

文章编号: 1000-8152(2006)03-0439-04

## 多传感器最优信息融合白噪声反卷积滤波器

邓自立, 李云, 王欣

(黑龙江大学 自动化系, 黑龙江 哈尔滨 150080)

**摘要:** 应用现代时间序列分析方法和白噪声估计理论, 基于线性最小方差意义下按标量加权最优信息融合准则, 对于带白色和有色观测噪声的多传感器单通道系统, 提出了分布式融合白噪声反卷积滤波器。它由局部白噪声反卷积滤波器加权构成。可统一处理融合滤波、平滑和预报问题, 给出了计算局部滤波误差互协方差公式, 可用于计算最优加权。同单传感器情形相比, 可提高融合滤波器精度。它可应用于石油地震勘探信号处理。一个3传感器信息融合 Bernoulli-Gaussian 白噪声反卷积滤波器的仿真例子说明了其有效性。

**关键词:** 最优加权融合; 分布式融合; 反射地震学; 白噪声反卷积估值器; Wiener 滤波器

中图分类号: O211.64 文献标识码: A

## Multisensor optimal information fusion white noise deconvolution filter

DENG Zi-li, LI Yun, WANG Xin

(Department of Automation, Heilongjiang University, Harbin Heilongjiang 150080, China)

**Abstract:** Using the modern time series analysis method and white noise estimation theory and based on the linear minimum variance optimal information fusion criterion weighted by scalars, a distributed fusion white noise deconvolution filter is presented for multisensor single channel systems with white and colored measurement noises. The proposed filter consists of weighting local white noise deconvolution filters, which can handle the fused filtering, smoothing, and prediction problems in a unified framework. The formula for computing the cross-covariances among local filtering errors is also given, which is applied to compute the optimal weights. Compared with the single sensor case, the accuracy of the fused filter is improved. It can be applied to signal processing in oil seismic exploration. Finally, a simulation example for information fusion Bernoulli-Gaussian white noise deconvolution filter with three-sensor shows its effectiveness.

**Key words:** optimal weighted fusion; distributed fusion; reflection seismology; white noise deconvolution estimators; Wiener filter

### 1 引言 (Introduction)

在石油地震勘探中, 埋于地表下的炸药爆炸后, 各油层对地震波的反射构成的反射系数序列可用 Bernoulli-Gaussian 白噪声来描写<sup>[1,2]</sup>, 它作为地面上传感器的输入信号被接收, 而传感器本身是一个动态系统, 传感器的输出信号并不是其输入白噪声信号, 而是经过变换和含有观测噪声的信号。由系统的输出估计其输入叫反卷积。因此估计输入白噪声问题也叫白噪声反卷积, 在石油地震勘探中有重要的应用意义, 因为白噪声反射系数序列含有是否有油田和油田几何形状的重要信息<sup>[1,2]</sup>。估计白噪声有两种方法: 一种是 Kalman 滤波方法<sup>[1,2]</sup>, 另一种是

现代时间序列分析方法<sup>[3]</sup>。为提高单传感器情形对白噪声估计的精度, 文献[4]和[5]在白色观测噪声下, 分别用 Kalman 滤波方法和现代时间序列分析方法提出了多传感器信息融合白噪声反卷积滤波器。但在一般情形下, 系统带有色观测噪声。采用按标量加权线性最小方差最优融合准则<sup>[6]</sup>, 本文用现代时间序列方法提出了带白色和有色观测噪声的多传感器信息融合单通道白噪声反卷积滤波器。它由各单传感器的白噪声反卷积滤波器加权组成。为了计算最优加权系数, 给出了计算各单传感器的局部滤波误差互协方差公式。本文结果可应用于石油地震勘探、通讯、信号处理等许多领域。

## 2 问题阐述( Problem formulation )

考虑带白色和有色观测噪声的多传感器单通道白噪声反卷积系统

$$y_i(t) = \frac{B_i(q^{-1})}{A_i(q^{-1})}w(t) + v_i(t) + e_i(t), i = 1, 2, \dots, l, \quad (1)$$

$$P_i(q^{-1})v_i(t) = R_i(q^{-1})\xi_i(t), i = 1, 2, \dots, l. \quad (2)$$

其中:  $l$  为传感器个数,  $l \geq 2$ ,  $q^{-1}$  为单位滞后算子,  $q^{-1}x(t) = x(t-1)$ , 已知  $A_i(q^{-1}), B_i(q^{-1}), R_i(q^{-1})$  和  $P_i(q^{-1})$  为形如  $X_i(q^{-1}) = x_0^{(i)} + x_1^{(i)}q^{-1} + \dots + x_{n_x}^{(i)}q^{-n_x}$  的多项式,  $a_0^{(i)} = 1, b_0^{(i)} = 0, r_0^{(i)} = 0, p_0^{(i)} = 1, v_i(t)$  为有色观测噪声, 且  $w(t), \xi_i(t)$  和  $e_i(t)$  是零均值, 方差各为  $\sigma_w^2, \sigma_{\xi_i}^2$  和  $\sigma_{e_i}^2$  的独立白噪声.  $e_i(t)$  为白色观测噪声,  $\xi_i(t)$  为 ARMA 有色观测噪声  $v_i(t)$  的模型输入白噪声.  $w(t)$  为传感器的输入白噪声. 当  $t_0 \rightarrow -\infty$ , 问题是基于标量观测  $(y_i(t+N), y_i(t+N-1), \dots)$ , 求局部白噪声反卷积滤波器  $\hat{w}_i(t|t+N), i = 1, 2, \dots, l$ , 及最优融合反卷积滤波器  $\hat{w}_0(t|t+N)$ . 对  $N = 0, N > 0$  或  $N < 0$ , 各称其为反卷积滤波器, 平滑器或预报器.

## 3 信息融合最优白噪声反卷积滤波器 ( Information fusion optimal white noise deconvolution filter )

将式(2)代入式(1)有动态系统

$$\begin{aligned} A_i(q^{-1})y_i(t) &= \bar{B}_i(q^{-1})w(t) + \bar{R}_i(q^{-1})\xi_i(t) + \\ &\quad A_i(q^{-1})e_i(t), i = 1, \dots, l, \end{aligned} \quad (3)$$

其中定义多项式

$$\begin{cases} A_i(q^{-1}) = A_i(q^{-1})P_i(q^{-1}), \\ \bar{B}_i(q^{-1}) = B_i(q^{-1})P_i(q^{-1}), \\ \bar{R}_i(q^{-1}) = R_i(q^{-1})A_i(q^{-1}). \end{cases} \quad (4)$$

将式(3)右边 3 个滑动平均(MA) 过程用一个等价的 MA 过程  $D_i(q^{-1})\varepsilon_i(q^{-1})$  表示

$$\begin{aligned} D_i(q^{-1})\varepsilon_i(t) &= \bar{B}_i(q^{-1})w(t) + \bar{R}_i(q^{-1})\xi_i(t) + \\ &\quad A_i(q^{-1})e_i(t), \end{aligned} \quad (5)$$

则可得对应的第  $i$  传感器的局部 ARMA 新息模型

$$A_i(q^{-1})y_i(t) = D_i(q^{-1})\varepsilon_i(t), \quad (6)$$

其中: 新息  $\varepsilon_i(t)$  是零均值, 方差为  $\sigma_{\varepsilon_i}^2$  的白噪声,  $D_i(q^{-1}) = 1 + d_1^{(i)}q^{-1} + \dots + d_{n_{di}}^{(i)}q^{-n_{di}}$  是稳定的,  $D_i(q^{-1})$  和  $\sigma_{\varepsilon_i}^2$  可用 Gevers-Wouter<sup>[7]</sup> 算法求得.

**定理 1** 对第  $i$  个单传感器, 渐近稳定的局部最优白噪声反卷积 Wiener 滤波器  $\hat{w}_i(t|t+N)$  为

$$D_i(q^{-1})\hat{w}_i(t|t+N) = L_N^{(i)}(q^{-1})A_i(q^{-1})y_i(t+N), \quad (7)$$

$$L_N^{(i)}(q^{-1}) = \frac{\sigma_w^2}{\sigma_{\varepsilon_i}^2} \sum_{j=0}^N f_j^{(i)} q^{j-N}, i = 1, 2, \dots, l, N \geq 0, \quad (8)$$

其中系数  $f_j^{(i)}$  可递推计算为

$$f_j^{(i)} = -d_1^{(i)}f_{j-1}^{(i)} - \dots - d_{n_{di}}^{(i)}f_{j-n_{di}}^{(i)} + \bar{b}_j^{(i)}, \quad (9)$$

其中规定  $f_j^{(i)} = 0 (j < 0), \bar{b}_j^{(i)} = 0 (j > n_{bi})$ , 且式(7)的新息滤波器形式为

$$\hat{w}_i(t|t+N) = \frac{\sigma_w^2}{\sigma_{\varepsilon_i}^2} \sum_{j=0}^N f_j^{(i)} \varepsilon_i(t+j), i = 1, 2, \dots, l, \quad (10)$$

且有局部稳态滤波误  $\tilde{w}_i(t|t+N) = w(t) - \hat{w}_i(t|t+N)$  的方差  $P_i(N) = E[\tilde{w}_i(t|t+N)^2]$  (E 为均值号) 为

$$P_i(N) = \sigma_w^2 [1 - \frac{\sigma_w^2}{\sigma_{\varepsilon_i}^2} \sum_{j=0}^N (f_j^{(i)})^2], i = 1, 2, \dots, l. \quad (11)$$

$$\text{当 } N < 0 \text{ 时, 有 } \hat{w}_i(t|t+N) = 0. \quad (12)$$

**证** 由文献[3]有最优白噪声估值器式(10)(12)和方差式(11), 其中  $f_j^{(i)}$  由式(9)定义. 它可写为

$$\hat{w}_i(t|t+N) = L_N^{(i)}(q^{-1})\varepsilon_i(t+N), \quad (13)$$

其中  $L_N^{(i)}(q^{-1})$  由式(8)定义. 由式(6)有

$$\varepsilon_i(t+N) = \frac{A_i(q^{-1})}{D_i(q^{-1})}y_i(t+N). \quad (14)$$

将式(14)代入式(13)引出式(7). 由  $D_i(q^{-1})$  的稳定性引出式(7)是渐近稳定的. 证毕.

**定理 2** 当  $N \geq 0$  时, 多传感器系统式(1)和式(2)的局部稳态滤波误差  $\tilde{w}_i(t|t+N)$  的互协方差

$$P_{ij}(N) = E[\tilde{w}_i(t|t+N)\tilde{w}_j(t|t+N)] (i \neq j) \text{ 为}$$

$$\begin{aligned} P_{ij}(N) &= \sigma_w^2 - \frac{(\sigma_w^2)^2}{\sigma_{\varepsilon_i}^2} \sum_{r=0}^N (f_r^{(i)})^2 - \frac{(\sigma_w^2)^2}{\sigma_{\varepsilon_j}^2} \sum_{s=0}^N (f_s^{(j)})^2 + \\ &\quad \frac{(\sigma_w^2)^2}{\sigma_{\varepsilon_i}^2 \sigma_{\varepsilon_j}^2} \sum_{r=0}^N \sum_{s=0}^N f_r^{(i)} f_s^{(j)} \sigma_{ij}(r, s), N \geq 0, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\sigma_{ij}(r, s) = \sum_{k=\max(0, r-s)}^{\infty} f_k^{(i)} f_{s-r+k}^{(j)} \sigma_w^2. \quad (16)$$

当  $N < 0$  时, 有

$$P_{ij}(N) = \sigma_w^2. \quad (17)$$

**证** 由为了证明式(15)和式(16), 由式(5)有展式<sup>[3]</sup>

$$\begin{aligned} \varepsilon_i(t) &= \frac{\bar{B}_i(q^{-1})}{D_i(q^{-1})}w(t) + \frac{\bar{R}_i(q^{-1})}{D_i(q^{-1})}\xi_i(t) + \frac{A_i(q^{-1})}{D_i(q^{-1})}e_i(t) = \\ &\quad \sum_{j=0}^{\infty} f_j^{(i)} w(t-j) + \frac{\bar{R}_i(q^{-1})}{D_i(q^{-1})}\xi_i(t) + \frac{A_i(q^{-1})}{D_i(q^{-1})}e_i(t). \end{aligned} \quad (18)$$

其中滤波误差互协方差有展式

$$P_{ij}(N) = E[w^2(t)] - E[w(t)\hat{w}_j(t)] - E[w(t)\hat{w}_i(t)] + E[\hat{w}_i(t)\hat{w}_j(t)], \quad (19)$$

由式(10)和式(18)可得

$$E[w(t)\hat{w}_i(t)] = \frac{\sigma_w^2}{\sigma_{ei}^2} \sum_{r=0}^N (f_r^{(i)})^2 \sigma_w^2, \quad (20)$$

$$E[w(t)\hat{w}_j(t)] = \frac{\sigma_w^2}{\sigma_{ej}^2} \sum_{s=0}^N (f_s^{(j)})^2 \sigma_w^2, \quad (21)$$

$$E[\hat{w}(t)\hat{w}_j(t)] = \frac{(\sigma_w^2)^2}{\sigma_{ei}^2 \sigma_{ej}^2} \sum_{r=0}^N \sum_{s=0}^N f_r^{(i)} f_s^{(j)} \sigma_{ij}(r,s), \quad (22)$$

$$\sigma_{ij}(r,s) = E[\varepsilon_i(t+r)\varepsilon_j(t+s)] = \sum_{k=0}^{\infty} f_k^{(i)} f_{s-r+k}^{(j)} \sigma_w^2. \quad (23)$$

将式(20)~(23)代入式(19),并注意 $f_k^{(i)} = 0$ ( $k < 0$ )引出式(15)和式(16).由式(12)得式(17).证毕.

**定理3** 多传感器单通道白噪声反卷积系统式(1)和式(2),有按标量加权线性最小方差最优信息融合白噪声反卷积滤波器 $\hat{w}_0(t|t+N)$ 为

$$\hat{w}_0(t|t+N) = \sum_{i=1}^l \alpha_i(N) \hat{w}_i(t|t+N). \quad (24)$$

其中 $N \geq 0$ 或 $N < 0$ ,在线性最小方差融合准则下,最优加权系数 $\alpha_i(N), i = 1, 2, \dots, l$ 由下式计算<sup>[7]</sup>

$$[\alpha_1(N), \dots, \alpha_l(N)] = (e^T P^{-1}(N) e)^{-1} e^T P^{-1}(N). \quad (25)$$

其中 $e^T = [1, \dots, 1], P(N)$ 是以 $P_{ij}(N)$ 为第*i*行第*j*列元素的 $l \times l$ 矩阵

$$P(N) = (P_{ij}(N)), i, j = 1, \dots, l, \quad (26)$$

其中定义 $P_{ii}(N) = P_i(N), P_i(N)$ 和 $P_{ij}(N)$ 由定理1和定理2计算,且设 $P(N)$ 可逆.最小融合误差 $\tilde{w}_0(t|t+N) = w(t) - \hat{w}_0(t|t+N)$ 方差 $P_0(N)$ 为

$$P_0(N) = (e^T P^{-1}(N) e)^{-1}, \quad (27)$$

且有关系

$$P_0(N) \leq P_i(N), i = 1, 2, \dots, l. \quad (28)$$

证 由文献[6]的线性最小方差加权融合公式得式(24)~(28).

#### 4 仿真例子——Bernoulli-Gaussian 白噪声反卷积平滑器(Simulation example of Bernoulli-Gaussian noise deconvolution smoother)

考虑三传感器反卷积系统

$$y_i(t) = \frac{q^{-1}(1 + b_1^{(i)} q^{-1})}{(1 + a_1^{(i)} q^{-1})(1 + a_2^{(i)} q^{-1})} w(t) + v_i(t) + e_i(t),$$

$$(1 + p_1^{(i)} q^{-1}) v_i(t) = (1 + r_1^{(i)} q^{-1}) \xi_i(t), i = 1, 2, 3. \quad (29)$$

其中观测信号 $y_i(t)$ 为标量,假设 $\xi_i(t)$ 和 $e_i(t)$ 是零均值、方差分别为 $\sigma_{\xi_i}^2$ 和 $\sigma_{e_i}^2$ 的相互独立的 Gaussian 白噪声, $w(t) = b(t)g(t)$ 为 Bernoulli-Gaussian 白噪声, $g(t)$ 为零均值、方差为 $\sigma_g^2$ 的 Gaussian 白噪声, $b(t)$ 为取值1或0的 Bernoulli 白噪声,取值概率为: $P(b(t) = 1) = \lambda, P(b(t) = 0) = 1 - \lambda$ ,而且 $g(t)$ 与 $b(t)$ 相互独立,于是有 $\sigma_w^2 = \lambda \sigma_g^2$ . 设 $w(t), \xi_i(t)$ 和 $e_i(t)$ 相互独立.问题是求局部白噪声反卷积平滑器 $\hat{w}_i(t|t+2)$ 及最优融合平滑器 $\hat{w}_0(t|t+2)$ . 仿真中取 $N = 2$ ,且取模型参数为: $\sigma_{\xi_1}^2 = 0.01, \sigma_{\xi_2}^2 = 0.05, \sigma_{\xi_3}^2 = 0.08; r_1^{(1)} = 0.1, r_1^{(2)} = 0.2, r_1^{(3)} = 0.5; a_1^{(1)} = 0.4, a_1^{(2)} = 0.1, a_1^{(3)} = 0.2; a_2^{(1)} = 0.02, a_2^{(2)} = 0.03, a_2^{(3)} = 0.04; b_1^{(1)} = 0.05, b_1^{(2)} = 0.04, b_1^{(3)} = 0.03; p_1^{(1)} = 0.09, p_1^{(2)} = 0.02, p_1^{(3)} = 0.2; \sigma_g^2 = 1, \sigma_e^2 = 0.01, \lambda = 0.3$ .

可得最优加权系数为

$$\alpha_1(2) = 0.56405, \alpha_2(2) = 0.2932, \alpha_3(2) = 0.14275. \quad (30)$$

可得局部平滑误差方差及最优融合误差方差为

$$P_1(2) = 0.031268, P_2(2) = 0.051938, \\ P_3(2) = 0.077393, P_0(2) = 0.02074. \quad (31)$$

比较可得到 $P_0(2) < P_i(2), i = 1, 2, 3$ .由此看到信息融合估计可提高估计精度.仿真结果如图1~4所示,其中实线端点纵标表示 $w(t)$ ,圆点纵标表示估值 $\hat{w}_i(t|t+2)$ .也可看到融合平滑器精度高于每个局部平滑器精度.图5比较了累积平滑绝对误差曲线,其中最优融合累积平滑绝对误差曲线在3个局部累积平滑绝对误差曲线下方,也说明了融合平滑估计提高了精度.

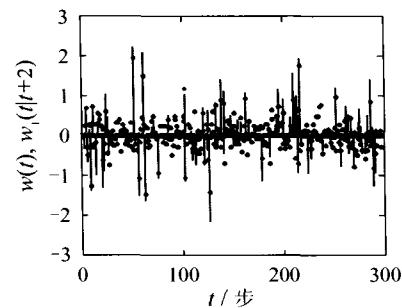


图1  $w(t)$  与局部白噪声反卷积平滑器 $\hat{w}_i(t|t+2)$

Fig. 1  $w(t)$  and local white noise deconvolution smoother $\hat{w}_i(t|t+2)$

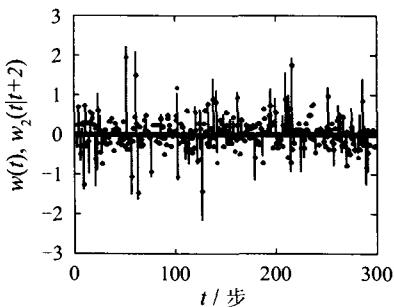
图 2  $w(t)$  与局部白噪声反卷积平滑器  $\hat{w}_2(t|t+2)$ 

Fig. 2  $w(t)$  and local white noise deconvolution smoother  $\hat{w}_2(t|t+2)$

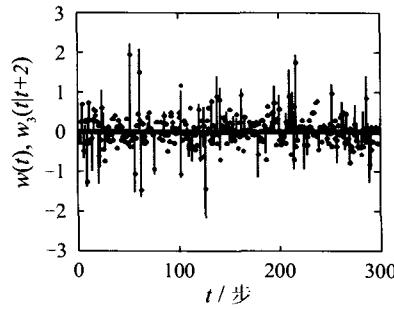
图 3  $w(t)$  与局部白噪声反卷积平滑器  $\hat{w}_3(t|t+2)$ 

Fig. 3  $w(t)$  and local white noise deconvolution smoother  $\hat{w}_3(t|t+2)$

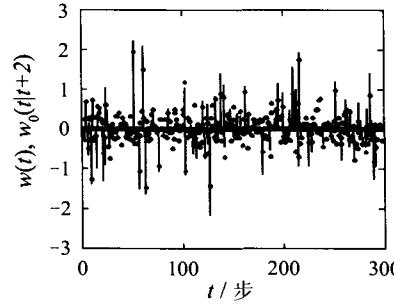
图 4  $w(t)$  与最优融合白噪声反卷积平滑器  $\hat{w}_0(t|t+2)$ 

Fig. 4  $w(t)$  and optimal fusion white noise deconvolution smoother  $\hat{w}_0(t|t+2)$

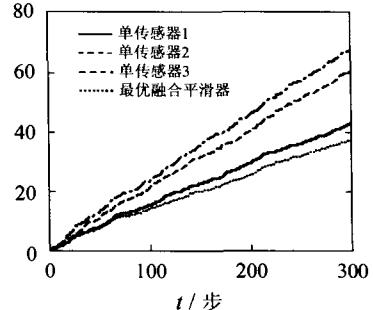


图 5 累积平滑绝对误差曲线

Fig. 5 Curves of the accumulated smoothing absolute errors

## 5 结论(Conclusion)

以石油地震勘探信号处理为应用背景<sup>[1,2]</sup>, 本

文应用作者提出的现代时间序列分析方法<sup>[3,7]</sup>, 在线性最小方差意义下按标量加权最优信息融合准则下<sup>[6]</sup>, 提出了带白色和有色观测噪声的多传感器分布式融合单通道白噪声反卷积滤波器. 为了计算最优加权系数, 提出了计算局部滤波误差互协方差的公式. 理论分析和仿真结果表明, 融合估计的精度高于基于每个单传感器的局部估计的精度. 在应用中, 若模型式(1)和式(2)是完全未知的, 可先用系统辨识方法<sup>[7]</sup>离线辨识模型, 然后再应用本文结果. 另一方面, 若模型部分未知且噪声方差未知, 则基于ARMA新息模型的在线辨识可设计自校正信息融合白噪声反卷积滤波器<sup>[7]</sup>. 假如模型参数估计是一致的, 则自校正融合估计将收敛于当模型参数已知时的最优融合估计<sup>[7]</sup>.

## 参考文献(References):

- [1] MENDEL J M. *Optimal Seismic Deconvolution: An Estimation-Based Approach* [M]. New York: Academic Press, 1983.
- [2] MENDEL J M. White-noise estimators for seismic data processing in oil exploration [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1977, AC-22(5): 694–706.
- [3] DENG Z L, ZHANG H S, LIU S J, et al. Optimal and self-tuning white noise estimators with applications to deconvolution and filtering problems [J]. *Automatica*, 1996, 32(2): 199–216.
- [4] SUN Shuli. Multi-sensor information fusion white noise filter weighted by scalars based on Kalman predictor [J]. *Automatica*, 2004, 40(8): 1447–1453.
- [5] 邓自立, 高媛, 李云, 等. 基于 Kalman 滤波的信息融合白噪声最优反卷积滤波器 [J]. 科学技术与工程, 2004, 4(3): 170–173.  
(DENG Zili, GAO Yuan, LI Yun, et al. Information fusion white noise optimal deconvolution filter based on Kalman filtering [J]. *Science Techniques and Engineering*, 2004, 4(3): 170–173.)
- [6] SUN Shuli, Deng Zili. Multi-sensor optimal information fusion Kalman filter [J]. *Automatica*, 2004, 40(6): 1017–1023.
- [7] 邓自立. 自校正滤波理论及其应用——现代时间序列分析方法 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2003: 1–342.  
(DENG Zili. *Self-tuning Filterining Theory and Applications—Modern Time Series Analysis Method* [M]. Harbin: Press of Harbin Institute of Technology, 2003: 1–342.)

## 作者简介:

邓自立 (1938—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为状态估计、信息融合、时间序列分析等, E-mail: dzl@hlju.edu.cn;

李 云 (1978—), 女, 硕士研究生, 研究方向为信息融合状态估计;

王 欣 (1978—), 男, 硕士研究生, 研究方向为信息融合状态估计.