

用闭环反馈周期脉冲抑制分叉和混沌运动

王林泽¹, 赵文礼²

(1. 杭州电子科技大学 计算机学院, 浙江 杭州 310018; 2. 杭州电子科技大学 机电工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 提出一种抑制分叉和混沌的方法. 该方法用控制目标与实时检测的系统状态量之间的差值作为控制脉冲信号, 用闭环反馈方式作用于受控系统, 达到控制分叉或混沌的目的. 首先介绍了该方法的基本原理, 然后将该方法用于含间隙往复碰撞振动系统的分叉和混沌异常运动的抑制. 利用一个二自由度往复碰撞振动模型作为研究对象, 用随机数模拟随机扰动, 通过数值仿真的方法对该系统在无扰动和有扰动条件下的分叉及其混沌运动进行抑制. 结果表明该方法对这类分叉和混沌异常振动有明显的抑制作用. 该方法也适用于其他混沌系统.

关键词: 混沌抑制; 碰撞振动; 间隙; 反馈

中图分类号: TP13, TP29 **文献标识码:** A

Feedback-based method using periodic pulse to suppress bifurcations and chaotic motions

WANG Lin-ze¹, ZHAO Wen-li²

(1. School of Computer Science, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou Zhejiang 310018, China;

2. School of Mechanical and Electronic Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou Zhejiang 310018, China)

Abstract: A method to suppress bifurcations and chaotic motions is proposed. The bias between the real time state values and target values is considered as the feedback periodic pulse, and is used to control bifurcations and chaotic motions in system. First, the principle of the method is introduced. The method is then applied to a two-degree-of-freedom reciprocating impact vibration system with gap. Using random numbers as disturbances, the bifurcations and chaotic motions of the system under the conditions both with or without disturbances are suppressed by numerical simulation. The result indicates that the method can suppress bifurcations and chaotic vibration in the system effectively. The method can also be applied to other chaotic systems.

Key words: suppressing chaos; impact vibration; gap; feedback

1 引言(Introduction)

混沌抑制作为混沌控制的一个分支一直受到许多学者的关注, 提出了许多方法^[1~9]. 诸如: 文献[1]用外加周期微扰抑制 Duffing-Holmes 系统混沌运动; 文献[3]利用正反馈引导混沌系统到周期解; 文献[4]利用极点配置技术来设计控制器参数, 镇定不稳定平衡点和设定跟踪. 本文研究用周期脉冲抑制一类含间隙碰撞系统的混沌运动. 近几年的研究已经揭示这类系统在不同的参数条件下存在丰富的动力学行为^[10~13]. 因而含间隙碰撞机械系统的混沌抑制是一个有很强工程背景的新的课题.

早在 20 世纪 90 年代初期, 就已经提出外加周期微扰抑制混沌运动. 文献[1]提出通过改变外加周期信号的形状来抑制混沌运动; 文献[2]用脉冲

信号控制周期力驱动的混沌摆系统; 文献[3]给出了用周期脉冲控制一维映像混沌和 Rossler 系统的一些结果. 本文针对一类高维分段光滑系统的混沌抑制展开研究, 为了在工程上易于应用, 本文引入闭环控制. 通过在线实时检测, 动态生成周期脉冲信号, 用于抑制系统分叉或混沌运动. 以一个典型的含间隙往复碰撞振动模型为例, 建立其 Poincaré 映射方程. 考虑到实际应用中总会有扰动误差, 所以分别无扰动和有扰动条件下, 通过数值仿真, 探讨了这种方法的有效性.

2 闭环反馈周期脉冲方法(Feedback-based method of periodic pulse)

考虑一般非线性映射系统

$$X_{n+1} = F(X_n). \quad (1)$$

其中: $X \in \mathbb{R}^N$, F 对 X 足够光滑.

从系统(1)的轨道上一点 X_0 出发的 p 次迭代可表示为

$$X_p = F^{(p)}(X_0). \quad (2)$$

其中 $F^{(p)} \equiv \underbrace{F(F(F(\cdots F(X)\cdots)))}_{P \text{ 次}}$.

若系统存在稳定的 $P(P=1,2,3,\cdots)$ 周期轨,由式(2)知 $X_p = X_0$;若由于系统参数的变化,导致系统产生混沌运动,则映射结果将偏离原稳定的周期点,使 $X_p \neq X_0$. 设原稳定周期轨为 $X_0, X_1, X_2, \cdots, X_{p-1}$, 若在 P 时刻参数改变,设在此参数条件下,系统失稳产生分叉或混沌运动,则其后的映射将偏离原稳定周期轨. 将其表示为 $X_0, X_1 + \Delta X_1, X_2 + \Delta X_2, \cdots, X_{p-1} + \Delta X_{p-1}, X_p = X_0 + \Delta X_p, \cdots$, 在原周期 P 点,系统不能回到 X_0 , 因而不保持 P 周期运动.

本控制方法的思想是在 P 周期点加入脉冲信号

$$Q = X_p - X_0, \quad (3)$$

这样由 X_0 出发的轨道 p 次迭代后受加入的脉冲 Q 的作用而成为

$$F^{(p)}(X_0) - Q = X_0. \quad (4)$$

当 $X_p = X_0$ 时, $Q = 0$, 无控制作用产生; 当 $X_p \neq X_0$ 时, $Q \neq 0$, 产生脉冲信号抵消系统偏差. 此后继续按映像(2)迭代, 重复上述过程, 相当于给系统加上一个持续的周期脉冲

$$Q_n = \sum_{m=0}^{\infty} Q \delta(n - mP), \quad (5)$$

$m=0$ 为控制开始时刻.

脉冲信号 Q 使轨道首尾相接, 形成一个受扰周期轨 $X_0, X_1 + \Delta X_1, X_2 + \Delta X_2, \cdots, X_{p-1} + \Delta X_{p-1}$, 混沌得到抑制.

对于含间隙往复碰撞振动系统, 以一次往复碰撞为一个周期, 则 $P=1$. 当系统稳定时, 设满足

$$X_0 = F(X_0), \quad (6)$$

X_0 为系统稳定不动点. 该方法原理可用图1表示. 图中 X_0 为系统稳定运动时输出向量, 此输出被保存作为控制目标, X_i 为 i 时刻系统的输出向量. 将测量误差、时间延迟等因素产生的误差及其它干扰因素的影响统统归结为噪声 E .

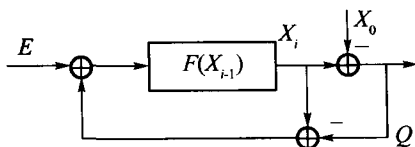


图1 抑制混沌原理图

Fig. 1 Schematic of the method for suppressing chaos

当往复碰撞振动系统处于稳定的周期碰撞时, 以一个碰撞周期为间隔周期检测 X_i , 若 $X_i = X_0$, 则 $Q=0$, 无控制作用; 若 $X_i \neq X_0$, $Q = \Delta X_i$, ΔX_i 为 X_i 偏离 X_0 的偏差, 将此偏差作为控制脉冲信号.

3 仿真实例 (Simulation example)

为了研究上述方法对含间隙往复碰撞系统混沌抑制的有效性, 选图2所示模型为研究对象, 该模型可以作为许多含间隙往复碰撞机构的抽象, 具有一定的典型性.

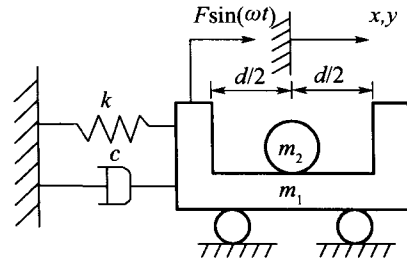


图2 系统模型

Fig. 2 System model

系统由主质体、刚体球、线性弹簧和阻尼器组成. 图中 m_1 和 m_2 分别表示主质体和刚球的质量, k , c 分别为弹簧刚度和阻尼系数. 假设小球与主质体之间无摩擦作用, 主质体槽的间隙为 d , 且外加简谐激励力作用在主质体上. 这样, 在图示模型中设主质体的绝对运动为 x , 小球的绝对运动为 y .

系统方程可写为如下无量纲形式:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1(\tau) + 2h\dot{x}_1(\tau) + x_1(\tau) = \sin(\omega\tau + \alpha), \\ \ddot{x}_2(\tau) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

式中:

$$x_0 = \frac{F}{k}, x_1 = \frac{x}{x_0}, x_2 = \frac{y}{x_0}, h = \frac{c}{2\sqrt{m_1 k}},$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m_1}}, \omega = \frac{\Omega}{\omega_n}, \tau = \omega_n t.$$

由碰撞过程中的动量定理和恢复系数的定义, 可得到系统的碰撞方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_{1+} = \dot{x}_{1-} + \mu(\dot{x}_{2-} - \dot{x}_{2+}), \\ \dot{x}_{1+} = \dot{x}_{2+} + R(\dot{x}_{2-} - \dot{x}_{1-}). \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\mu = m_2/m_1$, R 为恢复系数, $\dot{x}_{1-}$, $\dot{x}_{2-}$ 和 $\dot{x}_{1+}$, $\dot{x}_{2+}$ 分别表示两物体碰撞前和碰撞后的瞬时速度.

假设主质体在外加简谐激励力的作用下, 使得小球与主质体发生碰撞, 则根据运动学关系, 碰撞应该发生在 $x_2 - x_1 = \pm d_0$ 处, 其中 $d_0 = d/(2x_0)$.

该系统在一定的参数条件下存在丰富的动力学行为. 为了研究含间隙机械系统的混沌抑制问题, 设系统碰撞周期与外驱动力周期相同, 在稳定运行时,

在一个外驱动力周期,产生左右各一次平衡对称碰撞,以右碰撞发生后碰撞面为 Poincaré 截面,且周期时刻 τ 取在碰撞发生后的瞬时,

$$\sigma = \{(x_1, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \tau) \in \mathbb{R}^3 \times S, x_2 = x_1 + d_0, \tau = \tau_+\}.$$

根据边界条件和式(7)(8)可建立 Poincaré 映射 $F: \sigma \rightarrow \sigma$ 为

$$X_{n+1} = F(v, X_n). \quad (9)$$

其中: v 是一个实参数, $v \in \mathbb{R}^1$, $X = (x_1, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \tau)^T$, 稳定态对应 Poincaré 截面上的不动点, 则式(9)应满足

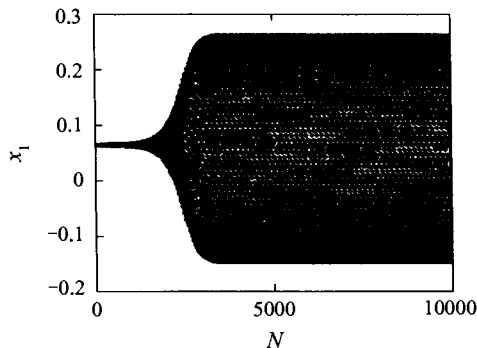
$$X^* = F(v^*, X^*). \quad (10)$$

其中: $X^* = (x_1^*, \dot{x}_1^*, \dot{x}_2^*, \tau^*)^T$ 为 Poincaré 截面上的不动点坐标, v^* 为对应不动点的系统某可调参数值.

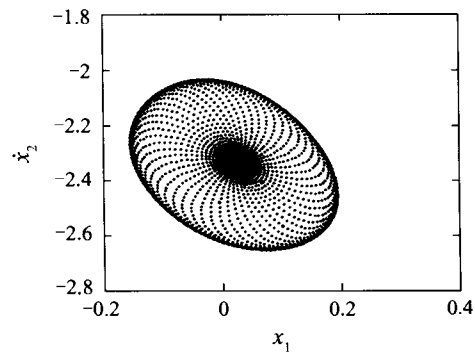
下面考查当 v 偏离 v^* 系统产生分叉或混沌运动时,该方法抑制混沌的效果. 数值仿真分两种情况.

首先考查图1中 $E = 0$ 的理想情况. 取弹簧系数 k 为分岔参数, 当系统参数为 $(\omega, F, R, d, c, \mu) = (2, 7, 0.8, 5, 0.1, 0.1)$ 时, 在 $k \geq 5$ 时, 系统是稳定的周期 1-1 平衡对称碰撞运动, 因而在 Poincaré 截面上为不动点. 当将 k 逐渐减小, 系统出现 Hopf 分叉. 图3(a) 是当 $k = 4.9$, $\Delta x_1 = 0.001$ 时的 x_1 随时间的变化, 图3(b) 是 Poincaré 截面图. 由图可知, 即使扰动 Δx_1 很小, 系统也将趋向不变圈. 对此分叉进行抑制, 其结果见图4. 为了能清楚地观察到演化过程, 控制作用在 $N = 4000$ 时才加入, 误差判据为 10^{-5} .

若继续减小 k , 不变圈将开始变形, 并最终发生混沌运动. 在 $k = 3.4$ 时, 从不稳定不动点开始的 Poincaré 截面轨迹如图5(a) 所示, 系统产生混沌运动. $\Delta x_1 = 0.001$, 次数 $N = 10000$. 图5(b) 是对上述混沌运动加入控制后的仿真结果. 同样为了观察到对混沌运动的抑制效果, 当 $N = 4000$ 时加入控制.



(a) x_1 随时间的变化



(b) Poincaré 截面映射图

图3 $k = 4.9$ 时 Hopf 分叉

Fig. 3 Hopf bifurcation in $k = 4.9$

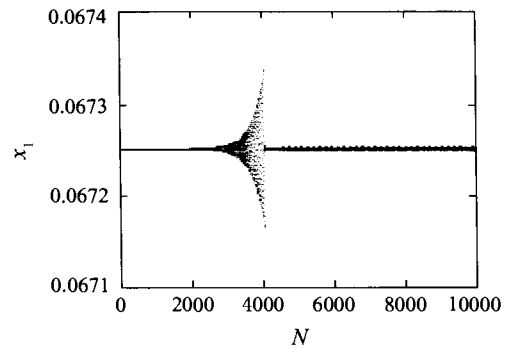


图4 $k = 4.9$ 时对分叉的抑制

Fig. 4 Suppression of bifurcation in $k = 4.9$

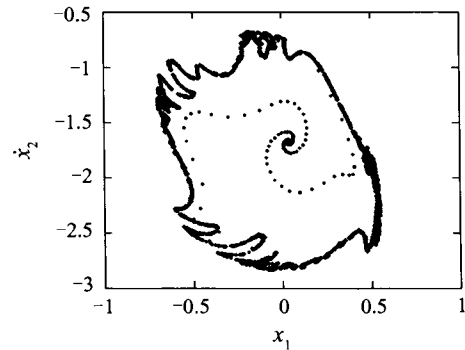


图5(a) $k = 3.4$ 时 Poincaré 截面上的混沌吸引子

Fig. 5(a) Chaos attractor of Poincaré section in $k = 3.4$

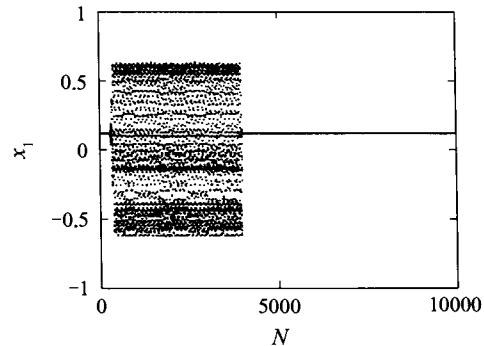


图5(b) 加入控制后 x_1 随时间的变化

Fig. 5(b) Time history of x_1 in control

对实际系统往往还应考虑到测量误差, 控制延

迟及其它噪声等因素的影响,为此,将这些因素归结为扰动 E . 仿真中用随机数发生器产生随机数并乘以适当的因子模拟 E ,进一步考查了本方法抑制混沌的效果,下面是当 $E \neq 0$ 时的仿真结果.

图6为系统 Hopf 分叉加入扰动 E 后的控制效果. 其它条件与图4相同. 图7是图5(b) 加扰动 E 后的结果. 限于篇幅,文中没有将所有变量的仿真结果画出,但其他未画出变量均具有与已画出变量相同的性态,并支持文中所得结论.

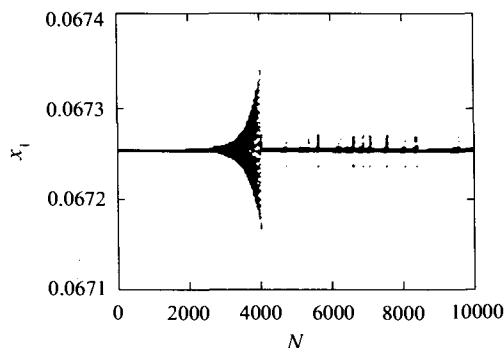


图6 $k = 4.9$ 和 $E \neq 0$ 时对分叉的抑制

Fig. 6 Suppression of bifurcation in $k = 4.9$ and $E \neq 0$

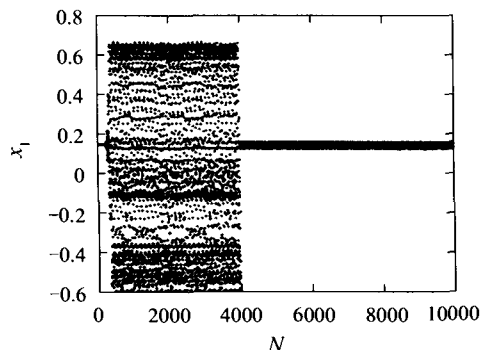


图7 $k = 3.4$ 和 $E \neq 0$ 时对混沌的抑制

Fig. 7 Suppression of chaos in $k = 3.4$ and $E \neq 0$

4 结论 (Conclusion)

研究表明该方法对这类系统由于参数变化导致的分叉和混沌运动有好的抑制效果.

该方法从控制加入到混沌得到抑制需要的时间很短,在十几个碰撞周期之内,时间响应速度快.

本方法不局限于含间隙往复碰撞的机械系统,对其它类似非线性系统也应适用. 但需要指出的是: 由于实际系统总会存在噪声,而本方法只在每个周期终点加入控制,所以它更适用于对短周期的控制. 诸如本文研究的碰撞问题.

参考文献 (References):

- [1] CHACON R, BEJARANO J D. Routes to suppressing chaos by weak periodic perturbations [J]. *Physical Review Letters*, 1993, 71(19): 3103 - 3106.
- [2] GUAN Z H, CHEN G, UETA T. On impulsive control of a periodically forced chaotic pendulum system [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(9): 1724 - 1727.
- [3] 王光瑞, 于熙龄, 陈式刚. 混沌的控制、同步与利用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2001: 172 - 197.
(WANG Guangrui, YU Xiling, CHEN Shigang. *Control and Synchronization of Chaos and Its Application* [M]. Beijing: Defense industry Press, 2001: 172 - 197.)
- [4] 须文波, 徐振源, 蔡朝洪. 利用正反馈引导混沌系统到周期解 [J]. 控制理论与应用, 2003, 20(4): 647 - 649.
(XU Wenbo, XU Zhenyuan, CAI Chaohong. Positive feedback control for directing chaos towards periodic motion [J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(4): 647 - 649.)
- [5] 蒋国平, 陈关荣, 邓懋生. 混沌系统不稳定平衡点的镇定及其在蔡氏电路中的应用 [J]. 控制理论与应用, 2003, 20(5): 758 - 764.
(JIANG Guoping, CHEN Guanrong, TANG Wallace Kit Sang. Stabilization of unstable equilibria of chaotic systems and its applications to chua's circuit [J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(5): 758 - 764.)
- [6] 罗晓曙, 汪秉宏, 陈关荣. DC-DC buck 变换器的分岔行为及混沌控制研究 [J]. 物理学报, 2003, 52(1): 12 - 16.
(LUO Xiaoshu, WANG Binghong, CHEN Guanrong. Research on bifurcation behaviour and chaos control in DC-DC buck converter [J]. *Acta Physica Sinica*, 2003, 52(1): 12 - 16.)
- [7] 吴晓群, 陆君安, 谢进, 等. 用采样数据反馈控制统一混沌系统到平衡点 [J]. 控制理论与应用, 2003, 20(6): 889 - 893.
(WU Xiaoqun, LU Junan, XIE Jin, et al. Control unified chaotic system to equilibrium points using sampled data feedback [J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(6): 889 - 893.)
- [8] 陆益民, 毛宗源, 张波. 基于免疫算法的混沌多模型微扰控制 [J]. 控制理论与应用, 2004, 21(1): 30 - 34.
(LU Yimin, MAO Zongyuan, ZHANG Bo. Multi-model solution for chaos control based on the immune algorithm [J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(1): 30 - 34.)
- [9] 王林泽, 赵文礼. 外加正弦驱动力抑制一类分段光滑系统的混沌运动 [J]. 物理学报, 2005, 54(9): 4038 - 4043.
(WANG Linze, ZHAO Wenli. Suppressing chaotic motion of a class of piecewise-smooth systems by sine periodic force [J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, 54(9): 4038 - 4043.)
- [10] ZHAO W L, WANG L Z. Hopf bifurcation of a impact damper [C]// *Proc of the 3rd Int Conf on Nonlinear Mechanics*. Shanghai: Shanghai University Press, 1998: 437 - 440.
- [11] DIMENTBERG M. Pseudolinear vibroimpact systems; non-white random excitation [J]. *Nonlinear Dynamics*, 1996, 9(2): 327 - 332.
- [12] CHATTERJEE S, MALLIK A K. Bifurcations and chaos in autonomous self-excited oscillators with impact damping [J]. *J of Sound and Vibration*, 1996, 191(4): 539 - 562.
- [13] LUO G W, XIE J H. Research in stability of periodic motion, bifurcation and chaos in a vibratory system with a clearance [J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2003, 16(2): 127 - 133.

作者简介:

王林泽 (1953—), 女, 杭州电子科技大学计算机学院副教授, 曾在美国 UCF 大学作高访学者, 目前主要研究领域为非线性系统的分叉与混沌控制, E-mail: aozhwz@hzcnc.com;

赵文礼 (1950—), 男, 博士, 教授, 主要研究领域为故障诊断学、非线性动力学、信号分析与处理、逆向工程, E-mail: zhaowlcn@yahoo.com.cn.