P, WU H R. A robust MIMO terminal sliding Mode control scheme for rigid robotic manipulators [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(12): 2464 - 2469.
- [2] 代颖, 施颂椒. 一类平滑的机器人非线性滑动模控制策略[J]. *控制理论与应用*, 2001, 18(4): 581 - 588.
(DAI Ying, SHI Songjiao. A class of smooth nonlinear sliding mode control schemes for robots [J]. *Control Theory & Applications*, 2001, 18(4): 581 - 588.)
- [3] 许春山, 孙兴进, 曹广益. 一种新的机器人轨迹跟踪滑模变结构控制[J]. *计算机仿真*, 2004, 21(7): 115 - 118.
(XU Chunshan, SUN Xingjin, CAO Guangyi. A novel structure control for the tracking of robot [J]. *Computer Simulation*, 2004, 21(7): 115 - 118.)
- [4] 吴玉香, 王灏, 毛宗源, 等. 机器人轨迹跟踪的间接自适应模糊控制[J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(5): 748 - 756.
(WU Yuxiang, WANG Hao, MAO Zongyuan, et al. Fuzzy indirect adaptive controller for manipulator trajectory tracking applications [J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(5): 748 - 756.)
- [5] GOU Y Z, WOO P Y. Adaptive fuzzy sliding mode control for robotic manipulators [C]// *Proc of the 42nd IEEE Int Conf on Decision and Control*. Maui, Hawaii USA: [s. n.], 2003, 12: 2174 - 2179.
- [6] 孙伟伟, 武玉强. 一类多关节机器人系统的模糊滑模控制算法仿真[J]. *系统仿真学报*, 2005, 17(6): 1449 - 1452.
(SUN Weiwei, WU Yuqiang. A Class of Fuzzy Sliding mode Control Simulation for Multi-link Robot Manipulators [J]. *System Simulation*, 2005, 17(6): 1449 - 1452.)
- [7] BEKIT B W, WHIDBORNE J F, SENEVIRATNE L D. Fuzzy sliding mode control for a robot manipulator [C]// *Proc of IEEE Int Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation*. Monterey, CA: IEEE Press, 1997, 1: 320 - 325.
- [8] EMAMI M R, GOLDENBERG A A, TURKSEN I B. A robust model-based fuzzy logic controller for robot manipulators [C]// *Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation*. Leuven, Belgium: IEEE Press, 1998, 3: 2500 - 2505.
- [9] SUN F C, SUN Z Q, FENG G. An adaptive fuzzy controller based on sliding mode for robot manipulators [J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetic*, 1999, 29(4): 661 - 667.
- [10] QU Z, DAWSON D M. *Robust Tracking Control of Robot Manipulators* [M]. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1996.
- [11] SANNER R M, SLOTINE J E. Gaussian networks for direct adaptive control [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1992, 3(6): 837 - 863.

作者简介:

孙伟伟 (1981—), 女, 博士研究生, 主要研究方向为非线性系统控制, 机器人控制等, E-mail: autosww@126.com;

武玉强 (1962—), 男, 曲阜师范大学自动化研究所教授, 博士生导师, 主要研究方向为变结构控制, 非线性系统控制与自适应控制, E-mail: yqwu@qmu.edu.cn.